

GEOMETRIA FRACTAL: desvendando as belezas do universo

Fractal geometry: unveiling the beauties of the universe

Alcione Marques Fernandes¹⁴, Natália Moura da Rocha¹⁵, Sidney Soares Porto¹⁶

Introdução

O estudo da Geometria Fractal permite a compreensão de irregularidades presente em nosso universo que não podem ser determinadas por meio das geometrias de dimensão linear. A Geometria Fractal está relacionada com um novo ramo da ciência conhecida como caos: “Essa ciência trouxe consigo o ver ordem e padrões, onde anteriormente só se observava o irregular, o aleatório, o imprevisível, digamos mesmo o caótico” (Barbosa, 2005, p.10). Por isso mesmo, a Geometria Fractal possibilita o desvendar das formas encontradas na natureza como nuvens, montanhas, rios e seu estudo está diretamente ligado ao uso de recursos tecnológicos para sua construção.

Inserir o estudo de fractais na Educação básica é um desafio que segundo Barbosa (2005) pode ser justificado pela dificuldade na geometria euclidiana em descrever as diferentes formas da natureza, na importância do uso das novas tecnologias e seus recursos na sala de aula e como também no despertar do senso artístico e estético dos alunos ao se depararem com os belos fractais. Coelho 2015 destaca que:

Estudar fractais é ter outra visão da geometria convencional aplicada na sala de aula, é uma nova maneira de ver e organizar uma geometria não euclidiana, é buscar na Natureza formas que exprimem o significado da geometria para o aluno. Precisamos continuar trabalhando a Geometria Plana, Métrica e Posicional, mas não podemos nos esquecer da Geometria Fractal, uma geometria encontrada fora dos parâmetros regulares, aquela que enriquece e se apresenta de forma surpreendente no cotidiano do aluno (COELHO, 2015, p. 76).

A Geometria Fractal também é denominada como geometria da natureza, pois os fractais podem ser encontrados em todo o universo. Como as tendências atuais da Educação Matemática apontam no sentido de proporcionar ao educando a articulação entre os conteúdos estudados e o universo, justifica-se a importância do estudo dos fractais em sala de aula.

¹⁴ Docente do curso de Matemática UFT, Presencial e EaD. Docente e pesquisadora do PROFMAT/UFT/Câmpus de Arraias. alcione@uft.edu.br

¹⁵ Discente curso de Matemática UFT. nataliamoura@uft.edu.br

¹⁶ Discente curso de Matemática UFT soaressidi@hotmail.com

Este artigo apresenta o relato da experiência vivida pelos autores, na realização da oficina de Geometria Fractal, desenvolvida nos dias 16 e 17 de novembro de 2016, no Câmpus de Arraias, estado de Tocantins, durante a I Semana Integrada dos cursos de Matemática da Universidade Federal do Tocantins (I SICMAT). A oficina teve como propósito apresentar aos participantes as definições básicas da Geometria Fractal e levá-los a observar e descobrir tipos de fractais no cotidiano, por meio de suas definições desvendando as belezas dessa Geometria, entendendo objetos do universo que não possuam um formato linear e dando significado a estas formas irregulares permitindo levar o estudo dos fractais para sala de aula.

Faces da Geometria

A geometria tradicional ou Geometria Euclidiana como é conhecida, em referência ao matemático grego Euclides, que viveu há mais de dois milênios, estuda formas regulares como círculos, planos, linhas e polígonos. A Geometria Euclidiana não consegue representar todas as formas geométricas presentes na natureza, pois a natureza não segue a linearidade das retas, circunferências ou planos. Diante do impasse da geometria euclidiana na descrição da realidade surgiram novas geometrias, consideradas não-euclidianas, sendo que a Geometria Fractal, que estuda as formas geométricas mais complexas, não lineares e irregulares é uma destas geometrias. No entanto, cabe destacar o que Maurice Merleau-Ponty aponta:

O espaço euclidiano não pode ser considerado uma condição a priori de nossa ciência e de nossa experiência. Não é uma estrutura de direito. Os geômetras não-euclidianos, ao generalizarem a noção de espaço, fazem do espaço euclidiano um espaço particular (MERLEAU-PONTY, 2000, p.163).

Diante do que o autor aponta podemos definir os fractais como figuras geométricas com características distintas das figuras geométricas habituais, segundo Stewart, (1996, p. 12)“Os fractais são formas geométricas que repetem sua estrutura em escalas cada vez menores”.

Com base nesta definição observamos que a natureza é rica em exemplos de fractais: a forma das árvores, das montanhas, as nuvens, os relâmpagos ou os raios e o próprio sistema circular humano representam estruturas que podem ser vistas em escalas cada vez menores.

De acordo com Sallum (2005, p.1):

Um fractal é uma figura que pode ser quebrada em pequenos pedaços, sendo cada um desses pedaços uma reprodução do todo. Não podemos ver um fractal porque é uma figura limite, mas as etapas de sua construção podem dar uma ideia da figura

toda. Seu nome se deve ao fato de que a dimensão de um fractal não é um número inteiro.

Fractais e suas características

O termo “fractal” foi criado em 1975, por Benoit Mandelbrot, originado do latim *frangere*, significando: fragmentar, criar fragmentos irregulares. De acordo com Stewart (2011), Mandelbrot utilizou-se de estudos anteriores de alguns matemáticos que criaram formas que contradiziam as definições euclidianas, bem como também, da observação de outras investigações que aparentemente não possuíam vínculo direto com a geometria, como modelos econômicos.

A Geometria Fractal de Mandelbrot reflete a natureza cheia de irregularidades e fragmentação. Segundo Rodrigues (2015, p.4) “Uma de suas indagações foi, ‘Que extensão tem o litoral da Grã-Bretanha?’, cuja possível resposta varia de acordo com a escala de medição”.

De acordo com Batanete e Castro (2005), o termo fractal, criado por Benoit Mandelbrot, designa um objeto geométrico que nunca perde sua estrutura, independentemente da distância da visão. Nesse sentido, fractal, acima de tudo, significa autossemelhante.

Estudos da Geometria Fractal destacam como suas principais características a complexidade infinita, a autossimilaridade e a dimensionalidade fracionária. A complexidade infinita pode ser observada no processo de ampliação de um objeto fractal, quanto mais sua imagem é ampliada, mais detalhes surgem, sendo impossível representá-lo totalmente (Figura 1). Esse fenômeno não acontece com as figuras geométricas euclidianas.

FIGURA 1: Imagem do Brócolis

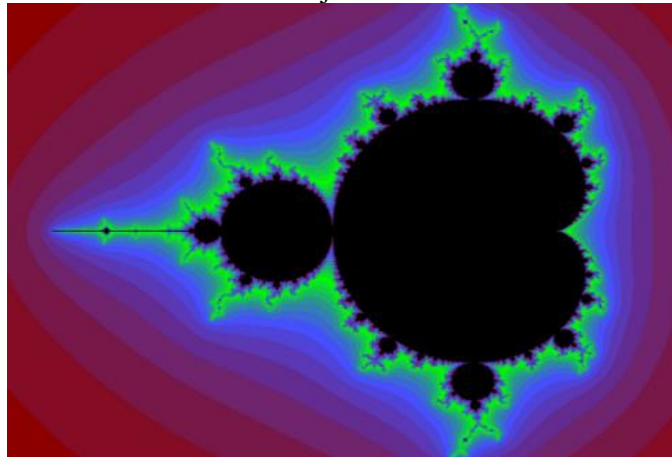


Fonte: Araújo (2015)

Essa propriedade relaciona-se à existência de um processo recursivo, em que uma determinada operação repete-se infinitamente. Assim, cada fractal, em sua construção, dispõe de um número infinito de procedimentos, resultando em uma estrutura complexa. "A técnica principal para se construir um fractal é a iteração - isto é, a repetição incessante de certa operação geométrica" (CAPRA, 1996, p. 119).

Por meio de programas computacionais as iterações geométricas simples podem ser aplicadas milhares de vezes em diferentes escalas a fim de produzir os assim chamados forjamentos (Figura 2), que são fractais-modelos, gerados por computador, de plantas, árvores, montanhas, linhas litorâneas e tudo aquilo que manifeste uma semelhança espantosa com formas reais encontradas na Natureza (CAPRA, 1996).

FIGURA 2:Conjunto de Mandelbrot



Fonte: Jerrimar (2015)

A autossimilaridade (Figura 3) é uma característica independente da ampliação considerada, onde a imagem inicial apresentará infinitas cópias de si em seu interior. De acordo com Andrade (2008, p.10) “a auto semelhança é identificada quando uma porção, de uma figura ou de um contorno pode ser vista como uma réplica de todo, numa escala menor”.

FIGURA 3: Samambaia

Fonte: Negri (2014)

A Dimensionalidade fracionária representa o nível de irregularidade dos fractais, pois ao contrário da Geometria Euclidiana em que as dimensões dos objetos são sempre números inteiros, na Geometria Fractal as dimensões são números fracionários.

O fato da dimensão fractal ser fracionária representa o nível de ocupação do espaço pela forma e não o espaço em si onde a forma está contida, por isso quanto maior for a irregularidade de uma forma, maior será a sua dimensão fractal (BALDOVINOTTI, 2011).

Oficina de Fractais

O conhecimento da Geometria Fractal e a identificação de objetos fractais no universo permite que o estudo desta geometria proporcione uma revisão de conteúdos matemáticos, noção de figuras geométricas, cálculo de dimensões euclidianas fazendo com que o estudante identifique as diferenças e relações entre o espaço euclidiano e o irregular.

Carvalho e Silva (1986) apontam que:

O ensino de fractais na escola propicia ao aluno a oportunidade de um ensino diferenciado da geometria euclidiana, onde eles passam a entender a geometria de objetos não tradicionais e conseguem estabelecer relações matemáticas para auxiliar no estudo de fenômenos naturais (p.56).

Conhecendo os benefícios propiciados pelo estudo desta geometria elaboramos uma oficina para ser desenvolvida na Semana Integrada dos cursos de Matemática da UFT (I SICMAT) com vistas a atender um público formado por graduandos dos cursos de Licenciatura em Matemática e professores da rede pública da região. Participaram da oficina, em seus dois momentos 35 cursistas, entre alunos e professores da Educação Básica.

A oficina foi aplicada em dois dias, no primeiro dia apresentamos o tema descrevendo a Geometria Fractal por meio de sua definição e de suas principais características, permitindo que os participantes encontrassem exemplos de diferentes tipos de fractais presentes no próprio meio em que nos encontrávamos.

Nesta primeira parte fez-se necessária a apresentação dos exemplos com vistas a chamar a atenção dos participantes despertando interesse no estudo do tema que até então era desconhecido pela grande maioria dos cursistas.

De acordo com Barbosa (2005, p. 71) a percepção da “[...]existência do belo nos fractais permite o despertar e desenvolver do senso estético”.

Sobre este aspecto, Carvalho (2005, p. 30) afirma que “o efeito do belo pode ficar ainda mais interessante quando estas figuras complexas começam a representar fenômenos, situações, objetos naturais ou não, equações e outros, revelando, além da beleza, uma aplicabilidade latente”.

Os resultados obtidos neste primeiro momento foram gratificantes por percebermos que os participantes encantavam-se com a beleza dos fractais criados a partir de programas computacionais, como também pelos fractais encontrados na natureza.

Desta forma, todos os participantes envolveram-se, sendo notável o encanto demonstrado por todos por esta nova área da Matemática, justificando a descoberta da beleza desta geometria, que possibilita ver o todo numa pequena parte e enxergar as retas nas curvas dando forma e percebendo o que é irregular à primeira vista.

O segundo momento foi destinado à construção de objetos fractais em material concreto, foram construídos o Triângulo de Sierpinski e o Conjunto de Cantor utilizando-se folhas de papel A4.

Os fractais foram construídos seguindo o passo-a-passo realizado por meio de dobraduras, de forma que as propriedades foram enunciadas durante o processo. A turma de 35 participantes em círculo seguiu os passos na confecção dos fractais e todos acompanharam simultaneamente as recomendações dos autores da oficina. Os passos instigaram a criarem uma estratégia e em cada etapa alguns demonstraram facilidade e outros participantes requeriram atenção dos mais próximos, a construção dos fractais chamou a atenção de todos e os resultados demonstraram a beleza inerente nestes objetos.

Após concluirmos a construção dos objetos fractais dedicamos um tempo para observarmos na natureza os chamados fractais e assim identificarmos suas propriedades.

A oficina foi aplicada em uma escola pública estadual que possui uma área externa ajardinada com várias espécies de plantas, inclusive samambaias e pinheiros, permitindo a

contemplação de belos fractais, como também foi possível observar as nuvens e as montanhas que contornam a paisagem da escola. Dessa forma, a observação de fractais na natureza pode ser considerada como a finalização da oficina.

Para Barbosa o estudo dos fractais:

[...] fornece ao matemático, ao professor, e é bom que ofereça ao educando, prazeres oriundos de várias formas de pensar e ver, ou de suas próprias ações. Muitas vezes eles emergem de superação de dificuldades; assim é, por exemplo, o estado prazeroso emergente da simples busca com sucesso das raízes na resolução de uma equação ou de uma situação-problema numérica ou geométrica cuja solução leva a encontrar apenas alguns números ou determinados pontos de um plano (BARBOSA, 2005, p. 13).

Apesar de não termos aprofundado a discussão matemática dos fractais, o objetivo da oficina foi atingido em sua totalidade, pois os dois momentos distintos em que a proposta foi desenvolvida permitiu que os participantes tivessem um contato inicial com a geometria da natureza.

Considerações Finais

Os programas computacionais desenvolvidos por meio da Geometria Fractal surgiram como revolução na reprodução de imagens que constituem nosso mundo como: natureza, mar, oceano, continentes, ilhas, montanhas, rios, plantas, animais e nuvens, formas nas quais dominam a irregularidade e o caos, de forma que estes programas proporcionam a recriação de cenários em filmes.

A Geometria Fractal possui também um vasto campo de aplicação dos conceitos matemáticos em diversas áreas, tais como Álgebra, Cálculo, Geometria Plana e Espacial. A possibilidade de utilização dos estudos dos fractais na Educação Básica permite a adequação dos conteúdos curriculares com o intuito de cativar o aluno no aprendizado de conceitos tradicionais numa nova roupagem.

A compreensão de que realmente as nuvens não são esferas, montanhas não são cones, latidos não são ruídos e nem o raio viaja em linha reta, como dito por Benoit Mandelbrot corresponde ao desvendar de belezas do nosso universo, por uma nova ótica.

A oficina realizada durante o I SICMAT no Câmpus de Arraias permitiu aos participantes um contato inicial com a Geometria Fractal, por meio da construção de objetos, apreciação de fractais na natureza e o conhecimento dos fractais criados por programas computacionais. A proposta da oficina foi despertar no público o interesse em estudar os

fractais, desenvolvendo estratégias e recursos para serem utilizados em sala de aula pelos professores da Educação Básica.

Referências

BALDOVINOTTI, J. N. **Um estudo de Fractais Geometricos na Formação de Professores de Matemática**. 2011. 204f. Dissertação-Pós Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista – UEP, Rio Claro, 2011.

BEMFICA, A.; ALVES, C. **Fractais: Progressão e série geométrica – uma metodologia de ensino**. 2010.2. Dissertação (Mestrado em Física) - Faculdade Cenecista de Osório (FACOS), Rio Grande do Sul, 2010.2.

BARBOSA, Ruy. M. **Descobrimo a Geometria Fractal: para a sala de aula**. 3 ed. Autêntica: Belo Horizonte, 2005.

CAPRA, F. . **A Teia da Vida: uma nova compreensão científica dos sistemas vivos**. 3.^a ed. São Paulo: Cultrix, 1998.

CARVALHO, M. C. C. S.; SILVA, A. **Fractais: uma breve introdução**. 1 ed. São Paulo: Ed. da Faculdade São Judas, 1986.

COELHO, J. B. **Geometria fractal: um olhar sobre a necessidade de inclusão na estrutura curricular do ensino médio**. 2015. 79 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Tocantins, Palmas, 2015.

MERLEAU-PONTY, M. **A Natureza**. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

SALLUM, É. M. Fractais no ensino médio. **Revista do Professor de Matemática**, n.º 57, 2º quadrimestre, 2005.

SORNETTE, D. **Fenômenos críticos em ciências naturais**. Berlim: Springer, 2000.

STEWART, I. **Será que Deus joga dados? A nova matemática do caos**. 1.^a ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2011.

Resumo

A Geometria denominada Fractal surgiu a partir da observação de fenômenos na natureza que não podem ser descritos pela precisão da geometria tradicional. Criado por Benoit Mandelbrot, considerado o precursor desta Geometria, o termo Fractal deriva do latim e quer dizer irregular, quebrado. A Geometria Fractal está diretamente ligada às formas e cores da natureza e do universo definidas como complexas e belas. Os fractais são encontrados na natureza, como também podem ser recriados em programas computacionais. A oficina de fractais, objeto deste relato de experiência, foi desenvolvida durante a I Semana Integrada do cursos de Matemática da Universidade Federal do Tocantins, Câmpus de Arraias, em novembro de 2016 e teve como objetivo apresentar as belezas dos fractais e suas propriedades aos participantes: estudantes de cursos de Licenciatura em Matemática e professores da Educação Básica.

Palavras-chave: Geometria Fractal. Belezas Fractais. Relato de Experiência.

Abstract

Geometry called Fractal arose from the observation of phenomena in nature that can not be described by the precision of traditional geometry. Created by Benoit Mandelbrot, considered the precursor of this Geometry, the term Fractal derives from Latin and means irregular, broken. Fractal Geometry is directly linked to the shapes and colors of nature and the universe defined as complex and beautiful. Fractals are found in nature, but can also be recreated in computer programs. The fractals workshop, object of this experience report, was developed during the 1st Integrated Week of Mathematics courses of the Federal University of Tocantins, Campus de Arraias, in November 2016 and had as objective to present the beauties of the fractals and their properties to the participants : Undergraduate students in Mathematics and teachers of Basic Education.

Keywords: Fractal Geometry. Fractional Beauties. Experience Report.