ORGANIZADORES:
MARTA MARIA PONTIN DARSIE
DAILSON EVANGELISTA COSTA
THIAGO BEIRIGO LOPES

PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA AMAZÔNIA BRASILEIRA:

FOCO NOS RESULTADOS DE TESES DE DOUTORADO

PREFÁCIO:
WAGNER R. VALENTE
POSFÁCIO:
JOSÉ RICARDO E S. MAFRA

EDUFT

ORGANIZADORES:
MARTA MARIA PONTIN DARSIE
DAILSON EVANGELISTA COSTA
THIAGO BEIRIGO LOPES

PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA AMAZÔNIA BRASILEIRA:

FOCO NOS RESULTADOS DE TESES DE DOUTORADO

PREFÁCIO:
WAGNER R. VALENTE
POSFÁCIO:
JOSÉ RICARDO E S. MAFRA

EDUFT

Universidade Federal do Tocantins
Editora da Universidade Federal do Tocantins

Universidade Federal do Tocantins (UFT) | Câmpus de Palmas
Avenida NS 15, Quadra 109 Norte | Plano Diretor Norte
Bloco IV, Reitoria
Palmas/TO | 77001-090

Preparação e capa: Joilene Lima
Diagramação: Joilene Lima
Revisão: O conteúdo dos textos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade dos respectivos autores.
Organizadores: Marta Maria Pontin Darsie, Dailson Evangelista Costa, Thiago Beirigo Lopes

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins (SISBIB)

D225p Darsie, Marta Maria Pontin
Pesquisas em Educação Matemática na Amazônia Brasileira: foco nos resultados de teses de doutorado. / Marta Maria Pontin Darsie, Dailson Evangelista Costa, Thiago Beirigo Lopes .— Palmas, TO: EdUFT, 2024.
318p.

Editora da Universidade Federal do Tocantins (EdUFT). Acesso em: https://sistemas.uft.edu.br/periodicos/index.php/editora.
ISBN: 978-65-5390-115-5.

1. Educação matemática. 2. Educação-Amazônia. 3. Matemática. I. Costa, Dailson Evangelista. II. Lopes, Thiago Beirigo. III. Título.

CDD 510.7

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

O Programa de Doutorado em Educação em Ciências e Matemática (PPGECEM), oferecido por uma Associação em Rede de Instituições de Ensino Superior (IES) da Amazônia Legal Brasileira, intitulada Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC), tem o propósito de formar pesquisadores na área. A REAMEC é composta atualmente por 30 instituições associadas que são diversificadas em Universidades Estaduais (7), Universidades Federais (10), Universidades Particulares (4) e Institutos Federais (9) (UFMT, 2014).

A REAMEC é estruturada nos 9 estados que compõem a Amazônia Legal Brasileira, com um representante em cada instituição associada pertencente a elas. Os representantes de cada IES associada são responsáveis por coordenar as atividades no interior de cada IES, manter os cadastros e registros do grupo de docentes credenciados junto a secretaria geral do Programa. Sua comunicação está diretamente ligada ao Coordenador Estadual (UFMT, 2014).

Os Representantes Estaduais estão vinculados à uma IES que representará o respectivo estado da federação junto ao Colegiado do Programa. Essa instituição precisa ter condições estruturais para sediar a indicação do representante estadual e o Núcleo de Pesquisas do Estado no Programa. A coordenação estadual será feita entre as IES participantes da REAMEC em cada Estado. Sua comunicação está diretamente ligada ao Coordenador de Polo (UFMT, 2014).

Visando atender as exigências de localização geográfica, infraestrutura administrativa, de ensino e de pesquisa foram instaurados três polos acadêmicos, em três diferentes estados da região, cada um coordenado pelo Coordenador de Polo, que é o já Coordenador Estadual. Atualmente os polos são na Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT - Mato Grosso, Tocantins, Rondônia) , Universidade Federal do Pará (UFPA - Pará, Maranhão e Amapá) e Universidade do Estado do Amazonas (UEA - Amazônas, Acre, Roraima). Cabe ao Coordenador de Polo fazer a gestão acadêmica e administrativa da execução das atividades do programa, que dizem respeito tanto aos docentes, quanto aos discentes. Sua comunicação está diretamente ligada ao Coordenador Geral (UFMT, 2014).

No topo da estrutura está o Coordenador Geral, que não necessariamente necessita ser o Coordenador de Polo, e esse tem a responsabilidade de responder pela REAMEC junto à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Em sua estrutura curricular, pedagógica e de pesquisa, o PPGECEM está dividido em duas linhas gerais, que são:

- Linha 1: Formação de Professores para a Educação em Ciências e Matemática
- Linha 2: Fundamentos e Metodologias para a Educação em Ciências e Matemática.

Na Linha 1 de pesquisa, são inseridas temáticas atinentes à formação inicial e continuada de profissionais da Educação em Ciências ou em Matemática, quer em termos de ideário, quer de práticas pedagógicas, em quaisquer dos níveis e sistemas de ensino, privilegiando temáticas que envolvam tanto a formação de docentes pesquisadores reflexivos, quanto a perspectiva de formação em novas ou outras culturas para o desenvolvimento da prática de professores.

Já na Linha 2, há integração de temáticas relativas a processos de ensino e de aprendizagem, no âmbito do ensino formal e não formal, nos diferentes níveis de ensino, tais como formação de conceitos, interações em aulas de Ciências ou de Matemática, metodologias e abordagens de ensino e de aprendizagem, estudos concernentes aos processos construtivistas de ensinar e de aprender, construção e análise de recursos didáticos, relação teoria e prática na sala de aula, currículo e componentes curriculares, bem como pesquisas no e do ensino na área considerada.

Essa estrutura de organização, estrutura e pedagógica tida pelo PPGECEM tem a finalidade de formar docentes pesquisadores, em nível doutoral, na área de Ensino de Ciências e de Matemática. Essa formação se dá tanto em termos teóricos, quanto metodológicos de pesquisa, capazes de uma atuação docente altamente qualificada e de produção de conhecimentos na área no contexto das relações Ciência-Tecnologia-

Sociedade-Ambiente, com especial relevo às questões da Amazônia Legal Brasileira. Além disso, pretende formar uma quantidade de doutores na região capazes de propor e assumir a formação de professores em nível de Mestrado e em projetos de formação continuada para a Educação Básica, concorrendo, assim, para mudanças de patamar na qualidade do ensino e da pesquisa na Amazônia Legal Brasileira.

Como fruto desse programa de doutoramento, são apresentados 9 capítulos que tratam de diferentes aspectos da educação e formação de professores de matemática, abordando temas como sequências didáticas, numeramento, saberes e práticas docentes, identidade profissional, história da matemática e obstáculos epistemológicos.

No Capítulo 1, *O processo de construção de Sequência Didática Investigativa na formação inicial do professor de matemática*, Dailson Evangelista Costa e Tadeu Oliver Gonçalves focam na compreensão dos conhecimentos profissionais mobilizados pelos professores de Matemática durante a construção de Sequências Didáticas Investigativas (SDI). A pesquisa qualitativa exploratória envolveu quatro colaboradores e utilizou relatórios e questionários para coletar dados. A tese defendida afirma que os professores de Matemática mobilizam conhecimentos profissionais para o exercício da docência na Educação Básica ao construir SDIs.

No Capítulo 2, *Práticas de numeramento na formação inicial de pedagogos*, de Rosimeire Aparecida Rodrigues e Rute Cristina Domingos da Palma, há o objetivo de compreender as aprendizagens da/para a docência que as licenciandas de Pedagogia mobilizam a partir de práticas de numeramento propostas em um curso de extensão-formação. A pesquisa envolveu questionários, registros das reuniões, memoriais de formação, registros das práticas de numeramento e diários de campo. Os resultados indicam que as licenciandas (re)constituíram aprendizagens dos conhecimentos docentes sobre o ensino de Matemática e (re) elaboraram concepções e conhecimentos matemáticos no decorrer do desenvolvimento das propostas de numeramento.

No Capítulo 3, *Saberes para a docência em matemática na Educação de Jovens e Adultos* de Cesar Cristiano Belmar e Gladys Denise Wielewski, são analisados saberes para a docência em Matemática na Educação de Jovens e Adultos mobilizados e construídos por futuros professores no desenvolvimento do estágio supervisionado em um curso de Licenciatura em Matemática. A pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso envolveu quatro licenciandos, e os dados foram coletados mediante questionários, entrevistas semiestruturadas, observação não participante e análise documental. A tese defendida aponta que o momento do estágio supervisionado na EJA é crucial para que o futuro professor ressignifique os saberes construídos ao longo de sua trajetória estudantil, principalmente no curso de licenciatura.

No Capítulo 4, *Epistemologias do ser-estar professor de matemática no curso de pedagogia de Rondônia* de Érica Patrícia Navarro e Iran Abreu Mendes, são investigadas as narrativas de professores formadores em cursos presenciais de Pedagogia em Rondônia, buscando compreender o perfil profissional desses formadores, suas bases epistemológicas e percepções enquanto formador de formadores. A pesquisa adota a escrita criativa e uma abordagem qualitativa, realizando entrevistas com oito formadores e analisando os dados com base na Etnometodologia e Análise da Conversa. Os resultados oferecem insights sobre o processo formativo do formador e as possibilidades para a formação de futuros professores de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.

No Capítulo 5, *Identidade profissional de educadores matemáticos formadores de professores que Ensinam Matemática* de Mauro Guterres Barbosa e Tadeu Oliver Gonçalves, busca-se compreender características da identidade profissional de educadores matemáticos formadores de professores, analisando as histórias de vida e trajetórias profissionais de três formadores. A pesquisa é qualitativa e utiliza entrevistas narrativas (auto)biográficas. A análise revela três categorias identitárias: Identidades Imanentes, Identidades Refletidas e Identidades em Contextos. A tese defendida sugere que as características da identidade profissional do formador de professores que ensina matemática estão relacionadas ao saber e ao aprender, influenciando positivamente a identidade do professor que ensina matemática.

No Capítulo 6, *Uma aritmética para ensinar em manuais de didática da matemática, publicados no Brasil (1930-1960),* os autores Rogerio dos Santos Carneiro e Neuza Bertoni Pinto analisam elementos da aritmética para ensinar, presentes em manuais de Didática da Matemática publicados no Brasil entre 1930 e 1960. A pesquisa examina três manuais pedagógicos, mostrando a presença de um saber profissional e uma aritmética para ensinar nos primeiros anos do ensino primário durante o auge do Movimento da Escola Nova no Brasil. A análise destaca elementos como o uso de jogos e materiais manipuláveis, contextualização do ensino, cálculo mental, resolução de problemas e graduação dos conteúdos.

No Capítulo 7, *A associação entre as habilidades de escolher a operação em questões envolvendo números naturais e questões envolvendo números decimais* de Thiago Beirigo Lopes e Pedro Franco de Sá, é apresentada uma pesquisa na qual foi objetivo analisar se a habilidade de escolher a operação em questões matemáticas envolvendo números naturais está associada à habilidade de escolher a operação em questões matemáticas envolvendo números decimais. Foram aplicados testes e questionários a 207 estudantes de uma escola pública. Os resultados indicam que a escolha da operação em questões com números naturais está associada à escolha da operação em questões com números decimais e que fatores socioeducacionais influenciam na escolha da operação.

No Capítulo 8, *Processos de superação dos obstáculos epistemológicos na história do conceito de limite de função* dos autores Mônica Suelen Ferreira de Moraes e Iran Abreu Mendes, traz o relato de uma pesquisa que aborda as dificuldades em Cálculo no Ensino Superior, principalmente em relação ao conceito de limite. O objetivo é discutir os processos de superação dos obstáculos epistemológicos na história do conceito de limite de função, visando apontar potencialidades para a abordagem do tema na licenciatura em matemática. Através de revisão bibliográfica, os autores analisam o desenvolvimento histórico do conceito e destacam as contribuições de filósofos, matemáticos e epistemólogos.

Por fim, o Capítulo 9, *A complementaridade entre sentido e referência dos símbolos da Matemática*" escrito por Geslane Figueiredo da Silva Santana e Michael Friedrich Otte, aborda a interação entre sentido e referência dos símbolos matemáticos a partir de uma perspectiva semiótica. Os autores analisam o trabalho de Cassirer, destacando a importância da Revolução Copernicana da Epistemologia de Kant e a contribuição de Descartes. Baseia-se nos referenciais teóricos de Kant, Peirce e Otte, e utiliza a metodologia da Semiótica para analisar eventos e fatos sob uma perspectiva teórica.

O estudo também investiga a Teoria Axiomática desenvolvida por Grassmann e a obra de Graeub, que introduziu uma interpretação complementar da Álgebra Linear. Como resultado, os autores identificam implicações para a Educação Matemática, argumentando que a abordagem semiótica pode evitar a dicotomia usual entre psicologismo e platonismo, oferecendo assim uma visão sintética de como aprender e conhecer a Matemática. Essa perspectiva complementarista traz insights importantes para o ensino e a compreensão da Matemática.

Espera-se que este livro organizado em capítulo desperte a curiosidade e o interesse pela Educação Matemática. Pois, compreender a importância e os desafios que são enfrentados ao ensinar Matemática é fundamental para o sucesso acadêmico e profissional dos estudantes. É desejado que este livro contribua para aprimorar suas práticas pedagógicas e inspire a busca por um ensino de Matemática cada vez mais inclusivo, criativo e envolvente.

Marta Maria Pontin Darsie,
Dailson Evangelista Costa[1]*,*
Thiago Beirigo Lopes

1(Pós-doutorando em Ensino de Ciências e Matemática na Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT) - Centro de Ciências Integradas (Unidade Cimba –Araguaí*na).)*

PREFÁCIO

A demanda de escrita de um prefácio sempre caracteriza uma situação honrosa para quem atende ao convite de ler os textos integrantes de uma dada obra e, de modo sintético, busca comunicar ao leitor suas impressões sobre essa leitura.

Para este prefácio, por certo, sinto-me muito honrado com o convite e, além disso, bastante feliz por estar junto a um projeto de formação tão importante e significativo para o Brasil como é o desenvolvido pela Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática – REAMEC.

Para além de estar honrado com o convite, cumprimento os organizadores da obra pela iniciativa de trazer resultados de pesquisas doutorais, de modo sistematizado que, por certo, darão contribuição importante para a Educação Matemática e poderão melhor possibilitar o diálogo com pesquisas em andamento na Rede.

Desde logo, considero que a leitura dos capítulos deste livro permite ao leitor tomar ciência dos avanços ligados à formação de professores e ensino de matemática. Além disso, tem-se a possibilidade do contato com os debates e estudos nacionais e estrangeiros sobre esses temas, tendo em vista a bibliografia utilizada pelos autores para subsidiar os estudos doutorais realizados na pós-graduação da Rede.

A obra, em seu próprio projeto de elaboração, enfrenta o desafio de transformar teses de doutorado e seus resultados, em textos que possam harmonizar-se na composição orgânica de um livro sobre ensino e formação de professores que ensinam matemática.

A organicidade trazida à primeira parte da obra ocorre pela temática comum que perpassa todos os seus capítulos: o saber profissional do professor que ensina matemática.

Estudos vindos, pelo menos desde a década de 1960, demonstram interesse na caracterização do saber profissional do professor. Nesse sentido, o trabalho de Lee Shulman parece ter sido pioneiro. De fato, tratar do saber profissional implica uma mudança muito grande relativamente ao que podemos chamar de “tradição disciplinar”. A formação inicial dos professores, pensada desde a criação do curso de matemática, na Universidade de São Paulo, na década de 1930, em grande medida, não distinguia saber disciplinar de saber profissional.

Até hoje, essa herança ecoa no senso comum pedagógico que avalia que determinados professores sabem matemática, mas não sabem ensinar matemática. Em termos técnicos e acadêmicos, vale dizer que saber disciplinar não se confunde com saber profissional.

O progressivo movimento de profissionalização da docência, que de modo hercúleo busca retirar o trabalho docente da caracterização de missão, de dom, encontra necessidade imperiosa de explicitar o saber profissional do professor. Se a docência busca afirmar-se como profissão, é preciso ter clareza de que saber a distingue de outras profissões.

O tempo passou e os estudos avançaram mostrando a complexidade de caracterização do saber profissional da docência. A partir de Shulman, para demonstrar tal complexidade, foram elaborados estudos que apresentavam variadas tipologias de saberes componentes do saber profissional. Tais tipologias de saberes baseiam-se, todas elas, na análise minuciosa de como se articulam ou devem se articular, os saberes pedagógicos e os saberes matemáticos. O próprio campo disciplinar relativamente recente da Educação Matemática afirma-se em relação ao campo disciplinar matemático justamente pela articulação entre as chamadas Ciências da Educação e a Matemática.

A Parte 1 deste livro intitulada “Formação de professores que ensinam matemática” traz estudos variados e contribuições importantes em diferentes contextos de formação de professores para a caracterização do saber profissional do professor que ensina matemática. Abordando o exercício profissional da EJA, da Pedagogia, da formação de formadores, da licenciatura os múltiplos estudos dessa primeira parte da obra problematizam os resultados encontrados nas teses de doutoramento confrontando as articulações entre saberes pedagógicos e saberes disciplinares. Tem-se, por exemplo, resultados que mostram a articulação entre saberes pedagógicos e matemáticos por meio da criação de sequências didáticas investigativas. Isto é, a caracterização do saber profissional do professor que ensina matemática poderá ser obtida, no confronto com a literatura atual, por meio da elaboração dessas sequências.

Um outro resultado obtido, mencionado nesta primeira parte da obra, e que indica processos de construção do saber profissional do professor, refere-se ao papel exercido por curso de extensão-formação.

Na realização de atividades de numeramento, como conteúdo do curso, os professores constroem e ficam de posse de um saber próprio para exercício de suas práticas docentes.

Também perseguindo a articulação das ciências da educação com a matemática, estudo sobre a EJA destaca a importância do estágio supervisionado como lugar fundamental de ressignificação da formação inicial, com vistas ao exercício profissional da docência.

Ainda nessa primeira parte da obra, há pesquisa sobre o formador de professores junto a cursos de pedagogia. Na investigação, a atenção ao contraponto epistemológico entre o ensino de matemática e a formação para esse ensino. Tal confronto de saberes são investigados por meio de narrativas dos formadores, que apontam para o perfil profissional desses professores.

Para além dos aspectos propriamente internos à formação e ao ensino, tem-se resultados que explicitam elementos de constituição do saber profissional do professor em termos do contexto mais amplo, também formativo. Ele inclui a importância da SBEM como sociedade educadora, espaço por meio do qual, está presente o desafio da articulação entre a Educação e a Matemática.

Encerra esta primeira parte da obra a apresentação de novas perspectivas para o trato do saber profissional do professor que ensina matemática. Elas, ao invés de estarem ancoradas em tipologias extensas sobre a variedade de saberes componentes desse saber, mobilizam tão somente dois tipos deles: o saber a ensinar – o objeto de trabalho do professor – e o saber para ensinar constituindo-se como ferramenta do docente. O estudo de caráter histórico caracteriza elementos contidos em livros didáticos que permitem configurar uma matemática para ensinar aritmética.

De todo modo, como se disse, esta primeira parte da obra, centra atenção na caracterização do saber profissional do professor, indicando, por meio dos resultados das teses defendidas, a variedade e multiplicidade de aspectos que devem ser levados em consideração na sistematização de um saber próprio da docência.

A segunda parte da obra aborda a temática do ensino e da aprendizagem da matemática. Várias são as situações às quais o livro mostra resultados agora centrados nos alunos, ao invés do tratamento de pesquisas que versem sobre a formação de professores. Desse modo, tem-se, primeiramente, estudo que abarca a tradição de pesquisas ligadas à aprendizagem, que lançam mão de avaliação estatística de dados como, por exemplo, a interrogação sobre a escolha de operações aritméticas pelos alunos diante de uma situação problema e o constatar que a operação em questões matemáticas que envolvem números decimais está associada à escolha da operação em questões matemáticas que se referem a números naturais.

Depois do tratamento da temática da aprendizagem das operações aritméticas nos primeiros anos escolares, a segunda parte da obra focaliza a aprendizagem no ensino superior relativamente ao Cálculo. Neste caso, a análise das dificuldades de aprendizagem dessa disciplina recorre à História da Matemática, elaborando um paralelo entre o processo histórico constitutivo desse saber e os obstáculos epistemológicos vencidos para a sua consolidação. Ou seja, se na construção dos conceitos matemáticos, ao longo da história, as dificuldades – os obstáculos epistemológicos – foram vencidos, então na aprendizagem eles constituem poderoso meio de fazer avançar o conhecimento dos estudantes. Tem-se aqui, a mobilização da premissa de que o caminho seguido pela filogênese é igual àquele que deverá seguir a ontogênese.

A discussão e pesquisas sobre a aprendizagem da matemática também vem beneficiando-se de abordagens que levam em consideração a semiótica. Nesta obra há resultados de investigação que mostram que tal abordagem permite a superação de dicotomias entre o psicologismo e platonismo tidas como comuns na Educação Matemática.

Como disse ao princípio, penso que um prefácio deve traduzir as impressões causadas pela leitura de uma obra, explicitadas de modo sintético. As minhas impressões com a leitura foram as melhores possíveis. Desde a concepção do livro, valorizando resultados de pesquisas recentes no âmbito da REAMEC; passando pela grande utilidade que o material terá no diálogo com outros pesquisadores em formação e chegando à ultrapassagem do desafio de construção de capítulos originários de teses que se articulam de modo orgânico, permitindo uma leitura fluida de estudos complexos sobre o ensino e a formação de professores da docência em matemática.

Boa leitura !

Wagner Rodrigues Valente

- PARTE 01 - FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

CAPÍTULO 1 - O PROCESSO DE CONSTRUÇÃO DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA INVESTIGATIVA NA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: mobilizando conhecimentos profissionais para a docência na educação básica

Dailson Evangelista Costa [2]
Tadeu Oliver Gonçalves

Resumo:

O objetivo geral desta pesquisa é compreender os conhecimentos profissionais mobilizados durante a construção de Sequências Didáticas Investigativas (SDI) pelos professores de Matemática em processo de formação inicial. A metodologia está centrada na abordagem qualitativa do tipo pesquisa exploratória. Como encaminhamento metodológico e de análise, desenvolvemos esta pesquisa com 4 (quatro) colaboradores: 1 (um) professor em processo de formação inicial e (3) egressos do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins - Câmpus de Arraias. O material empírico analisado foi produzido e organizado a partir dos seguintes instrumentos: (a) relatórios com as SDI construídas; e (b) questionários sobre a construção de SDI. As análises foram organizadas por meio de categorias mistas. Utilizamos o método de Análise de Conteúdo para a realização das análises do material empírico. A tese defendida aponta que os professores de Matemática, em processo de formação inicial, mobilizam conhecimentos profissionais para o exercício da docência na Educação Básica quando constroem Sequências Didáticas Investigativas.

Palavras-chave: Sequência Didática. Formação de professores. Conhecimentos profissionais. Professor de Matemática. Pesquisa exploratória.

2 (Pós-doutorando em Ensino de Ciências e Matemática na Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT) - Centro de Ciências Integradas (Unidade Cimba –Araguaína).)

1 Introdução

A problemática desta pesquisa se enquadra no campo de estudo sobre o professor que ensina Matemática em contexto de formação inicial, particularmente, do professor de Matemática (FIORENTINI, PASSOS, LIMA, 2016). Considerando um conjunto de questionamentos que constitui nossa problemática, percebemos que os cursos que formam professores de Matemática precisam desenvolver processos formativos que visam o desenvolvimento de práticas formativas.

Com efeito, elaboramos a pergunta de pesquisa (ou pergunta de partida) da seguinte maneira: Que práticas podem ser desenvolvidas na formação inicial do professor de Matemática? Com isso, consideramos que nossa problemática de pesquisa está diretamente relacionada a três temas que também se relacionam entre si, a saber: (i) formação inicial do professor de Matemática, (ii) sequência didática investigativa; (iii) conhecimentos profissionais. Desta forma, tendo em vista algumas explorações teóricas, bibliográficas, conceituais que realizamos, articuladas com a nossa prática enquanto formadores de professores, formulamos a seguinte questão orientadora de pesquisa: Que conhecimentos profissionais os professores de Matemática em processo de formação inicial mobilizam quando constroem Sequências Didáticas Investigativas?

Para compreendermos esses conhecimentos profissionais que são mobilizados pelos professores em formação inicial, estabelecemos os seguintes objetivos específicos: (1) explicar sobre a construção de Sequências Didáticas Investigativas (SDI) na formação inicial do professor de Matemática; (2) discutir sobre os conhecimentos profissionais do professor de Matemática; (3) entender a formação inicial de professores de Matemática, considerando as diretrizes e orientações curriculares governamentais e de sociedades científicas para os cursos de Licenciatura em Matemática; (4) identificar os conhecimentos profissionais construídos durante a elaboração de SDI; e (5) perceber os conhecimentos profissionais mobilizados na construção de SDI.

O foco desta pesquisa foi o processo pelo qual os professores de Matemática em formação inicial vivenciaram quando foram colocados em situação de construir e propor Sequências Didáticas Investigativas voltadas para o ensino de algum conteúdo matemático da Educação Básica. O enfoque dado à pesquisa diz respeito às experiências formativas que são inerentes ao processo de construção de Sequência Didática Investigativa.

A tese defendida aponta que os professores de Matemática, em processo de formação inicial, mobilizam conhecimentos profissionais para o exercício da docência na Educação Básica quando constroem Sequências Didáticas Investigativas. Estes conhecimentos profissionais são: conhecimento matemático (MK), conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK), crenças sobre Matemática e sobre o ensino e aprendizagem de Matemática, conhecimento de PCC e PCSDI como processo formativo, conhecimento sobre elaboração de SDI como processo de pesquisa.

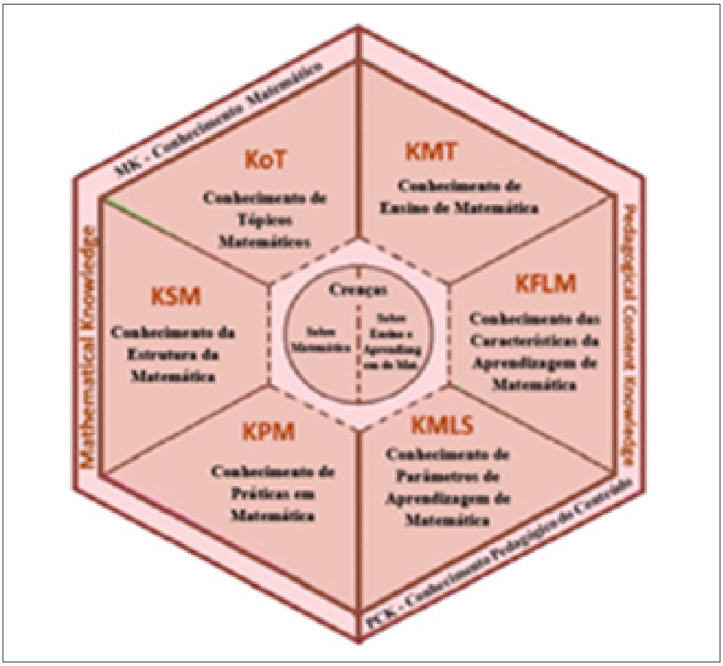
2 Fundamentação Teórica

Fundamentamos esta investigação com base em cinco pilares que sustentam a tese defendida: (1) Sequência Didática; (2) formação inicial do professor de Matemática; (3) conhecimentos profissionais do professor de Matemática; (4) pesquisa qualitativa do tipo exploratória; e (5) método Análise de Conteúdo.

Para consulta e aprofundamento sobre esses pilares, sugerimos acessar a íntegra da tese que estamos apresentando em tela (COSTA, 2021). Para este capítulo, focamos apenas nos aspectos dos conhecimentos profissionais que são necessários e fundamentais para a formação inicial do professor de Matemática, o qual passamos a apresentar.

Carrillo *et al* (2013) apresentam uma organização do *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* (MTSK - Conhecimento Especializado dos Professores de Matemática), conforme vemos na Figura 1:

Figura 1 - Domínios do MTSK proposto por Carrillo *et al* (2013).



Fonte: Carrillo *et al* (2013), tradução nossa.

Carrillo *el al* (2013) propõe que estes tipos de conhecimentos constituem um conhecimento próprio do professor que ensina Matemática. São conhecimentos especializados para a docência e o ensino de Matemática. Portanto, esta especialização exige um profissional com conhecimentos próprios para e da profissão. Assim como outros profissionais como médicos, engenheiros, advogados possuem seus conhecimentos profissionais próprios, que os diferem de outras profissões, o professor de matemática também possui um tipo de conhecimento que é próprio para a docência em Matemática.

Para Carrillo *et al* (2013) o MTSK é constituído por dois domínios diferentes: *Mathematical Knowledge* (MK - conhecimento matemático); e *Pedagogical Content Knowledge* (PCK - conhecimento pedagógico do conteúdo). Cada domínio possui três subdomínios. Os subdomínios do MK são: *Knowledge of Topics* (KoT - conhecimento de tópicos);

Knowledge of the Structure of Mathematic (KSM - conhecimentos da estrutura da matemática); e *Knowledge of the Practice of Mathematics* (KPM - conhecimento da prática da matemática). Os subdomínios do PCK são: *Knowledge of Features of Learning Mathematics* (KFLM - conhecimentos das características da aprendizagem de matemática); *Knowledge of Mathematics Teaching* (KTM - conhecimento de ensino de matemática); e *Knowledge of Mathematics Learning Standards* (KMLS - Conhecimento dos parâmetros de Aprendizagem da matemática). No centro do hexágono, Carrillo *et al* (2013) apresentam as *Beliefs* (crenças) do professor: *Beliefs On Maths* (BM - crenças sobre matemática) e *Beliefs On Maths Teaching and Learning* (BMTL - crenças sobre ensino e aprendizagem de Matemática).

O domínio do conhecimento matemático (MK) é próprio da disciplina que ele (professor) ensina ou ensinará. É um conhecimento profundo que se caracteriza em várias dimensões ou subdomínios. Estes subdomínios explicitam a especialidade do MK, considerando que é um tipo de conhecimento próprio para o professor e que é diferente do MK para outras profissões, como engenheiros e matemáticos.

O KoT refere-se ao conhecimento relativo aos temas de Matemática. Descreve o *que* e *como* o professor de matemática sabe sobre os tópicos que ele ensina; implica conhecimento aprofundado do conteúdo matemático (Ex.: conceitos, propriedades, definições, procedimentos, fatos, linguagens, representações, regras e teoremas) e seus significados. Dito de outra forma, compreende um conhecimento aprofundado de tópicos matemáticos, reunindo o conhecimento de procedimentos, definições e estruturas, representações e modelos, bem como contextos, problemas e significados, e nesta medida, reconhece a complexidade dos objetos matemáticos que podem surgir na sala de aula (CARRILO *et al,* 2013; MONTES; CONTRERAS; CARRILLO, 2013).

O KSM refere-se ao conhecimento relativo às (inter/intra) conexões conceituais que ligam os temas de Matemática. Descreve o conhecimento do professor sobre as conexões entre itens matemáticos (conexões baseadas em simplificação, conexões baseadas em maior complexidade, conexões auxiliares, conexões transversais) (CARRILO *et al,* 2013; MONTES; CONTRERAS; CARRILLO, 2013).

O KPM é o conhecimento relativo aos processos, procedimentos e funcionamento da produção em Matemática. Refere-se ao funcionamento da matemática e não no processo de ensiná-lo. Inclui saber como demonstrar, justificar, definir, fazer deduções e induções, dar exemplos e entender o papel de contraexemplos, bem como uma compreensão da lógica subjacente a cada uma dessas práticas. Diz respeito ao que pode ser chamado de conhecimento sintático da matemática (CARRILO *et al,* 2013; MONTES; CONTRERAS; CARRILLO, 2013).

O domínio do conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK) se configura como outro tipo de conhecimento que constitui o MTSK. O PCK é um tipo de conhecimento próprio para a docência e, neste caso, para a docência em Matemática. Nele podemos perceber três subdomínios que o caracterizam e que evidenciam a sua natureza pedagógica em relação ao conteúdo matemático.

O KMT é relativo aos aspectos teóricos específicos para o ensino. Refere-se ao conhecimento sobre as potencialidades de atividades para o ensino, de recursos e materiais didáticos, incluindo livros didáticos, materiais manipulativos, recursos tecnológicos, quadros interativos, etc. Diz respeito a um conhecimento de diferentes maneiras de representar um conteúdo específico (através de metáforas, situações ou explicações). Este conhecimento pode ser baseado em teorias extraídas da literatura de pesquisa em educação matemática, ou na experiência pessoal dos professores e reflexão sobre sua prática (Ex.: Teorias do ensino de matemática, recursos didáticos (físicos e digitais), estratégias, técnicas, tarefas e exemplos) (CARRILO *et al,* 2013; MONTES; CONTRERAS; CARRILLO, 2013).

O KFLM diz respeito ao conhecimento relativo à compreensão do professor em como os alunos pensam e constroem conhecimento frente às atividades e tarefas matemáticas. Refere-se ao conhecimento de estilos de aprendizagem e diferentes formas de perceber os traços inerentes a determinados conteúdos Este subdomínio engloba o conhecimento associado a características inerentes à aprendizagem matemática, colocando o foco no conteúdo matemático e não no aluno. As principais fontes de conhecimento dos professores neste subdomínio são fornecidas pela Educação Matemática (Ex.: Teorias da aprendizagem matemática, pontos fortes e fracos em aprender matemática, maneiras de os alunos interagirem com conteúdo matemático, aspectos emocionais da aprendizagem da matemática) (CARRILO *et al,* 2013; MONTES; CONTRERAS; CARRILLO, 2013).

O KMLS é o conhecimento relativo aos padrões de aprendizagem que qualquer instrumento concebido para medir o nível de habilidade dos estudantes na compreensão, construção e utilização de matemática, e que pode ser aplicado em qualquer estágio específico de escolaridade. Refere-se às especificações curriculares (oficiais e não oficiais), literatura de pesquisa, sequenciamento dos conteúdos, conhecimento das competências, habilidades, objetivos educacionais referentes aos conteúdos matemáticos (Ex.: resultados de aprendizagem esperados, nível esperado de desenvolvimento conceitual ou processual, sequenciamento de tópicos) (CARRILO *et al,* 2013; MONTES; CONTRERAS; CARRILLO, 2013).

E no centro do modelo teórico de Carrillo *et al* (2013), temos, em relação ao MK, as crenças sobre Matemática: crenças (conscientes ou inconscientes) relativas aos sentidos das ações sobre Matemática e permeia todo o MK. Refere-se àquilo que o professor acredita sobre Matemática como uma ciência ou disciplina. E, em relação ao PCK, as crenças sobre ensino e aprendizagem de Matemática: crenças (conscientes ou inconscientes) referentes ao ensino e à aprendizagem de Matemática, à maneira que as o professor ensina, a maneira que os alunos aprendem, e permeia todo o PCK. Segundo Escudero-Ávila (2015), o grupo SIDM não considera diferença entre crenças e concepções. Portanto, assumimos essa interpretação de sinônimos.

Sobre as especificidades destas crenças ou concepções, Carrillo e Contreras (1995) apresentam um modelo de categorias e indicadores para análise das concepções dos professores de Matemática e seu ensino. Por um lado, em relação às concepções sobre Matemática eles apontam três tendências: concepção instrumentalista da matemática, concepção platônica e concepção de resolução de problemas. Por outro lado, em relação às concepções sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática eles distinguem quatro tendências: tradicional, tecnológica, espontânea e investigativa.

3 Metodologia da pesquisa

A metodologia está centrada na abordagem qualitativa do tipo pesquisa exploratória (SANTOS FILHO; GAMBOA, 2007; FIORENTINI; LORENZATO, 2012; BOGDAN; BIKLEN, 1994). Como encaminhamento metodológico e de análise, desenvolvemos esta pesquisa com 4 (quatro) colaboradores que construíram sequências didáticas investigativas durante a sua formação inicial no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins – Câmpus de Arraias - nas disciplinas de Didática da Matemática e Laboratório de Ensino de Matemática I e II.

O material empírico analisado foi produzido e organizado a partir de dois instrumentos: (a) relatórios com as Sequências Didáticas Investigativas construídas; (b) questionário. As análises foram organizadas por meio de categorias mistas, obtidas a partir do confronto entre o embasamento teórico e os registros dos materiais extraídos no campo da pesquisa. Utilizamos o método de Análise de Conteúdo (MORAES, 1999; BARDIN, 2016) para a realização das análises do material empírico.

4 Análises e Resultados

Nesse movimento de Análise de Conteúdo estabelecemos focos para orientar as análises. Organizamos em 4 (quatro) unidades de contextos gerais (UC1 – Título; UC2 – Resumo; UC3 – Introdução; UC4 – Conclusão) e 9 (nove) unidades de contextos específicas (UC5 – Escolha do conteúdo e análise do currículo; UC6 – Escola e estudo do Material Didático (MD); UC7 – Análise de livros didáticos; UC8 – Estudo do conteúdo matemático; UC9 – Análise epistemológica e histórica do conteúdo matemático; UC10 – Estudo da tendência, teoria ou abordagem de Educação Matemática; UC11 – Construção, Reprodução e/ou exploração do Material Didático; UC12 – Discussão sobre SD; UC13 – Organização e estruturação da SD), totalizando treze focos de análise.

Estes focos de análise são os elementos fundantes para a nossa obtenção de informações e interpretação das UC e UR, a partir dos excertos e das relações entre eles, objetivando a construção de categorias de análise. Estas, por um lado, emergiram desses movimentos de Análise de Conteúdo e, por outro lado, como já mencionamos anteriormente, já foram construídas a partir das discussões teóricas que fizemos nos capítulos anteriores.

Nossa organização em relação às UC se deu desta forma e as categorias de análise e subcategorias (ou Unidades Temáticas) foram organizadas conforme Quadro 1. Para o processo de categorização utilizamos o *software* webQDA (*Qualitative Data Analysis*), pois ele nos permitiu organizar e sistematizar as UR destacadas no processo de unitarização.

Com isso podemos perceber como organizamos nossas análises e interpretação dos relatórios e dos questionários. Ou seja, partimos da unitarização e chegamos na categorização. As Unidades de Contextos são constituídas de Unidades de Registros. Estas Unidades de Registros foram interpretadas a partir das nossas categorias. Isto é, cada Unidade de Registro foi direcionada a uma única subcategoria (ver Quadro 1).

Quadro 1 - Quantidade de referências e fontes por categoria e subcategoria - Fonte: Adaptado do webQDA.

Categorias	**Subcategorias**	**UR**	**Fontes**
MK - Conhecimento Matemático	KoT - Conhecimento de Tópicos Matemáticos	92	4
	kSM - Conhecimento da Estrutura Matemática	0	0
	KPM - Conhecimento de Práticas em Matemática	0	0
PCK - Conhecimento Pedagógico do Conteúdo	KMT - Conhecimento de Ensino de Matemática	136	8
	KFLM - Conhecimentos das Características da Aprendizagem de Matemática	13	5
	KMLS - Conhecimento dos Parâmetros de Aprendizagem da Matemática	56	4

Crenças	BM - Crenças sobre Matemática	7	4
	BMTL - Crenças sobre Ensino e Aprendizagem de Matemática	20	4
Conhecimento de PCC e PCSDI como processo formativo	Conhecimento formativo pela Reflexão	35	8
	Conhecimento formativo pela Pesquisa	34	7
	Conhecimento formativo pela Proposição.	39	8
Conhecimento sobre elaboração de SDI como processo de pesquisa	Conhecimento pela pesquisa para a futura prática	25	7
	Conhecimento pela pesquisa em fontes básicas para a docência	22	5
	Conhecimento pela pesquisa sobre SD	17	4
TOTAL		496	8

Na tese apresentamos outros elementos que ilustram algumas características da análise realizada, informando mapa densidade da UR distribuídas nas categorias e subcategorias, além de nuvens de palavras mais frequentes.

No entanto, para este capítulo, focamos na análise das 5 categorias: (i) Conhecimento Matemático (MK); (ii) Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK); (iii) Crenças; (iv) Conhecimento de PCC e PCSDI como processo formativo; e (v) Conhecimento sobre elaboração de SDI como processo de pesquisa.

4.1 Conhecimento Matemático (MK)

Este conhecimento é caracterizado pelo conhecimento profundo da disciplina Matemática. Ele se refere ao conhecimento de tópicos matemáticos (KoT), ao conhecimento da estrutura matemática (KSM) e ao conhecimento de práticas matemáticas (KPM), como já foram apresentados em capítulos anteriores. Com base no sistema de unitarização e categorização explicitado anteriormente, codificamos 92 UR relativas ao KoT e nenhuma UR em relação ao KSM e KPM (ver Quadro 1).

Nossa hipótese que justifica a não codificação de UR em KSM e KPM é que o PCSDI foi desenvolvido em disciplinas de Educação Matemática e que suas ementas e conteúdos estavam direcionados para teorias de ensino e aprendizagem em detrimento de discussões mais aprofundadas sobre o conteúdo matemático em si. Ousamos a dizer que se, por exemplo, o PCSDI tivesse sido desenvolvido em disciplinas específicas de Matemática do curso de Licenciatura em Matemática, tais como: Geometria Euclidiana Plana, Geometria Euclidiana Espacial, Álgebra Linear, Matemática Financeira, disciplinas de Matemática Básica e seus fundamentos, entre outras, elementos do KSM e KPM teriam aparecidos consideravelmente. Outro argumento que apresentamos e interpretamos desta não aparição do KSM e KPM é que o PCSDI analisado não foi desenvolvido com base no MTSK. Estamos usando o MTSK para analisar os conhecimentos profissionais mobilizados pelos professores em processo de formação inicial por entender que ele nos permite compreender elementos fundamentais para alcançar os objetivos desta investigação.

Tomamos estas interpretações necessárias para este caso. E, agora, partimos para uma análise mais detalhada, então, das UR do KoT. Para isso, traçamos duas estratégias para evidenciar os conhecimentos mobilizados no PCSDI. A primeira diz respeito a um recorte de UR codificada de tal forma que nos permita evidenciar a mobilização do KoT, uma vez que não consideramos necessário analisar as 92 UR, pois não temos o objetivo de categorizar e entender a natureza, as relações, a gênese, desses conhecimentos, mas apenas identificar e evidenciar a mobilização do KoT que foi proporcionada pela elaboração de SDI durante o PCSDI. A segunda estratégia se refere a uma ilustração e exploração das 100 palavras mais frequentes em relação às 92 UR do KoT. Para isso, utilizamos um novo recorte com destaque às 10 palavras mais frequentes no sentido de entender os elementos que expressam seus significados no contexto da UR codificada. Realizamos este mesmo procedimento para as demais categorias de análise.

Organizamos as interpretações das codificações dos 4 (quatro) colaboradores da pesquisa com base nas seguintes referências: P1 – Almeida (2018); P2 – Costa (2018); P3 – Moura (2018); e P4 – Queiroz (2017). Para este capítulo não destacamos as cores informadas a cada colaborador. Como nosso espaço não nos permite apresentar os excertos e as codificações, apresentaremos apenas as nossas inferências após as codificações das UR de cada colaborador.

No que tange a nossa interpretação da codificação do "KoT - Conhecimento de Tópicos Matemáticos" por Almeida (2018), como destacamos anteriormente, não existe conhecimento correto ou errado. Interpretamos que Almeida mobilizou conhecimentos matemático (PK) e, particularmente, conhecimento de tópicos matemáticos (KoT) expressos por conhecimento de procedimentos e fenomenologia relativos a frações, conhecimento de procedimentos e fenomenologia relativos a números racionais, conhecimento sobre definição, propriedades e fundamentos de frações, conhecimento sobre definição, propriedades e fundamentos de números racionais.

Das 14 UR, 9 foram extraídas da UC 9 que diz respeito ao momento que Almeida realiza análise epistemológica e histórica sobre o conteúdo matemático fração. Neste momento do PCSDI Almeida mobiliza conhecimentos matemáticos sobre o conteúdo de Frações, juntamente com a UC8 que trata do estudo do conteúdo matemático.

Costa também mobiliza conhecimento matemático. O conhecimento de tópicos matemáticos (KoT) é expresso pela nossa interpretação das UR vinculadas, principalmente, à UC8 que trata do estudo do conteúdo matemático.

Interpretamos que Costa (20018) mobilizou conhecimento: de procedimentos e fenomenologia relativos a Geometria; de procedimentos e fenomenologia relativos ao cálculo de área de figuras planas; sobre definição, propriedades e fundamentos de figuras planas; sobre definição, propriedades e fundamentos de paralelogramo; sobre definição, propriedades e fundamentos de quadrilátero; sobre definição, propriedades e fundamentos de retângulo, trapézio, triângulos. Estes conhecimentos referem-se ao KoT mobilizados por Costa durante o PCSDI.

Moura mobilizou conhecimentos de tópicos matemáticos (KoT) registrados na UC8 que orienta o estudo do conteúdo matemático a ser ensinado. Interpretamos que Moura mobilizou conhecimentos: de procedimentos e fenomenologia relativos a área do retângulo, a área do quadrado, a área como conceito matemático, a Geometria, ao cálculo de área de figuras planas; sobre definição, propriedades e fundamentos de área e perímetro, figuras geométricas, Geometria, polígono, quadriláteros, retângulo, triângulos, quadriláteros.

Queiroz mobilizou conhecimentos de tópicos matemáticos (KoT) registrados na UC8 quando ele precisou realizar o estudo do conteúdo matemático, mas o KoT foi mobilizado, principalmente, na UC9 quando ele realizou análise epistemológica e histórica do conteúdo matemático.

Interpretamos que Queiroz mobilizou KoT sobre: elementos e fundamentos de Geometria; procedimentos e fenomenologia relativos a área de figuras planas, Geometria, simetria, conceito de distância; definição, propriedades e fundamentos de ângulo, área e perímetro de figuras planas, diagonais de polígonos, paralelogramo, perímetro, perpendicularidade, poliedros, polígono, quadriláteros, simetria, trapézio, triângulos, Teorema de Pick e outros elementos de Geometria.

4.2 Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK)

O PCK é um tipo de conhecimento próprio para o ensino e complementar ao MK. Este tipo de conhecimento é centrado no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. O PCK é caracterizado pelo conhecimento de ensino de matemática (KMT), conhecimento de aprendizagem matemática (KFLM) e conhecimento dos parâmetros de aprendizagem matemática (KMLS).

Almeida mobilizou KMT em várias UC, principalmente na UC10 que trata do momento de estudo da tendência, teoria ou abordagem em Educação Matemática. Este momento, como explicamos, refere-se tanto a um momento específico do PCSDI como à disciplina ou componente que está sendo estudada pelos professores em formação.

No caso desta investigação, como já informamos, os 4 relatórios foram produzidos durante as disciplinas de Didática da Matemática e Laboratório de Ensino de Matemática do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Arraias. Ou seja, por mais que o PCSDI especifique a UC10 como um dos momentos que antecedem a construção da SDI em si, ele é desenvolvido durante todo o PCSDI que é vivenciado numa disciplina ou componente curricular específica.

Almeida mobilizou KMT sobre: estratégias e técnicas de ensino de frações, recursos materiais (livro didático, material didático: Disco de Frações), estratégias, técnicas e tarefas de ensino de geometria, estratégias e técnicas de ensino de frações com a utilização do material didático Disco de Frações, estratégias e técnicas de ensino de matemática.

Organizamos a nossa interpretação da codificação da UR que evidencia o KMT mobilizado por Costa. O conhecimento de ensino de matemática foi mobilizado em várias UC. Destacamos a UC6, UC7 e UC 10 que tratam, respectivamente, da escolha e estudo do Material Didático (MD), da Análise de livros didáticos, do estudo da tendência, teoria ou abordagem em Educação Matemática. Estas UC são, exatamente, os momentos necessários para a elaboração da SDI.

Costa mobilizou KMT sobre: estratégias, técnicas e tarefas de ensino de geometria, recursos materiais (livro didático, material didático: Geoplano), teorias sobre o ensino, estratégias e técnicas de ensino, estratégias e técnicas de ensino de geometria com a utilização de materiais didáticos.

Moura, assim como Costa, também mobilizou KMT em várias UC. Aqui também a UC10 - estudo da tendência, teoria ou abordagem em Educação Matemática – foi um contexto que possibilitou esta mobilização. Para a construção da SDI é necessário estudos sobre aspectos teóricos que justifiquem, expliquem ou contribuem para o ensino do conteúdo que o professor quer ensinar. Estas teorias ou abordagens precisam transitar todo o curso de Licenciatura em Matemática como disciplina ou componente específico ou como orientação de práticas como componentes curriculares que podem ser implementadas na maioria das disciplinas do curso.

Moura mobilizou KMT sobre: teorias sobre o ensino de geometria, teorias sobre o ensino, estratégias e técnicas de ensino, recursos materiais. Estes conhecimentos são desenvolvidos durantes os estudos e discussões sobre as teorias e/ou abordagens de Educação Matemática.

Queiroz também mobilizou conhecimento de Ensino de Matemática durante o PCSDI. As diferentes UC evidenciam que o KMT é um tipo de conhecimento evidenciado em vários momentos do PCSDI. Tanto durante a escolha e estudo do Material Didático (UC6), como durante o estudo do conteúdo matemático (UC8), o KMT foi mobilizado por Queiroz.

Queiroz mobilizou KMT sobre: estratégias e técnicas de ensino de geometria, recursos materiais (material didático: Geoplano), estratégias, técnicas e tarefas de ensino de geometria, estratégias e técnicas de ensino de geometria com a utilização de materiais didáticos, teorias sobre o ensino, estratégias e técnicas de ensino, teorias sobre o ensino de geometria.

O KFLM foi mobilizado por Almeida, Costa, Moura e Queiroz. Eles mobilizaram conhecimentos sobre: as formas de interação com o conteúdo matemático e sobre interesses e expetativas dos alunos, fortalezas e dificuldades na aprendizagem de Matemática, interação com o conteúdo matemático frações, fortalezas e dificuldades sobre a aprendizagem de geometria, teorias de aprendizagem. Aqui destacamos que, como o PCSDI é um processo formativo e investigativo no âmbito da Educação Matemática em contexto de formação de professores, em todos os momentos a preocupação, os estudos, as reflexões, as discussões e o pensamento do professor em formação que está elaborando a SDI são voltadas para os processos de ensino e de aprendizagens de Matemática. Assim, teorias de ensino e/ou orientações teóricas advindas as pesquisas em Educação Matemática serão sempre mobilizadas pelos professores em formação e seus formadores.

Destacamos a nossa interpretação da codificação sobre as UC que evidenciam a mobilização do KMLS por Almeida. Durante o PCSDI estudar sobre aspectos relativos às expectativas de aprendizagens dos estudantes da Educação Básica e, principalmente, do ano ou série escolhida para um possível desenvolvimento da SDI, é condição necessária para a construção da própria SDI. Assim como as teorias de ensino (KTM) orientam as atividades e tarefas a serem construídas, as teorias de aprendizagens, bem como as orientações teóricas oriundas de pesquisas em Educação e Educação Matemática também contribuem para a elaboração da SDI.

Almeida mobilizou KMLS sobre: sequenciamento do conteúdo de frações e de expectativas de aprendizagem de frações, especificações curriculares presentes em referenciais curriculares sobre frações. Destacamos a UC5 que trata da escolha do conteúdo e análise do currículo. Este momento é fundamental para o desenvolvimento da SDI. Toda SDI precisa definir que conteúdos pretende tratar. E a escolha deste conteúdo está diretamente relacionada com o currículo e a série ou ano que o conteúdo escolhido está previsto a ser ensinado.

Costa também mobilizou KMLS. Neste caso, a UC5 que trata da escolha do conteúdo e análise do currículo foi fundamental para essa mobilização de conhecimentos dos parâmetros de aprendizagem matemática. É neste momento que o professor realiza estudos, análise e discussão sobre os parâmetros curriculares nacionais, os referenciais curriculares estaduais, a recente aprovada Base Nacional Comum Curricular, e demais documentos que orientam o professor sobre o currículo e os conteúdos a serem ensinados.

Costa mobilizou KMLS sobre: parâmetros curriculares nacionais, especificações curriculares presentes em referenciais curriculares e de competências e habilidades previstas nestes referenciais, parâmetros curriculares nacionais sobre geometria, expectativas de aprendizagem de geometria, sequenciamento do conteúdo de geometria, referenciais curriculares sobre geometria, expectativas de aprendizagens previstas em parâmetros curriculares nacionais.

Evidenciamos o KMLS mobilizado por Moura durante o PCSDI. Mais uma vez a UC5 - Escolha do conteúdo e análise do currículo – foi fundamental para essa mobilização. Isto é, durante o PCSDI torna-se imprescindível a realização da análise do currículo com base no conteúdo matemático a ser ensinado e abordado na SDI.

Moura mobilizou KMLS sobre: especificações curriculares presentes em referenciais curriculares, competências e habilidades previstas nestes referenciais, expectativas de aprendizagens previstas em referenciais curriculares sobre aprendizagem de geometria, parâmetros curriculares nacionais sobre geometria.

Apresentamos interpretações sobre unidades de contextos que evidenciam o KMLS mobilizado por Queiroz durante o PCSDI. A UC5 também foi o contexto que proporcionou a mobilização de conhecimentos relativos aos parâmetros de aprendizagem de Matemática na Educação Básica.

Queiroz mobilizou KMLS sobre: conteúdos de geometria a serem aprendidos, sequenciação com temas anteriores e posteriores relativos a aprendizagem de geometria, especificações curriculares presentes em referenciais curriculares, expectativas de aprendizagens previstas em parâmetros curriculares nacionais sobre geometria, habilidades esperadas na aprendizagem de geometria, parâmetros curriculares nacionais sobre geometria.

4.3 Crenças sobre Matemática e sobre o ensino e aprendizagem de Matemática

As crenças ou concepções os modos de os professores concebem e acreditam em relação, por um lado, à Matemática e, por outro lado, ao ensino e aprendizagem de Matemática. Estas concepções influenciam na maneira de se relacionar tanto com o MK como com o PCK.

Evidenciamos a nossa interpretação relativa às crenças sobre Matemática manifestadas por Almeida, Costa, Moura e Queiroz. Almeida manifesta um pensamento que remete as suas crenças sobre Matemática como resolução de problemas e como uma ciência instrumentalista. Costa também manifesta sua concepção de Matemática como ciência instrumentalista e que possui pré-requisitos. Para ele, é condição necessária o professor em formação adquirir conhecimentos profundos de Geometria para que ele possa ensinar Geometria na Educação Básica.

Moura releva uma concepção instrumentalista e ver o curso de Licenciatura em Matemática como um lócus para aprofundamento de conhecimentos de Matemática, e não remete à necessidade de o referido curso focar e desenvolver conhecimentos profissional voltados para o professor de Matemática que atuará na Educação Básica. Por último, Queiroz relaciona sua crença com um sentimento de medo que as pessoas têm sobre a Matemática.

Apresentamos nossa interpretação da codificação que evidencia crenças sobre ensino e aprendizagem manifestadas por Almeida e Costa. Almeida relaciona a importância da utilização de materiais didáticos no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, além de acreditar que a Educação Matemática contribui para a formação do professor de Matemática.

Destacamos nossa interpretação sobre as crenças manifestadas por Moura em relação ao ensino e aprendizagem de Matemática. Moura destaca em várias UC sua concepção de aprendizagem matemática com significado, que o conhecimento matemático é produto de interações humanas, que ensinar significa construções condições para que os alunos aprendam, e que a aprendizagem depende muito do engajamento pessoal e intelectual do aluno em relação as tarefas propostas pelo professor.

Ainda em relação às crenças manifestadas por Moura, ela acredita que a utilização de materiais didáticos contribui para a aprendizagem de conteúdos matemáticos, diferentemente do que ocorre no "método tradicional" de ensino. Este, para ela, não possibilita que os professores consigam ensinar matemática de tal forma que os estudantes aprendam.

Evidenciamos as crenças sobre ensino e aprendizagem de Matemática manifestadas por Queiroz. Ele acredita que a Geometria está presente no nosso cotidiano. Acredita na necessidade de o professor estabelecer relações com as figuras presentes no cotidiano e com as definições matemáticas destas figuras. E afirma que se isso não ocorrer não haverá ensino. Ou seja, ele acredita numa matemática realista, que pode ser pensada, utilizada e acessada por qualquer pessoa, pois ela está presente no nosso dia a dia. Queiroz acredita que a utilização de materiais didáticos concretos e manipuláveis podem melhorar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática e que sua não utilização torna a Matemática e, particularmente, a Geometria, desinteressante para os alunos.

Ainda sobre as crenças manifestadas por Queiroz sobre o ensino e aprendizagem de Matemática, interpretamos que ele acredita que o professor precisa conhecer e utilizar o Geoplano para ensinar Geometria, mas com a condição necessária de que ele precisa ter domínio sobre o próprio material didático e sobre os conteúdos matemáticos que ele quer ensinar.

Assim, considerando as nossas interpretações e inferências sobre as crenças de Almeida, Costa, Moura e Queiroz sobre Matemática e sobre o ensino e aprendizagem de Matemática, podemos perceber que o PCSDI coloca em jogo essas concepções, uma vez que os professores em formação estarão, constantemente, pensando e construindo conhecimentos sobre como ensinar determinados conteúdos e como os estudantes aprendem estes conteúdos. Portanto, a Matemática aqui tratada é uma Matemática voltada para o ensino e aprendizagem na Educação Básica.

4.4 Conhecimento de PCC e PCSDI como processo formativo

O conhecimento de Prática como Componente Curricular (PCC) e do Processo de Construção de Sequência Didática Investigativa (PCSDI) como processo formativo coloca o foco na formação do professor para a Educação Básica. Configura-se como uma categoria de conhecimento que pode ser desenvolvido durante todo o curso de Licenciatura em Matemática, em articulação com os demais conhecimentos profissionais voltados para a docência na Educação Básica. Este conhecimento de PCC e PCSDI como processo formativo é constituído de três subcategorias: conhecimento formativo pela reflexão, conhecimento formativo pela pesquisa, conhecimento formativo pela proposição.

O desenvolvimento do conhecimento formativo pela reflexão é mobilizado quando os professores pensam sobre, refletem sobre, elaboram questionamentos e perguntas reflexivas sobre aspectos inerentes aos processos de ensino e aprendizagem de Matemática durante o PCSDI.

O conhecimento formativo pela pesquisa é mobilizado durante todo o PCSDI, nos seus diferentes momentos. Cada momento do PCSDI (análise do currículo, análise do livro didático, estudo sobre o material didático escolhido, estudo sobre o conteúdo matemático, estudo sobre o desenvolvimento histórico do conteúdo matemático, estudo sobre a teoria ou abordagem de Educação Matemática que fundamenta a SDI que está sendo construída, bem como as próprias atividades, tarefas e perguntas investigativas) é constituído como processo de pesquisa. Isso é, a todo momento os professores em formação estão realizando pesquisas em diferentes fontes, principalmente nas fontes básicas para pesquisa do professor (artigos em revistas, artigos em anais de eventos, teses, dissertações, livros e capítulos). Estas buscas constantes contribuem para a elaboração de SDI.

O conhecimento formativo pela proposição é mobilizado pelos professores em formação quando eles buscam construir propostas de SDI para o ensino e a aprendizagem de Matemática na Educação Básica. Quanto mais PCSDI desenvolvido em diversas disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática, mais este conhecimento formativo pela proposição é mobilizado pelos professores em formação.

Almeida mobilizou conhecimento de PCC e PCSDI como processo formativo, particularmente pautados em conhecimentos formativos pela reflexão como aluna se tivesse que resolver as atividades construídas, realizando as atividades, elaborando possíveis perguntas que os alunos fariam e pensando como responderia essas perguntas como professora. Também mobilizou conhecimento formativo pela reflexão sobre a importância da leitura sobre teorias em Didática da Matemática, das discussões em sala de aula e estudo sobre os conceitos relativos ao conhecimento sobre o ensino e aprendizagem de Matemática, intercalando teorias e práticas. Além disso, Almeida mobilizou conhecimento formativo pela reflexão sobre a importância do conteúdo de Frações na Educação Básica, considerando sua complexidade para muitos alunos.

Outros conhecimentos formativos foram mobilizados pela reflexão sobre as leituras e discussões durante a elaboração da SD ao longo da disciplina, pela reflexão sobre como ensinar fração de uma forma prática antes de iniciar os procedimentos técnicos relativos ao cálculo de frações, pela reflexão sobre como proporcionar a compreensão dos conceitos de fração da melhor maneira tanto para o professor como para o aluno.

Outra reflexão proporcionada pelo PCSDI e que Almeida manifestou foi a reflexão sobre sua futura prática como professora, ao ponto de se questionar: que conhecimentos eu quero que eles adquiram? Que conceitos eles precisam dominar, essencialmente? Até onde eles podem chegar manuseando este material? Estas reflexões são inerentes ao PCSDI e o professor em formação precisa constantemente se questionar sobre como ele ensinar determinados conteúdos e como os estudantes poderiam aprender estes conteúdos de tal forma que as discussões teóricas desenvolvidas nas disciplinas de Educação Matemática possam orientar estas reflexões e as possíveis SDI que são construídas nesse processo.

Costa mobilizou conhecimento formativo pela reflexão durante a construção da SD sobre a complexidade de ensinar, sobre as teorias de ensino, e sobre a aprendizagem de Matemática. Também relata que ocorreu reflexões de sua parte durante a participação em um Programa de Monitoria sobre implicações das teorias de ensino e aprendizagem discutidas nas disciplinas.

Outras reflexões formativas foram mobilizadas quando ele se questionava durante a elaboração de sequência didática: "Quais são as preocupações que o professor precisa tomar ao produzir uma sequência didática? O professor tem flexibilidade para criar/construir as atividades como ele deseja ou precisa seguir alguns aspectos pré-determinados? O processo de construção da sequência didática (SD) deve envolver apenas quem a produz ou pode utilizar o processo de construção da sequência didática como o método de ensino orientado pelo próprio professor, no qual o aluno estuda e pensa para formular as atividades? Quais são os equívocos cometidos na hora de produzir uma SD?"

Percebemos que o processo de reflexão, de pensar sobre sua formação, sobre os processos de ensino e de aprendizagem ocorreu durante o PCSDI. Costa mobilizou conhecimentos reflexivos sobre a importância das discussões sobre o processo de ensino e aprendizagem de Matemática durante as disciplinas do curso. Outras reflexões foram mobilizadas sobre a importância do processo de construção de sequência didática no sentido de perceber que "ensinar é mais complexo do que saber, ter um giz, um quadro e um ouvindo".

O PCSDI mobiliza conhecimentos formativos pela reflexão sobre a necessidade de se pensar em meios para melhorar o processo de ensino e de aprendizagem de Matemática. Além disso, pensar sobre como os alunos se comportam quando desenvolvem as atividades das sequências didáticas foram reflexões constantes de Costa. Ele mobilizou conhecimentos formativos pela reflexão sobre a necessidade de tomar como base as orientações teóricas de pesquisas sobre a utilização de materiais didáticos, bem como de orientações oriundas de documentos oficiais e governamentais.

Costa também mobilizou conhecimento formativo pela reflexão sempre que estava pensando sobre a elaboração de sequência didática, considerando a necessidade de sistematizar aulas com a utilização de materiais didáticos e o estabelecimento de relações com os conceitos matemáticos a serem ensinados. Esta reflexão sobre a utilização de materiais didáticos e jogos no ensino de Matemática com base em pesquisas e orientações teóricas constituíram o PCSDI desenvolvido por Costa.

Costa mobilizou conhecimentos formativos pela reflexão sobre a utilização do material didático, principalmente quando ele se questionava: o que seria um MD? Para que serve? Quando devemos usar? Por que usar? Estas reflexões contribuíram diretamente para a constituição de outras reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem de Matemática a partir dos estudos nas disciplinas de Educação Matemática e de Estágio Curricular Supervisionado do Curso.

Conforme Costa, o PCSDI contribuiu para ele refletir sobre o processo de ensino e aprendizagem em Matemática em detrimento das reflexões sobre a matemática especifica, despertando o interesse pelo ato de ensinar que, até então, não era o seu objetivo. Além disso, o PCSDI proporcionou reflexão sobre os resultados obtidos com a elaboração da proposta de sequência didática, que refletiram sobre problemas que envolvem o ensino e a aprendizagem de Matemática proporcionada por meio de leituras e experiências nos Estágios Curriculares Supervisionados.

Destacamos nossa interpretação da codificação que evidencia conhecimento formativo pela reflexão mobilizados por Moura. Ela destaca reflexão durante a construção da SD com perguntas do tipo: para que sujeito essa SD é destinada? Para quantos alunos? É conveniente o uso de uma SD? Como vou desenvolver essa SD? O uso da SD para tal conteúdo é facilitador ou complicador para o processo ensino e aprendizagem? Como devo desenvolver a SD? Outras reflexões ocorreram durante o planejamento de SD, tais como: Qual é o objetivo da minha SD? Para quem? Por quê? Como faço isso? Que referencias que eu tenho? Que metodologias eu vou tomar como referências? Quanto tempo? Que recursos (serão necessários) eu vou usar? Estes questionamentos revelam o caráter reflexivo, investigativo e formativo do PCSID.

O conhecimento formativo pela reflexão mobilizado por Moura, evidenciados nas UR codificadas, revelam mobilização de reflexão sobre os conhecimentos básicos sobre os alunos que os professores precisam ter, reflexão sobre a importância das disciplinas de Educação Matemática e dos Estágios Curriculares Supervisionados no sentido de despertar o interesse sobre problemas relativos aos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática desenvolvidas ao longo do curso, reflexão sobre a importância de o professor pensar sobre a utilização de material didático antes mesmos de utilizá-lo.

Além disso, as UR destacadas colocam em evidência que Moura mobilizou conhecimento formativo pela reflexão sobre a importância de utilizar materiais didáticos nas aulas de Matemática, tornando estas inovadoras, considerando aspectos da visualização, manipulação e ludicidade. Reflexão sobre a missão dos educadores e a importância de utilizar metodologias de forma consciente teoricamente. Reflexão sobre a necessidade de melhorar a relação entre professor e aluno com indagação do tipo: "Mas afinal, como podemos melhorar e enriquecer nossa relação com os alunos, de maneira que nossa tarefa profissional, como professores e educadores, seja mais eficaz?".

O PCSDI analisado destaca que Moura mobilizou conhecimento formativo pela reflexão sobre: a utilização de materiais didáticos no sentido de entender que eles não substituem o professor, nem é garantia de um bom ensino e nem que vai ocorrer aprendizagem; as dificuldades que os professores têm em utilizar materiais didáticos em nas aulas de Matemática e o quanto isso poderia ajudar os alunos que tem mais dificuldades; as relações necessárias entre professor e aluno, destacando a necessidade de o professor estabelecer comunicação significativa com os alunos; os tipos de perguntas que o professor precisa fazer, tais como: "Será conveniente ou necessário facilitar a aprendizagem com algum material didático? Com qual? Por quê? Como ele deve ser usado? O planejamento deve ser objetivo, verdadeiro, crítico e comprometido". Estas reflexões constituem um tipo de conhecimento mobilizado durante o PCSDI na formação inicial do professor de Matemática.

Apresentamos nossa interpretação da codificação do "conhecimento formativo pela Reflexão" mobilizado por Queiroz quando ele realiza reflexão sobre a falta de utilização de materiais didáticos no ensino de Matemática por parte dos professores nas escolas da Educação Básica, reflexão sobre a sua realidade como estudante da Educação Básica, considerando que desconhecia qualquer material didático que pudesse ser utilizado para ensinar e aprender Matemática. Considera que o curso proporcionou uma oportunidade para conhecer o Geoplano, além de outros materiais didáticos do Laboratório de Ensino de Matemática, reflexão sobre o desprezo da Geometria na Educação Básica, reflexão sobre pontos importantes após o término da construção da SD.

Almeida mobilizou conhecimento formativo pela pesquisa como processo criativo e como formação de professores pesquisadores, pesquisa como professor formativo e esta pesquisa foi desenvolvida ao longo do semestre durante a disciplina.

Costa mobilizou conhecimento formativo pela pesquisa sobre as contribuições da utilização de sequência didática no ensino e aprendizagem de Matemática, pesquisa sobre autores e obras relacionadas a produção da sequência didática, pesquisa sobre como ensinar um determinado conteúdo de matemática na Educação Básica, pesquisa sobre o material didático escolhido, pesquisa e análise sobre o currículo do ensino fundamental e médio, e pesquisa sobre orientações teóricas voltadas para a utilização de materiais didáticos no ensino e na aprendizagem de Matemática. Estes conhecimentos contribuem para a formação do professor pesquisador de sua própria prática com foco na Educação Básica.

Apresentamos nossa interpretação da codificação do "conhecimento formativo pela pesquisa" mobilizado por Moura. Este conhecimento diz respeito a pesquisa desenvolvida com estudantes da Educação Básica, ao processo de análise das transcrições das gravações por parte de Moura, à sua participação em pesquisas desenvolvidas em Grupo de Estudos e Pesquisas que ela participava, considerando os estudos de como fazer pesquisa em Educação Matemática que ela realizou durante esse processo formativo.

Moura mobilizou conhecimento formativo pela pesquisa sobre: as contribuições da utilização de sequência didática no ensino e aprendizagem de Matemática; como ensinar um determinado conteúdo de matemática na Educação Básica; como utilizar materiais didáticos para ensinar Matemática; o ensino de Geometria no Ensino Médio por meio de sequências didáticas com o auxílio do Geoplano.

Queiroz. Queiroz mobilizou "conhecimento formativo pela pesquisa" sobre: contribuições para a ensino de Matemática na Educação Básica; a prática de ensino na Educação Básica; como relacionar conteúdos matemáticos a ensinar, material didático e a elaboração de atividades de ensino; como usar o livro didático no ensino de Matemática na Educação Básica; o material didático a ser utilizado para ensinar matemática na Educação Básica.

Queiroz mobilizou conhecimento pela pesquisa sobre: orientações teóricas que abordam sobre a história da Geometria; orientações teóricas voltadas para a utilização de materiais didáticos no ensino e na aprendizagem de Matemática; pesquisa que tratam sobre o ensino de Matemática/Geometria na Educação Básica; referencial teórico para a elaboração de sequência didática; referencial teórico que trata de construção de sequência didática; a prática de ensino na Educação Básica.

Almeida mobilizou conhecimento formativo pela proposição de construção de materiais didáticos pelos próprios alunos e professores, proposição de elaboração de perguntas investigativas durante a construção do material didático, proposição de sequência didática para o ensino de fração.

Costa mobilizou conhecimento formativo pela proposição: de sequência didática com a finalidade de desenvolvê-la na Educação Básica; de sequência didática como apoio para o professor em sala de aula; de sequência didática como auxílio para práticas futuras na Educação Básica, com vistas a uma educação humanista e reflexiva; de sequência didática como meio de diagnosticar a aprendizagem dos alunos e traçar estratégias para ensinar os conteúdos matemáticos; de sequência didática como meio de relembrar conteúdos ensinados anteriormente; de sequência didática como possibilidade de sanar déficit de aprendizagem por parte dos alunos; de sequência didática estruturada em atividades, tarefas e perguntas investigativas; de sequência didática para o ensino de Geometria na Educação Básica; de sequência didática para o ensino de Geometria na Educação Básica, organizada em atividades, tarefas e perguntas investigativas.

Moura mobilizou conhecimento formativo pela proposição quando propõe sequência didática como: elemento que contribui para o crescimento profissional; forma mais dinâmica para o ensino de Matemática, considerando a importância do lúdico e da manipulação de materiais didáticos; instrumento que norteia o professor na condução das aulas e no planejamento das intervenções; possibilidade para a utilização de materiais didáticos que pode proporcionar maior concentração, interesse e disposição por parte dos estudantes, para contribuir com a consolidação de conteúdos anteriores e aquisição de novos conteúdos matemáticos, para o ensino de Geometria na Educação Básica, que valorize possíveis conhecimentos prévios dos alunos de tal forma que esses conhecimentos prévios possam nortear os conhecimentos novos, e sequências didáticas estruturas em atividades, objetivos, tarefas, perguntas investigativas.

Moura mobilizou conhecimento formativo pela proposição: com objetivo de contribuir e auxiliar o professor no ensino de figuras planas na Educação Básica por meio do material didático Geoplano; de sequência didática com a utilização de materiais didáticos; de sequência didática com o objetivo de familiarizar o aluno com o ensino e aprendizagem de matemática com o auxílio de materiais didáticos; de sequência didática com propósito de auxiliar o professor na construção de atividades voltadas para o ensino de conteúdos de Geometria; de sequência didática como um conjunto de atividades estruturadas, ordenadas e articuladas, voltadas para o ensino de algum conteúdo matemático na Educação Básica.

4.5 Conhecimento sobre elaboração de SDI como processo de pesquisa

O conhecimento sobre elaboração de SDI como processo de pesquisa coloca o foco na pesquisa do professor voltada para a Educação Básica. Configura-se como uma categoria de conhecimento que pode ser desenvolvido durante todo o curso de Licenciatura em Matemática, em articulação com os demais conhecimentos profissionais voltados para a docência na Educação Básica. Aqui a pesquisa é foco para o professor em formação. Espera-se que ele mobilize conhecimentos que contribuam para sua formação enquanto professor-pesquisador de sua própria prática de sala de aula. Neste caso, como os professores ainda estão em formação inicial, essas pesquisas são voltadas para a sua futura prática em sala de aula.

O Conhecimento sobre elaboração de SDI como processo de pesquisa é constituído de três subcategorias: conhecimento pela pesquisa para a futura prática, conhecimento pela pesquisa em fontes básicas para a docência, conhecimento pela pesquisa sobre SD.

O desenvolvimento conhecimento pela pesquisa para a futura prática é mobilizado quando os professores tomam o PCSDI como processo de pesquisa. Ou seja, para elaborar SDI é necessário vivenciar um processo que relaciona aspectos sobre o estudo do currículo, análise de livro didáticos, estudo histórico e epistemológico do conteúdo, estudo do material didático a ser utilizado, estudo da abordagem ou teoria de Educação Matemática que está fundamentando a proposta, estudo do conteúdo em si, estudo sobre sequência didática, entre outros que envolvem a necessidade de desenvolver pesquisas, buscas, leituras e estudos de outros materiais que fundamentarão a proposta a ser elaborada.

O conhecimento pela pesquisa em fontes básicas para a docência é mobilizado durante a busca constante de material já produzido e publicados em artigos, teses, dissertações, livros, capítulos de livros e que contribuem direta ou indiretamente para a elaboração da SDI que está sendo realizada pelo professor em formação inicial.

O conhecimento pela pesquisa sobre SD é mobilizado pelos professores em formação quando eles buscam conhecer sobre como elaborar uma SD, sobre os tipos de SD, as finalidades, características, estruturas, compreensões, entendimentos e abordagens de SD voltadas para o ensino e aprendizagem de Matemática.

Almeida mobilizou "conhecimento pela pesquisa para a futura prática" como: base para a formação ao longo do curso; meio de elaboração de sequência didática com atividades lúdicas que conduzem os alunos a aprendizagem, ao questionamento e a pesquisa sobre as atividades; tipo de pesquisa que exige tempo e que contribui para a melhoria da futura prática docente; tipo de pesquisa que possibilita a construção de atividades que relacionem conteúdos matemáticos com o material didático escolhido.

Costa mobilizou "conhecimento pela pesquisa para a futura prática": como processo necessário para a elaboração de atividades da SD; durante disciplina do curso de Licenciatura em Matemática; com base em pesquisa sobre e para a prática de ensino de Matemática na Educação Básica; como processo necessário para a elaboração de atividades da SD; durante disciplina do curso de Licenciatura em Matemática; com base em pesquisa sobre e para a prática de ensino de Matemática na Educação Básica; pensando na realidade da Educação Básica; que articula os conteúdos matemáticos a serem ensinados com as atividades; que busca contribuir com o trabalho do professor em sala de aula, pela pesquisa que busca utilizar meios alternativos para aperfeiçoar o processo de ensino e aprendizagem, pela pesquisa que considera as necessidades da aprendizagem dos alunos por parte do professor, pela pesquisa que envolve a construção de atividades, objetivos de ensino, tarefas e perguntas investigativas, pela pesquisa voltada para o ensino de Matemática na Educação Básica.

Moura mobilizou "conhecimento pela pesquisa para a futura prática": como instrumento que norteia o professor na condução das aulas e no planejamento das intervenções; para a futura prática e na prática de ensino de Geometria na Educação Básica; para a futura prática na prática com os estudantes da Educação Básica; que possibilita a elaboração de propostas de novas práticas voltadas para o ensino de Matemática e que pode motivar mais professores a elaborar e utilizar sequências didáticas; que possibilita o desenvolvimento de atividades com estudantes da Educação Básica.

Queiroz mobilizou "conhecimento pela pesquisa para a futura prática": de ensino de figuras planas com o auxílio do material didático Geoplano; que permita o aluno ter engajamento por meio da orientação do professor; para as práticas de outros professores; que contribui para a constituição do professor de Matemática como educador matemático; que possibilita a produção de atividades que diferem do método tradicional de ensino; que possibilita entender o papel do professor como educador e que incentiva a realização de outras pesquisas futuras.

Almeida, Costa, Moura e Queiroz mobilizaram "conhecimento pela pesquisa em fontes básicas para a docência" quando realizaram pesquisa bibliográfica em sites que abordam o contexto histórico da Matemática e consequentemente o conteúdo de Geometria pela pesquisa: em dissertações de mestrado; em diversas fontes que contribuem para a construção das atividades; em diversas fontes voltadas para a elaboração da sequência didática; em livros didáticos e na internet; em livros didáticos utilizados na escola da Educação Básica e de outros trabalhos publicados em revistas e anais de eventos; no Referencial Curricular do Estado com relação ao conteúdo de frações; em tese de doutorado; na internet e em sites escolares; sobre como elaborar sequência didática; sobre o que é sequência didática.

Queiroz, Moura e Costa mobilizaram "conhecimento pela pesquisa sobre SD" quando: relataram sobre a importância das perguntas investigativas; entenderam a necessidade da criatividade durante a elaboração e o desenvolvimento de sequência didática por parte do professor e da importância das perguntas investigativas; perceberam a necessidade da realização de indagações, perguntas e provocações por parte do professor; entenderam a necessidade de criação de perguntas investigativas por parte do professor; elaboraram sequência didática por meio de atividades, objetivos, tarefas e perguntas investigativas; perceberam que o professor precisa ter sempre um foco e objetivo a ser alcançado com a sequência didática construída e que as atividades venham, consequentemente, contribuir para o aprendizado dos alunos; estudaram, teoricamente, sobre o que é sequência didática; realizaram construção de atividades que possam provocar reflexão, ação e aprendizagem de Matemática por parte do aluno.

Retomamos aqui o nosso problema de pesquisa: Que conhecimentos profissionais os professores de Matemática em processo de formação inicial mobilizam quando constroem Sequências Didáticas Investigativas? Após as descrições, as análises e interpretações apresentadas, compreendemos que os conhecimentos profissionais mobilizados durante a construção de Sequências Didáticas Investigativas pelos professores de Matemática em processo de formação inicial podem ser constituídos de: conhecimento matemático (Conhecimento de Tópicos Matemáticos), Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (conhecimento de Ensino de Matemática, conhecimentos das Características da Aprendizagem de Matemática, Conhecimento dos Parâmetros de Aprendizagem da Matemática), Crenças (sobre Matemática e sobre ensino e aprendizagem de Matemática), conhecimento de PCC e PCSDI como processo formativo (conhecimento formativo pela Reflexão, conhecimento formativo pela pesquisa, conhecimento formativo pela proposição), conhecimento sobre elaboração de SDI como processo de pesquisa (conhecimento pela pesquisa para a futura prática, conhecimento pela pesquisa em fontes básicas para a docência, conhecimento pela pesquisa sobre SD).

5 Conclusão

As contribuições desta pesquisa para as licenciaturas em Matemática vão ao encontro de orientações, compreensões, sugestões e recomendações de um tipo de prática como componente curricular que pode ser (ou melhor, necessita ser) desenvolvida desde o início do curso por parte dos professores em formação. Isso requer que tanto a escola de formação (Instituição formadora) como os próprios formadores de professores implementem o PCSDI nas diversas disciplinas de um curso de Licenciatura em Matemática, independentemente da área de conhecimentos que a fundamenta (Matemática, Educação, Educação Matemática).

Esperamos que esta investigação contribua para a formação inicial do professor de Matemática tanto no que diz respeito ao entendimento sobre os conhecimentos mobilizados pelos professores quando eles são colocados para desenvolver o PCSDI, como no âmbito do entendimento de que Licenciatura em Matemática precisa ser organizada de tal forma que o objetivo comum a todas as disciplinas e componentes seja a formação do professor de Matemática para a Educação Básica. Isto é, que o PCSDI seja apenas um tipo de PCC que pode ser desenvolvido durante a Licenciatura em Matemática e que os cursos de licenciatura (seus formadores, os professores em formação, a instituição formadora) possam refletir e implementar processos formativos que coloquem o professor em formação em constante aprendizagem sobre conhecimentos que são inerentes à atuação do professor de Matemática na Educação Básica.

Com relação ao formador de professores que ensinam Matemática e, particularmente, ao formador de professores de Matemática, consideramos que este possa (re)pensar sempre sobre sua prática no sentido de entendê-la como uma prática que deve ser voltada, em todos os sentidos, para a formação do professor de Matemática que vai exercer a docência na Educação Básica. Isto é, que sua prática no sentido mais amplo da palavra, e com relação ao que ele pratica na licenciatura, seja no âmbito do ensino, da pesquisa ou da extensão, esteja voltada para formar o professor de Matemática para a Educação Básica.

Como implicações desta pesquisa para investigações futuras destacamos a necessidade de mais discussões teóricas sobre o PCSDI e o PDSDI. Além deste aspecto teórico, que carece de mais investigações, também destacamos a necessidade de futuras pesquisas que tomem o PDSDI como objeto de estudo e investigação. Ou seja, que coloquem em prática na formação de professores tanto o planejamento como o desenvolvimento de SDI com estuantes da Educação Básica e na própria Educação Básica.

Consideramos que os desdobramentos são muitos porque entendemos que esse tema, que trata dos conhecimentos mobilizados pelos professores em formação quando eles constroem SDI, necessita de mais investigações e aprofundamento. Elaborar SDI não é uma tarefa simples. Necessita de muitos estudos, discussões, criatividade por parte do professor que a elabora, conhecimentos, reflexões e pesquisas também.

Talvez novas perguntas e novos focos sejam necessários de se investigar. Por exemplo: que conhecimentos são mobilizados pelos professores em formação inicial durante o PDSDI? E durante a formação continuada com alunos e em contexto de trabalho por parte do professor em formação? E se o PCSDI fosse desenvolvido em disciplinas de Matemática (Ex.: Geometria Plana, Espacial, Analítica, Matemáticas Básicas, Álgebra Linear, Estruturas Algébricas, Probabilidade, Estatística)? E em disciplinas de Educação (Fundamentos, Psicologia, Currículo, Didática, Metodologia da Pesquisa)?

REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **Análise de conteúdo.** 3ª Reimp. Tradução Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo, Edições 70, 2016.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução a teoria e aos métodos. Porto: Porte Editora, 1994.

CARRILLO, J., CONTRERAS, L. C. Un modelo de categorias e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la Matemática y su Enseñanza. **Educación Matemática**, v. 7, n. 3, p. 79-92, 1995.

CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; CONTRERAS, L. C.; MUÑOZ-CATALÁN, M. C. Determining Specialized Knowledge for Mathematics Teaching. In: UBUZ, B.; HASER, C.; MARIOTTI, M. A (Eds). **Proceedings VIII Congress of the European Society for Research in Mathematics Education** (CERME 8) (pp. 2985-2994). Antalya: Middle East Technical University, Ankara, 2013. Disponível em: http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG17/Wg17_Climent.pdf. Acesso em: 10 mar. 2019.

COSTA, D. E.; GONÇALVES, T. O. Abordagens do conceito de "sequência didática" em teses na área de Educação Matemática. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 8, n. 3, p. 313-341, 2020. https://doi.org/10.26571/reamec.v8i3.10725.

COSTA, D. E.; GONÇALVES, T. O. Understandings, Approaches, Concepts, and Definitions of Didactic Sequence in Mathematics Education. Bolema: Boletim de Educação Matemática [online]. 2022, v. 36, n. 72. https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n72a16.

COSTA, Dailson Evangelista. **O Processo de Construção de Sequência Didática Investigativa na Formação Inicial do Professor de Matemática:** mobilizando conhecimentos profissionais para a docência na Educação Básica. 2021. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática. Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2021.

ESCUDERO-ÁVILA, D. I. **Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria.** Tesis de doctorado inédita. Universidad de Huelva, 2015.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2012.

MONTES, M.; CONTRERAS, L.C.; CARRILLO, J. Conocimiento del profesor de matemáticas: Enfoques del MKT y del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa, & N. Climent (Eds.). Investigación em Educación Matemática XVII (pp. 403-410). Bilbao: SEIEM, 2013.

MORAES, Roque. Análise de conteúdo. **Revista Educação**, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4125089/mod_resource/content/1/Roque-Moraes_Analise%20de%20conteudo-1999.pdf. Acesso em: 21 de nov. 2019.

SANTOS FILHO, J. C.; GAMBOA, S. S. **Pesquisa educacional**: quantidade-qualidade. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2007.

SANTOS, L. C.; COSTA, D. E.; GONÇALVES, T. O. Uma reflexão acerca dos conhecimentos e saberes necessários para a formação inicial do professor de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, [S.l.], v. 19, n. 2, set. 2017. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/31505. Acesso em: 10 mar. 2019.

REFERÊNCIA DA TESE:

COSTA, Dailson Evangelista. **O Processo de Construção de Sequência Didática Investigativa na Formação Inicial do Professor de Matemática:** mobilizando conhecimentos profissionais para a docência na Educação Básica. 2021. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática. Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2021.

APRESENTAÇÃO DOS AUTORES:

Dailson Evangelista Costa

Doutor em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), pela Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Professor Adjunto na Universidade

Federal do Tocantins (UFT), Arraias, Tocantins, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Juraíldes de Sena Abreu s/n, Setor Buritizinho, Câmpus da UFT, Arraias, Tocantins, Brasil, CEP: 77330-000.

E-mail: dailson_costa@uft.edu.br
Lattes: http://lattes.cnpq.br/9559913886306408
ORCID: http://orcid.org/0000-0001-6068-7121

Tadeu Oliver Gonçalves

Doutor em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Professor titular da Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Augusto Corrêa, 01, Instituto de Educação Matemática e Científica, Câmpus Universitário do Guamá, Belém, Pará, Brasil, CEP: 66075-110.

E-mail: tadeuoliver@yahoo.com.br
Lattes: http://lattes.cnpq.br/6789250569319668
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2704-5853

CAPÍTULO 2 - PRÁTICAS DE NUMERAMENTO NA FORMAÇÃO INICIAL DE PEDAGOGOS: apropriação de conhecimentos docentes para o ensino de matemática nos anos iniciais

Rosimeire Aparecida Rodrigues
Rute Cristina Domingos da Palma

Resumo:

O objetivo desta pesquisa é compreender quais aprendizagens da/para a docência, as licenciandas de Pedagogia mobilizam a partir de práticas de numeramento propostas em um curso de extensão-formação. A pesquisa foi desenvolvida com um grupo de licenciandas do curso de Pedagogia da Universidade Federal de Tocantins e adotou como fontes e instrumentos de produção de dados, os questionários, os registros das reuniões em grupo, os memoriais de formação das licenciandas, os seus registros das práticas de numeramento e os diários de campo das licenciandas e da pesquisadora. Os resultados indicam que, por meio do curso de extensão-formação, as licenciandas (re)constituíram as aprendizagens dos conhecimentos docentes sobre o ensino de Matemática; as reflexões sobre as práticas realizadas oportunizaram novas formas de ver e pensar a própria formação; e as concepções e os conhecimentos matemáticos foram (re)elaborados no decorrer do desenvolvimento das propostas de numeramento – vivenciadas pelas licenciandas na escola e ampliadas nos momentos formativos com o grupo.

Palavras-chave: Pedagogia. Formação. Matemática. Numeramento.

1 Introdução

Na formação inicial, buscamos compreender como as práticas de numeramento podem colaborar para a mobilização e ampliação do pensamento numérico e quantitativo de futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Nesta pesquisa, as práticas de numeramento visam suscitar aspectos que relacionem o conhecimento matemático na formação de professores no curso de Pedagogia com a sistematização do ensino de Matemática envolvendo a leitura, interpretação, escrita e a contagem, nos anos iniciais. Assim, considerando que a carga horária destinada à formação para o ensino de Matemática no curso de Pedagogia é reduzida, faz-se necessário que os licenciandos ampliem sua formação em outros momentos e espaços intencionalmente planejados para essa finalidade. Nesse sentido, propôs-se o desenvolvimento de um projeto de extensão-formação, envolvendo situações de interação entre o contexto social e o contexto escolar com práticas de numeramento, em um movimento dinâmico entre o aprender e o ensinar Matemática.

O projeto de extensão-formação intitulado "A formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais", foi desenvolvida no Grupo de Estudos em Letramento e Numeramento (GELEN) e contou com a participação ativa de 5 (cinco) licenciandas do curso de Pedagogia (matriculadas a partir do 5º semestre, que cursavam ou já tinham cursado a disciplina de Fundamentos e Metodologia da Matemática. O grupo constitui-se como um espaço de ampliação do processo formativo que objetiva ampliar o conhecimento matemático a partir do estudo, da pesquisa e da vivência de situações práticas no contexto escolar, oportunizando a interação entre a formação acadêmica e a prática docente, aproximando a universidade das escolas de Educação Básica e inserindo o licenciando no contexto escolar.

Nesta pesquisa, o numeramento é compreendido com base nos estudos de Fonseca (2005, 2007, 2009), Mendes (1995, 2001, 2007), Neill (2001) e Street (1984, 2003, 2014), ao considerarem, no ensino de Matemática, os elementos referentes à necessidade de desenvolver competências quanto ao uso do pensamento numérico e das quantidades, a partir da capacidade de ordenar, classificar, comparar, selecionar, medir, noções de espaço e forma, bem como de relacioná-los com as práticas sociais.

A extensão-formação, contexto da pesquisa, visou ao estudo, à preparação, ao desenvolvimento e avaliação de ações que envolviam práticas de numeramento com alunos dos anos iniciais, do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental em duas escolas do município de Arraias-TO.

As discussões e reflexões realizadas no grupo nortearam a construção do problema de investigação desta pesquisa: Quais aprendizagens da/para a docência são mobilizadas por um grupo de licenciandas em Pedagogia a partir de práticas de numeramento vivenciadas em um curso de extensão-formação?

Neste artigo, apresentamos breve discussão sobre práticas de numeramento e as reflexões apresentadas por uma licencianda que participou desse movimento formativo.

2 Fundamentação Teórica

A formação para o ensino de matemática nos anos iniciais exige aprofundamento de concepções teóricas e práticas que possam provocar transformações nos futuros professores, no intuito de se tornarem capazes de compreender a relevância da apropriação dos conhecimentos docentes e possam atender as demandas da atuação profissional.

Na formação de professores considera-se a necessidade de utilização de diversas propostas pedagógicas e utilização de diferentes instrumentos na execução de ações que contribuam com o processo de (trans)formação pessoal e profissional com a apropriação dos conhecimentos pedagógicos fundamentais da atuação, assim como, as contribuições das práticas significativas nas atividades para o ensino dando ênfase às concepções com base na Educação Matemática, a partir de propostas de ensino significativas promovendo novas maneiras de compreendê-la nos mais diferentes espaços, sociais, culturais, históricos, políticos e econômicos.

Nesse sentido, a formação inicial promove a valoração das aprendizagens docentes, ao pensar na relevância de aproximar os fundamentos teóricos da/com a prática, com um olhar direcionado aos aspectos didáticos, metodológicos e pedagógicos na sistematização do ensino, no sentido de ampliar o desenvolvimento no decorrer da vida, isso, requer novas maneiras de organização do aprender para ensinar (MENGALI; PASSOS, 2009).

A valorização das aprendizagens da/para a docência exige novas posturas profissionais, e envolve a junção de ações dinâmicas e contínuas que provoquem um movimento de construção e desconstrução de saberes, na busca de uma formação que requer a compreensão de elementos que fundamentem aspectos do/sobre o desenvolvimento da capacidade de elaboração e estabelecimento de relações no sentido de constituir significados ao aprender matemática.

Assim, a formação para o ensino de matemática engloba ações com propostas metodológicas constituídas de estratégias que contribuam de forma ativa e efetiva na aproximação dos futuros professores com o espaço de atuação. No intuito, de promover um movimento de inovações das propostas pedagógicas no processo de transição de licenciando para professor de um modo mais tranquilo, amenizando as apreensões e dificuldades nos enfrentamentos, no que se refere ao que se saber e o que se é exigido para ensinar, requerendo conhecimentos didáticos e metodológicos que possam estabelecer o reconhecimento dos conteúdos e suas relações com a prática, o que, pode contribuir com a constituição do "ser" professor (FIORENTINI, 2003).

A ações podem evidenciar a capacidade de desenvolver o pensamento numérico e quantitativo em situações implícitas em novas formas de propor o ensino na busca de se estabelecer metas e objetivos que incluam as práticas de numeramento, sejam elas, individuais ou coletivas no desenvolvimento do próprio conhecimento e suas potencialidades condicionantes ao processo formativo do professor para se estabelecer competências pedagógicas da e para a docência. Para isso se faz necessário ampliar a sistematização do letramento matemático na perspectiva de compreender as relações implícitas a leitura, a escrita e a capacidade de contar para o desenvolvimento das práticas docentes no ensino de matemática.

Nessa direção, a formação com a prática proporciona a capacidade de criação e inovação de estratégias que a pratica da/para a docência exige do profissional em atuação. Para isso, faz-se necessário a validação do conhecimento, a formação para o bom desempenho, na busca de uma qualificação contínua e processual que possa resultar na proposição de ações com práticas docentes com estudos, pesquisas e reflexões sobre o aprender e o ensinar (GATTI, 2013).

Uma formação profissional, exige o envolvimento do profissional em suas próprias ações tendo como foco a atuação eficaz e na busca do reconhecimento e valorização no contexto social, de modo que "no contexto escolar, vivenciando a realidade e se inserindo nesse processo de ensinar para aprender matemática, propicia diferentes experiências", que provoque "reflexão crítica coletiva", na construção da identidade docente por vezes "(re)aprendendo e (re)significando nossas aprendizagens", ao envolver "nossas experiências, nossa formação e nossa participação em grupos de discussões e com o desenvolvimento de nosso trabalho enquanto professores" (SILVA; VASCONCELOS; PAIVA, 2015, p. 133).

No sentido de aproximar do espaço da sala de aula o futuro profissional envolvendo-se com práticas que estabeleçam reflexões que contribuam com a compreensão da importância da sistematização de um ensino voltado ao aprender para a produção do conhecimento docente na compreensão do sentido dado aos conhecimentos específicos. Tais, reflexões exigem um processo formativo para além do ato de resolver problemas e cálculos nas operações básicas, na busca de uma visão ampla que contribua com a instrução de um cidadão crítico e capaz de ver como a matemática escolar está presente no cotidiano, e, promover atividades para o uso do pensamento matemático em diferentes contextos.

No ensino de Matemática as práticas de numeramento na formação de professores dos anos iniciais a formação docente desenvolvida nos cursos de Pedagogia, envolve o fortalecimento dos conhecimentos para o ensino de Matemática nos anos iniciais, considerando o desenvolvimento do pensamento numérico e das quantidades na interação entre os contextos sociais e escolares.

Em nosso estudo, tratamos o numeramento como um fenômeno que vem ganhando corpo ao ser abordado no contexto educacional, também fortalecemos nossas concepções com amparo nos fundamentos dos estudos de Fonseca (2005), que alicerçam a compreensão de numeramento a partir de um conjunto de conhecimentos constituídos pela utilização dos conceitos matemáticos em situações que envolvam habilidades, estratégias de leitura e intepretação incorporados ao letramento em suas relações sociais.

Diante disso, pautamo-nos na ideia de que o numeramento envolve o uso do pensamento numérico e das quantidades de modo consciente e o enfrentamento das demandas que abrangem a capacidade de ler, interpretar e contar em diferentes contextos do cotidiano (MENDES, 2007).

Nesse sentido, consideramos que as aulas de Matemática, ao envolverem o numeramento na perspectiva do letramento matemático, contribuem para a aproximação da Matemática com a realidade do aluno. Para isso, na formação docente, faz-se necessário (re)pensar as práticas docentes a partir das correlações com as práticas sociais que incluam o uso da escrita numérica (FONSECA, 2005; 2007; MENDES, 2007; NEILL, 2001; STREET, 1984, 2003).

Abordamos o termo numeramento no sentido de promover a compreensão elaborada das habilidades para a utilização das relações matemáticas em que as situações numéricas e das quantidades envolvam o pensamento matemático como ordenação, classificação, seleção, seriação e comparação no sistema numérico e nos contextos operacionais diante das representações simbólicas e notacionais nas práticas escolares e/ou sociais.

Assim, as reflexões desencadeadas remetem-nos a reconhecer a necessidade de considerar que o conhecimento docente implica em compreender a importância da formação do professor estar proporcionalmente relacionada à (re)significação e (trans)formação dos conhecimentos apropriados na formação acadêmica “em confronto com a prática vivenciada” ao promover “reflexão na e sobre a prática” no intuito de se desenvolver pessoal e profissionalmente (NUNES, p.30, 2001).

Ao integrar as práticas de numeramento nas ações formativas dos futuros professores, explorando situações matematizadas do cotidiano nas aulas de Matemática, temos o intuito de estabelecer relações e representações que possam promover a aprendizagem dos conteúdos matemáticos e de como ensiná-los, bem como a conscientização da sua importância na tomada de decisão e enfrentamentos de conflitos do dia a dia.

Os conhecimentos da docência asseguram a qualidade do ser professor na valorização das questões relacionadas ao estar professor, de maneira que o ensino se constitua, há necessidade constante de estudo e reflexão sobre o planejamento, a metodologia, a avaliação, as características dos alunos e do contexto (PIMENTA, 2012).

Nesta pesquisa, investigamos como as práticas de numeramento, desenvolvidas pelas licenciandas do curso de Pedagogia em um curso de extensão-formação, podem potencializar a aprendizagem para a docência, bem como incrementar a formação para o ensino de Matemática.

3 Metodologia da pesquisa

Esta pesquisa considerou, como lócus, a atividade de extensão-formação proposta pelo grupo GELEN. A proposta envolveu um grupo de 5 (cinco) licenciandas do Curso de Pedagogia, com proposituras de práticas de numeramento (cinco ações), desenvolvidas no decorrer da realização de um curso de extensão-formação, com atividades de intervenção em sala de aula, nas turmas do 1º ao 5º ano de duas escolas participantes da pesquisa, favorecendo a aprendizagem - pela práxis docente - para o ensino de Matemática. Além disso, quinzenalmente o grupo reunia-se para relatar as experiências, analisar as atividades propostas aos alunos e refletir sobre as aprendizagens e dificuldades no desenvolvimento da docência.

Portanto, a proposta de estudo e pesquisa no grupo configura-se no cenário constituído em práticas de numeramento para a apropriação de conhecimentos docentes (SHULMAN, 1986; MUZUKAMI, 2004; FONSECA, 2009).

3.1 As ações da proposta de extensão-formação

As ações da extensão-formação originaram propostas de práticas de numeramento desenvolvidas nas aulas da disciplina de Matemática do 1º ao 5º ano do EF. Nessa formação, as discussões e reflexões compartilhadas no GELEN alinharam-se aos pressupostos da pesquisa-formação (JOSSO, 2004, 2007; PEREIRA, 2013). E, para isso, na propositura das práticas de numeramento, as licenciandas trilharam caminhos formativos a partir de uma "série de etapas, alternando trabalho individual e trabalho em grupo" (JOSSO, 2007, p. 420). As propostas foram compostas por um plano de ação com atividades matematizadas como práticas de numeramento e reflexões sobre as aprendizagens docentes. Com isso, no processo formativo, foram configuradas "aprendizagens reflexivas e interpretativas" (JOSSO, 2007, 421), de acordo com os seguintes aspectos:

- A seleção de temáticas alinhadas ao conteúdo programático curricular de Matemática das instituições parceiras;
- A necessidade de se propor metodologia capaz de intervir no processo de ensino de forma competente, dando sentido às significações do conteúdo, promovendo o uso do pensamento numérico e das quantidades;
- A constituição de um percurso equilibrado das etapas de desenvolvimento das atividades matemáticas para produção do conhecimento matemático, conduzindo à estruturação dos conceitos matemáticos a partir da realidade para a apropriação dos saberes relacionados ao processo de produção de conhecimentos matemáticos.
- Processo formativo dialético a partir do (com)partilhamento com o grupo de aspectos referentes às expectativas, às experiências vivenciadas e à apropriação dos conhecimentos docentes.

Tais aspectos são essenciais para que a formação estimule a apropriação de competências que constituam os procedimentos conceituais, didáticos e pedagógicos na formação da aprendizagem para a docência, pela necessidade latente de ampliar os conhecimentos matemáticos das futuras professoras. Assim, as práticas de numeramento como proposição de ações no espaço da escola e compartilhadas no grupo, fortaleceram a formação da/para a docência na área de Matemática nos anos iniciais.

A proposta de formação do GELEN envolveu os *estudos teóricos*, a *elaboração* e o *desenvolvimento de práticas* de numeramento (acompanhamento e [re]avaliação) em sala de aula nos anos iniciais, integrando os conhecimentos matemáticos, potencializando o aprender *para* o ensino.

O domínio teórico (conteúdo/pedagógico) precedeu a elaboração das proposições práticas de numeramento. Após esse processo de fundamentação (estudos teóricos), passou-se para a inserção/atuação da licenciandas no espaço escolar, de modo que as demais ações (planejamento e desenvolvimento) pudessem ser realizadas no intuito de colaborar com a profissionalização docente *na* e *pela* prática.

Os estudos teóricos seguidos da atuação/aproximação/inserção da licenciandas no espaço escolar proporcionaram-lhes bases teórico-práticas fundantes para o processo investigativo-interativo-interventivo docente, como também estimularam a proposição de estratégias (com) partilhadas de ensino e aprendizagem pedagógicas e sociais. Com isso, houve a compreensão do cotidiano escolar e a observação dos enfrentamentos reais no ensino e na aprendizagem dos conteúdos matemáticos na Educação Básica.

Após essa inserção, o planejamento de ações e seu desenvolvimento (com acompanhamento e avaliação) puderam ser estruturados a partir de uma concepção de retroalimentação pelas discussões e (com)partilhamentos coletivos entre as licenciandas e as integrantes das unidades escolares parceiras. Essas etapas e ações da extensão-formação serão apresentadas a seguir.

Quadro 1 - Curso de extensão-formação

Curso de Extensão-formação	**Formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais**
AÇÃO I – O processo de estudo e aprofundamento teórico	
Público – alvo	Licenciandas do curso de Pedagogia Total: 05
Local/horário – estudos e pesquisa	Universidade Federal do Tocantins – Campus de Arraias/Encontros quinzenais de 3h do GELEN na terça-feira (das 14h às 17 h)
Projeto de extensão-formação:	Escolas participantes do projeto.
Estudos teórico-metodológicos	Estudos e discussões de teorias de aprendizagem e teorias de ensino para a interação do conhecimento escolar com o do cotidiano Pesquisas sobre relação teórico-prática (numeramento e práticas de numeramento – Eixos temáticos)
AÇÃO II – Planejando a proposta	

Ação de intervenção: Práticas de numeramento	Proposição de práticas de numeramento que promovam a interação dos conhecimentos matemáticos escolares com os não escolares, envolvendo a utilização do pensamento numérico e das quantidades em situações do cotidiano integradas às práticas de sala de aula.
Procedimentos didáticos e metodológicos do conteúdo matemático	Desenvolvimento da ação de intervenção na sala de aula.
AÇÃO III – Acompanhamento e avaliação	
Análise das práticas	Análise do planejamento das práticas de numeramento; Análise do desenvolvimento das práticas com os alunos; Produção reflexiva sobre a experiência vivenciada; Desenvolvimento de Seminário avaliativo com as unidades escolares.

Fonte: Organizado por Rodrigues (2019).

As práticas desenvolvidas na extensão-formação oportunizaram às licenciandas do curso de Pedagogia: reflexões sobre os conhecimentos docentes; vivências e trocas de experiências; e desenvolvimento da capacidade de compreensão e explicação dos fatos ocorridos *in loco* (nas aulas) com a observação e desenvolvimento das atividades matematizadas com práticas de numeramento. Isso proporcionou a cada participante "interrogar-se a respeito das condições de possibilidades do processo de conhecimento" (JOSSO, 2010, p. 111).

Sendo assim, adotou como fontes e instrumentos de produção de dados, os questionários (Q), os registros das reuniões em grupo (RG), os memoriais de formação das licenciandas (MF), os seus registros das práticas de numeramento (RPN) e os diários de campo das licenciandas (DL) e da pesquisadora (DP).

A metodologia da proposta formativa alinhou-se aos pressupostos da pesquisa-formação (JOSSO, 2004, 2007, 2010), articulando o auto e mútuo desenvolvimento com as reflexões compartilhadas no grupo, na constituição de representações significativas ao processo de tornar-se professor. Esse modelo de formação para a docência pode viabilizar, no contexto acadêmico, o aprimoramento profissional.

No GELEN, foram desenvolvidos estudos, roda de conversa, discussões e socializações, entendidas como atividades que evidenciam alguns aspectos contribuintes (coletivamente) para aprendizagens de docência. Essa opção decorre do interesse pela investigação da pesquisa-formação, ao considerar que pontos relevantes da atuação docente sejam evidenciados nas vivências e experiências, uma vez que as aprendizagens de docência do sujeito pesquisado em um processo investigativo – neste caso, no que tange às práticas de numeramento, favorece a reflexão quanto aos motivos das atividades tanto quanto ao desenvolvimento dos conhecimentos docentes dos saberes matemáticos.

Neste texto, apresentamos alguns relatos produzidos nas reuniões de grupo (RG), de uma das licenciandas, Emanuelle, que tratam das práticas de numeramento realizadas no projeto de extensão-formação.

4 Análises e Resultados

No presente texto apresentamos um recorte da pesquisa, sobre as práticas de numeramento e a aprendizagem da e para docência: as reflexões de Emanuelle nos momentos formativos do GELEN. Que contribuíram com a formação docente a partir da proposição da reflexão sobre a prática. Esse aspecto é evidenciado nas narrativas da licencianda Emanuelle, quando constatamos que ela compreendeu a necessidade de desenvolver ações a partir de práticas de numeramento, ao compartilhar a intencionalidade de explorar os panfletos e folders nas atividades matemáticas.

Para isso, definiu os conteúdos envolvendo números e operações com a utilização de panfletos e folders de supermercado, em uma turma de 4º ano, explorando os produtos dos diferentes setores do supermercado, com prioridade à sessão de hortifruti (RP, 2019/01).

> Levei os panfletos e folders entreguei para as crianças observarem, no intuito de que elas investigassem, observassem quais e quantos produtos, para isso escrevi o conceito dos dois no quadro e pedir para registrarem no caderno, conversamos sobre ambos para que pudessem observar o tipo de papel, o tamanho, os produtos, os valores, a diferença de panfletos para folders. Sempre fazendo pergun-

> ta "o que a matemática tem a ver com isso?", porque eles estavam achando que iriam estudar português, daí, eu expliquei que estaríamos estudando os dados numéricos presentes em ambos os materiais, pois envolveríamos os valores e os produtos representados para a resolução de problemas (EMANUELLE, RG, 2019/1).

Com esse relato, observamos a percepção sobre a necessidade plural das práticas sociais, quando direcionadas aos aspectos do cotidiano como os atos de medir, quantificar, classificar e ordenar que exigem, dos alunos, a correspondência com o contexto específico na Matemática, implícitos ao contexto social e possíveis de serem relacionados com os conceitos abordados na escola (MENDES, 2007).

Diante disso, ressaltamos a importância do trabalho com a lista de compras, em que os alunos foram estimulados a fazerem a própria lista e, assim, perceberem que seriam importantes para o trabalho, considerando que esse processo envolve a ação direta do aluno ao estabelecer estratégias na seleção de situações do cotidiano e estimulando-os a compreender o uso do pensamento numérico e das quantidades, utilizando aspectos de dentro da sala de aula, além da percepção da Matemática fora da escola com a utilização de folders e panfletos. Conforme o relato:

> Fizeram a lista de compras da sua preferência, onde eles compraram, chocolate, carne, sorvete, geladeira e entre outras coisas. Nessa lista de compras eles fizeram a soma do valor total ao finalizar a lista e que observaram atentamente quais produtos continham nos panfletos e folders os seus respectivos valores, os tipos de produtos, a diferença de atacado e varejo, as promoções entre outros fatores. Considerando que tiveram dificuldades, pois as operações matemáticas em que precisavam usar vírgula, ainda não era uma operação que possuíssem domínio, com isso destaca que se esforço muito em ensinar a eles ajudando-os em suas dificuldades ao realizar essa operação (EMANUELLE, RG, 2019/01).

Emanuelle, nessa proposição de atividade, refere-se à utilização de situações que trazem para a sala de aula, práticas de numeramento domésticas, exigindo dos alunos a capacidade de operacionalidade, conforme Baker, Street e Tomlin (2003), que observam a necessidade de considerar a dimensão social da Matemática como fundamentos para tais práticas.

Diante dessas percepções, observamos que Emanuelle compreendeu, com os estudos no grupo, as concepções apresentadas por Mizukami (2004) que confere ao ato de ensinar, a importância de conhecimentos e habilidades, bem como atitudes que possam constituir a formação docente a partir de processos relacionados ao aprender para ensinar.

Esse relato mostra-nos a preocupação de promover a interação envolvendo, nas atividades propostas, a aproximação entre o conteúdo trabalhado e as proposições metodológicas, com as necessidades dos alunos. Isso nos remete às colocações iniciais de Emanuelle, quando relatou ao grupo que fez Pedagogia por se interessar e dar importância à Educação Especial e que via, na formação, a necessidade de aprender sobre integração dos alunos, principalmente, por ter se sentido integrada ao grupo de alunos enquanto estudante da Educação Básica.

Ao refletimos sobre a narrativa de Emanuelle, podemos compreender que ela, ao se dar conta da necessidade de adequação, teve a oportunidade de aprender com a própria prática, promovendo aprendizagens pedagógicas tanto do conteúdo matemático, quanto sobre como ensiná-lo, pois ela trouxe ao grupo uma reflexão pertinente à formação no âmbito da Educação Especial, de modo que as ocorrências, na sua prática, implicaram também em uma aprendizagem conjunta sobre a mobilização dos conhecimentos pedagógicos referentes à integração dos alunos e do conteúdo de acordo com a realidade da sala de aula (SHULMAN, SHULMAN, 2016; NACARATO, 2006).

Ainda na atividade desenvolvida com os panfletos, ela relatou ter sido possível perceber que alguns alunos tentavam, enquanto outros desistiram, mas que uns insistiram para conseguir fazer os registros e/ou as operações; com isso, ela viu a necessidade de ir até a mesa de cada um ajudar como ela podia e, por isso, resolveu fazer alguns exemplos no quadro e a professora também a ajudou com exemplos de operações com números decimais. Porém, ficou claro que eles tinham muita dificuldade naquele conteúdo, porque naquele dia, a professora relatara a ela que foi a primeira vez que faziam operações com números decimais e isso não foi tarefa fácil para eles, o que dificultou a realização das operações com o planejamento, envolvendo operações com o uso dos valores monetários referentes aos valores dos produtos. Diante disso, ela se esforçou muito para ensinar de uma maneira que eles aprendessem, pois esse processo foi importante para a continuidade do trabalho com a turma.

Ao se deparar com as dificuldades e perceber a necessidade de intervir e explorar possibilidades de operações que estiveram voltadas à utilização dos panfletos, ela pôde contextualizar o conteúdo e dar sentido à necessidade de aprender os algoritmos operacionais. Assim, interpretamos que houve o reconhecimento das dificuldades e a busca de estratégias para sua superação, ao promover a interação entre os valores reais e o estudo dos números decimais desempenhando uma relação entre conteúdo e o sentido deste que justifique sua aprendizagem (SERRÃO, 2006).

No encontro que realizamos no grupo após essa aula, Emanuelle (RG, 2019/1) mostrou-se angustiada, aparentando um misto de tristeza, decepção e desânimo. Diante dessa situação, ressaltamos nossa preocupação sobre a formação no grupo evidenciando sempre a importância das relações afetivas e da cumplicidade entre as licenciandas e a pesquisadora, atitude que a deixou tranquila e à vontade para nos relatar que teve dificuldades na aula e que estava disposta a não continuar; no entanto, ao ser questionada pelo grupo sobre a dificuldade enfrentada na sala de aula, apresentou a seguinte situação:

> Ao perceber que os alunos não sabiam as operações com vírgula (números decimais) eu confesso que fiquei assustada na hora e tive que me virar como deu. Se eu soubesse que nunca tinham trabalhado com esse conteúdo, eu teria elaborado uma atividade prévia, com as quais poderia estar ensinando para eles; foi quando eu tive que mudar as atividades do meu planejamento (EMANUELLE, RG, 2019/1).

Diante de tal exposição, percebemos que momentos como esse na aula exigem enfrentamentos um tanto difíceis para alguém sem experiência em sala de aula. Vimos, como positiva, a atitude de enfrentamento dessa situação, tendo que recorrer ao quadro para explicar para a turma os princípios básicos da adição de números decimais, o que a deixou muito apreensiva. Diante do relato, entendemos que seria interessante conversar sobre esse impasse no grupo e ela relatou às colegas, as dificuldades com o conteúdo e até mesmo sobre o que havia dado errado no planejamento. Um momento interessante foi quando ela relatou que:

> Com o desinteresse mostrado pelos alunos, perdi o interesse de participar da prática, saí da aula nesse dia decidida que não iria voltar mais naquela sala de aula. Após esta aula tive a necessidade de procurar a professora Rosimeire para uma conversa, conversamos muito e ela falou sobre a realidade das salas de aulas. [...] me convencendo que pode ser diferente, e que, isso exige uma formação que aproxime a universidade da Educação Básica, por isso ela me apoiou para que eu continuasse e me preparasse para que ao me formar pudesse tentar transformar tal realidade (EMANUELLE, RG, 2019/1).

Consideramos que esse foi um momento riquíssimo para o grupo de alunas, pois as licenciandas tiveram uma reação que nos chamou atenção, que foi dar apoio à Emanuelle, reforçando o fato de que ela possuía sim competências para continuar o trabalho, como apresentamos no seguinte relato:

> O aprendizado da colega se constitui a cada palavra, frase, nos mais simples e minuciosos detalhes, pois cada conteúdo novo para os alunos é uma oportunidade para refletir sobre as atividades, os registros, tanto do professor, quanto do aluno [...] (DÉBORA, RG, 2019/1).

Essa colocação de Débora soou como um estímulo para Emanuelle, pois ficou explícito, no olhar dela, o quanto isso a fez perceber que seria capaz e que, em razão do estímulo e suporte recebidos, iria se preparar de modo diferente para a próxima aula, garantindo ao grupo que se prepararia melhor para voltar na turma e ter uma experiência diferente desta relatada.

Diante desse fato, evidenciamos a proposição da formação no grupo, defendendo que uma formação deve envolver a participação ativa e oportunidades às licenciandas de “experienciar” a prática na sala de aula. É importante vivenciar situações que sejam elaboradas a partir de uma reflexão diante da relação teórica e prática no grupo. Nesse sentido, em conformidade com Josso (2004), consideramos que, ao atuarem no espaço escolar, suas experiências contribuem com os momentos formativos e reflexões relativas à formação a partir da análise da própria prática, aprendendo consigo e com quem estiver envolvido.

Pensando assim, a formação no grupo pode contribuir com os enfrentamentos da atuação docente destacando a preocupação de fundamentar as concepções do grupo, refletindo sobre “a atividade docente como práxis”, quando mencionada a importância de que essa práxis seja voltada à prática docente a partir da atividade teórica num movimento de indissociabilidade entre a realidade e o processo de estabelecimento de habilidades direcionadas à transformação dos modos de pensar e de fazer (PIMENTA, 2012, p. 95).

Dando sequência às atividades, a licencianda nos relatou que, ao finalizar a aula anterior, havia pedido que os alunos pesquisassem qual o valor de uma cesta básica – indo no supermercado e/ou na internet – para que eles previamente direcionassem o olhar para o valor monetário. Emanuelle, em seguida, desenvolveu a atividade com a cesta básica pela exploração dos panfletos, com os valores dos produtos envolvendo as operações com números decimais, percebendo a dificuldade dos alunos em fazer operações, de escrever por extenso e realizar cálculo mental, decidindo, por isso, realizar diferente atividade envolvendo valor monetário.

Para dar sentido e significado ao conteúdo abordado, Emanuelle trabalhou com cédulas monetárias representativas (recortado do livro didático), para que eles pudessem compreender o sentido do troco, explorando o valor monetário brasileiro e que a moeda usada é o real, o símbolo e sobre as moedas, que as notas são chamadas de cédulas, usando para a atividade notas de cem, cinquenta, vinte, dez, cinco e dois reais.

Interpretamos que, ao recorrer à pesquisa e, posteriormente, a revisão de Emanuelle (RG, 2019/1) sobre sua aula, fica demonstrada a importância de viver a experiência na formação, em razão da preocupação referente à qualidade do conteúdo e à maneira de propor a metodologia, pois se mostrou decidida – quero essa aula diferente! – evidenciando que os alunos iriam conseguir compreender e participar ativamente da aula que preparou. Ela, ao socializar a atividade com as demais licenciandas, ressalta que "esse momento foi muito divertido e envolvente, pois foi uma das maiores participações dos alunos". Com isso, as atividades foram bem-sucedidas e os alunos também foram responsáveis pela organização e sistematização da ação.

> Em seguida coloquei um aluno como caixa e escolhi três alunos para fazerem compras com as coisas que tinham na sala mesmo (garrafa de água, bolsa, lápis etc.). Para isso, distribuir um valor em cédulas para cada um, que usariam para fazer a sua compra, onde eu estipulava os preços aproximados de cada produto em conjunto com o restante da turma, daí o caixa tinha que saber voltar o troco certo, de acordo com o total relativo ao valor da compra, ao receber o troco eles tinham que saber se estava correto (EMANUELLE, RG, 2019/1).

Diante da narrativa, foi possível observar que a atividade envolveu contagem, representações de quantidades e comparações das quantidades em suas diferentes relações matemáticas, desenvolvendo operações: adição, subtração e multiplicação. Rever os conteúdos e a proposição de novas estratégias, a partir da realidade dos alunos, deixou a aula mais participativa, garantindo resultado e atenção diferentes, como destaca:

> Nessa aula eles foram muito participativos e conseguiram realizar os cálculos corretamente, eu fiquei maravilhada, vi que eles tinham aprendido o que eu queria ensinar ao compreenderem o que era para ser feito, mesmo alguns que estavam com dificuldades tentaram, até conseguir. Esse momento foi importante para mim, pois eu vi que ainda havia vontade de aprender, só bastava estimular de uma forma interessante. Constatei que eles sabiam fazer as operações e que o raciocínio lógico podia ser mobiliza-

> do. Diante disso, que nas aulas de matemática a resolução de problemas exige um planejamento dinâmico que possa promover aulas produtivas (EMANUELLE, RG, 2019/1).

Neste relato, podemos constatar que as metodologias podem contribuir positivamente com a relação estabelecida entre o valor monetário e as representações – notações numéricas - do valor numérico, porém é notável que o sentido que se dá às operações pode fazer com que os alunos tenham mais interesse e compreendam, a partir dos significados, a função do processo de gestão pedagógica (PIMENTA, 2012).

Emanuelle destacou que pôde perceber que eles tinham facilidade com a manipulação das cédulas, porém, quando fizeram a atividade escrita, ficou evidente que eles tinham dificuldade na representação numérica (uso do código numérico) do valor monetário e na escrita por extenso. “E isso, me deixou preocupada, por se tratar de uma turma de 4º ano. Pelo fato de que esses conteúdos serem previstos no currículo desde os anos anteriores” (EMANUELLE, RG, 2019/01).

Diante disso, na reflexão no grupo, reportamo-nos a Fayol (2012), quando identificada a importância de promover um estudo sobre os códigos, seus símbolos e o processo operacional para a constituição do domínio das proposições aritméticas, de modo que se desenvolva a capacidade de interpretação, coleta de dados decorrentes das observações nas diversas situações de uso cognitivo dos códigos. Assim, a percepção de Emanuelle vem ao encontro da necessidade de introduzir, na prática docente, situações que corroborem com o processo de evolução dos desempenhos aritméticos para a aprendizagem do aluno.

Emanuelle compartilhou que, no início da sua prática, os alunos não estavam tão motivados a aprender, citando vários momentos em que eles tentavam e não conseguiam, tendo percebido, inclusive, que alguns desistiam. No entanto, ela relata que quando se trabalha com mais envolvimento e os alunos eram motivados a buscar a resposta, eles passaram a tentar mais vezes e insistir para conseguir. Diante desse processo, conseguimos perceber a possibilidade de que, ao conhecer os conteúdos, o aluno (re)significa suas concepções e passa a compreender a necessidade de aprender Matemática e gostar dela pode ser uma coisa muito fácil, prazerosa e significativa (PIMENTA, 2012; PARRA; SAIZ, 1996).

Ao desenvolver as atividades descritas nessa narrativa, constatamos que se constituem em práticas de numeramento, pois a composição de conjuntos e seus elementos, tipos e seções, a criação de uma lista de compras e valores monetários na elaboração de situações-problemas envolvendo as operações promovem a prática da Matemática prazerosa que está presente no cotidiano até nas coisas mais básicas que fazemos; ensinando ela de um jeito mais envolvente, ela pode até ser uma coisa prazerosa de ser apreendida (MENDES, 2007; FONSECA, 2009; SOUZA, 2010).

Observamos a importância da orientação e mediação enquanto professora, promovendo um caminho que contribuísse com a capacidade de apropriação dos conteúdos, para que desenvolvam a aprendizagem matemática com o uso do pensamento numérico e das quantidades abordadas nas temáticas propostas, as quais, quando socializadas, otimizam suas experiências e ganham novas significações pela troca com o outro e com os ecos das próprias narrativas. Por isso, ressaltamos que a nossa proposta de formação ganha visibilidade expressiva quanto à perspectiva de melhoria da qualidade da formação, ao estar envolvida no grupo.

Observamos que Emanuelle expressa a valorização dos conhecimentos pedagógicos e a importância da formação para o ensino de Matemática, na seguinte fala:

> Ao finalizar minha prática pude perceber a importância de compreender que as concepções sobre a natureza da matemática, entendi que concepções de ensino são fundadas a partir das experiências vivenciadas ao longo da história de vida de cada professor de matemática, e que as concepções de ensino se relacionam também a profissionalização do professor, marcando sua identidade e são relevantes no desenvolvimento da sua prática docente. Além disso, as decisões didáticas tomadas pelo professor de matemática são influenciadas por suas concepções de ensino e aprendizagem (EMANUELLE, RG, 2019/1).

A partir do exposto pela licencianda, reiteramos sua fala com o entendimento de Fonseca (2005, p. 67) que descreve a importância da (re)significação de conceitos do conhecimento matemático, defendendo que a "comunhão de conhecimentos se faz necessária, reunindo diversas esferas de conhecimentos matemáticos para ultrapassar teorizações vazias, desprovidas do conhecimento contextualizado", conferindo ao processo de formação, ampliação de conceitos a partir da sistematização de vivências e experiências em espaços de aprendizagens distintos, mas ao mesmo tempo integrados.

Portanto, diante das narrativas apresentadas, consideramos que a apropriação de saberes docentes decorre da combinação dos conhecimentos matemáticos com os conhecimentos pedagógicos, enfatizando diferentes abordagens para a resolução de situações problematizadas e operacionalizadas a serem desenvolvidas no intuito de promover a compreensão dos conteúdos matemáticos dos alunos no espaço escolar.

5 Conclusão

A formação inicial de professores tem papel fundamental no processo de aprendizagem dos conhecimentos docentes. Nesse sentido, o desenvolvimento de ações que promovam *o aprender para ensinar* propostas pela pesquisa-formação pode contribuir, de modo significativo, para a formação e compreensão da prática docente a partir de reflexões que estimulem o repensar das atuais práticas formativas nos cursos de Pedagogia, em especial, para com os conhecimentos pedagógicos específicos da Matemática. Assim, as práticas de numeramento podem constituir-se de proposições que ampliem as discussões acerca do ensino de Matemática nos anos iniciais.

Com a realização da pesquisa, alguns aspectos foram destacados no decorrer da prática, que envolveram a pesquisa, o aprender para o ensino dos conteúdos, a valorização dos conceitos didáticos e metodológicos, bem como a relevância das relações dos conteúdos curriculares com temáticas em suas correlações com o cotidiano, e, a articulação de recursos nas ações desenvolvidas na sala de aula.

A partir das narrativas, observa-se que o domínio dos conteúdos foi percebido como fator importante, tanto no ato de planejar quanto na atuação nas aulas, com os momentos de ressignificação e apropriação de conhecimentos pedagógicos ocorre com o movimento de estabelecimento de relação entre o professor enquanto aprendiz para proporcionar a qualidade de ensino para os alunos, e, assim numa ação colaborativa no processo de formação docente do grupo de licenciandas do curso de Pedagogia.

Considerando a formação a partir a atuação no espaço de ensino contribui com a apropriação dos conhecimentos docentes, pois, as narrativas apresentam momentos diversos de enfrentamentos do grupo de licenciandas, no que tange, a importância de investigação prévia dos conteúdos, recursos a serem utilizados e a interação entre os conteúdos e com situações do contexto social, a partir de eventos matemáticos em práticas de numeramento nas aulas de matemática.

As práticas de numeramento as aprendizagens da e para a docência proporcionam o desenvolvimento e a apropriação da capacidade de contextualizar os conteúdos curriculares a partir de investigações que deem sentido e significado ao ensino e aprendizagem de matemática estabelecendo relações entre a matemática da escola e a matemática do cotidiano. Assim, as propostas desenvolvidas evidenciam que essas práticas foram compreendidas pelas licenciandas como fatores contribuintes e indispensáveis para a formação profissional, no sentido de ampliar o processo de formação para o ensino de matemática nos anos iniciais.

Nesse sentido, o processo de formação para o ensino de matemática ao envolver a necessidade de (re)significação foi incorporada pelas licenciandas como elemento fundamental para a constituição de novas percepções, assim, suas concepções foram repensadas, diante do processo de trocas vivenciadas nos momentos formativos no GELEN, originadas nas práticas compartilhadas e correlacionadas à compreensão dos fundamentos teóricos e reflexões sobre as temáticas desenvolvidas e exploradas no espaço da sala de aula.

Dessa maneira, a proposta de desenvolvimento de uma atividade de extensão-formação na perspectiva do numeramento, possibilitou, ao grupo de licenciandas, o estudo sobre as práticas de numeramento, o desenvolvimento, a avaliação e reflexões sobre a aprendizagem dos alunos, sobre a aprendizagem da docência, sobre a relação entre escola e universidade. Assim, durante a pesquisa-formação, as licenciandas ficaram à vontade para criar motivos e dar sentido às significações com vistas a fortalecer sua profissionalização.

Durante a realização da pesquisa, observamos a necessidade de significativa discussão, no meio acadêmico, sobre a relevância da formação inicial de professores por meio da interação entre a pesquisa e as práticas de extensão; bem como reafirmamos a importância da constituição e (re)constituição dos saberes matemáticos a partir das práticas de numeramento,

REFERÊNCIAS

BAKER, D.; STREET, B.; TOMLIN, A. Mathematics as social: understanding relationships between home and school numeracy practices. **For the learning of mathematics**. 23, 3, p. 11-15, nov. 2003.

CUMMING, J.; GAL, I.; GINSBURG, L. Assessing mathematical knowledge of adult learning: are we looking at what counts? **Pennsylvania**: National Center on Adult Literacy, 1998.

FAYOL M. **Numeramento:** aquisição das competências matemáticas. Tradução Marcos Bagno. São Paulo: Parábola Editorial, 2012.

FIORENTINI, D. NACARATO, A. M. (Orgs.) **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática.** Investigando e teorizando a partir da prática. São Paulo: Musa Editora; Campinas/SP 2005.

FONSECA, M. C. F. R. **O sentido matemático do letramento nas práticas sociais.** Presença Pedagógica. Belo Horizonte: Editora Dimensão, jul/ago, 2005.

FONSECA, M. C. F. R. **Educação Matemática de Jovens e Adultos:** especificidades, desafios e contribuições. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

FONSECA, M. C. F. R. Sobre a adoção do conceito de numeramento no desenvolvimento de pesquisas e práticas pedagógicas na Educação Matemática de jovens e adultos. Anais do **IX ENEM**, 2007. Anais... Belo Horizonte: UNI-BH, 2007. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/ix_enem/Palestra/PalestraNumeramentoTexto.doc. Acesso em: 16 de julho de 2019.

FONSECA, M. C. F. R. **Conceito(s) de numeramento e relações com o letramento.** In: LOPES, Celi Espasadin; NACARATO, Adair Mendes. (Org.). **Educação Matemática, leitura e escrita:** armadilhas, utopias e realidade. Campinas: Mercado de Letras, 2009. p. 47-60.

GATTI, Angelina Bernadete. Educação, escola e formação de professores: políticas e impasses **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, n. 50, p. 51-67, out./dez. 2013.

JOSSO, M. **Experiências de vida e formação**. São Paulo: Cortez, 2004.

JOSSO, M. A transformação de si a partir da narração de histórias de vida. **Educação.** Porto Alegre/RS, n. 3 (63), p. 413-438, set./dez. 2007. Disponível em: http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/faced/article/view/2741. Acesso em: 28 de jun. de 2019.

JOSSO, M. **Caminhar para si**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2010

MENDES, J. R. **Descompassos na interação professor-aluno na aula de matemática em contexto indígena.** Dissertação de Mestrado. IEL: Unicamp. 1995.

MENDES, J. R. **Ler, Escrever e Contar**: Práticas de numeramento-letramento dos Kaiabi no contexto de formação de professores índios do Parque Indígena do Xingu. Tese de doutorado, Instituto de Estudos de Linguagem, Universidade Estadual de Campinas, 2001.

MENDES, J. R. Matemática e Práticas Sociais: uma discussão na

Perspectiva do Numeramento. In: MENDES, Jackeline Rodrigues; GRANDO, Regina Celia. (org). **Matemática e Produção de Conhecimento:** Múltiplos Olhares. São Paulo: Musa, 2007.

MIZUKAMI, M. G. N. Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L. S. Shulman. **Revista do Centro de Educação da UFSM**, v. 29, n.2, 2004. Disponível em: https://periodicos.ufsm.br/reveducacao/article/view/3838. Acesso em: 05 ago. 2018.

MIZUKAMI, M. G. N. Aprendizagem da docência: conhecimento específico, contexto e práticas pedagógicas. In: NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela. (Orgs.). **A Formação do Professor que Ensina Matemática:** perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

NEILL, A. **The essentials of numeracy.** Paper presented at the 23rd NZARE Annualconference, Christchurch 6-9 December, 2001. Disponível em: http://www.nzcer.org.nz/pdfs/10604.pdf. Acesso em 16 dez. 2017.

NÓVOA, A. O passado e o presente dos professores. In: NÓVOA, António. **Profissão Professor.** 2. ed. Porto: Porto Editora, 1995. pp. 13-33.

NUNES, C. M. F. Saberes docentes e formação de professores: um breve panorama da pesquisa brasileira. **Educação & Sociedade**, nº. 74, Campinas: Cedes, 2001.

PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). **Didática da Matemática:** reflexões psicológicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

PEREIRA, A. Currículo e formação de educadores sociais na pedagogia social: relato de uma pesquisa-formação. **Revista Profissão Docente**. Uberaba, MG, v. 13, n. 29, p. 9-35, jul./dez., 2013. Disponível em: http://www.revistas.uniube.br/index.php/rpd/article/view/545/731. Acesso em: 25 de fev. 2019.

PIMENTA, S. G. Professor reflexivo: construindo uma crítica. In: PIMENTA, Selma Garrido; GHEDIN, Evandro (Org.). **Professor reflexivo no Brasil**. São Paulo: Cortez, 2002.

PIMENTA, S. G. **O estágio na formação de professore**s: Unidade teoria e prática? 11. ed. São Paulo, SP: Cortez, 2012.

RODRIGUES, R. A. **Práticas de numeramento na formação inicial de pedagogos.** Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática. Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2020.

SERRÃO, M. I. B. **Ensinar a aprender: a aprendizagem do ensino no curso de Pedagogia sob o enfoque histórico-cultural**. São Paulo. Cortez, 2006.

SHULMAN, L. S. **Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching**. Educational Researcher. v.15, n.2. fev. 1986, p.4-14.

SHULMAN, L. S.; SHULMAN, J. H. **Como e o que os professores aprendem: uma perspectiva em transformação**. **Cadernos Cenpec**, São Paulo, v. 6, n. 1, p. 120-142, jan./jun. 2016. Disponível em: http://cadernos.cenpec.org.br/cadernos/index.php/cadernos/article/view/353/349. Acesso em: 10 de dez. de 2019.

SILVA, S. A. F.; VASCONCELOS, P. B. M.; PAIVA, M. A. V. Estágio supervisionado uma experiência de aprendizagens docentes na formação do futuro professor de matemática. In: LOPES, Celi Espasandin; TRALDI, Armando; FERREIRA, Ana Cristina. (Org.) **O estágio na formação inicial do professor que ensina matemática**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2015.

SOUZA, M. C. R. F. FONSECA, M. C. F. R. **Relações de Gênero, Educação Matemática e discurso** - enunciados sobre mulheres, homens e matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

STREET, B. V. **Literacy in theory and practice.** Cambridge: Cambridge University Press, 1984.

STREET, B. V. Abordagens alternativas ao letramento e desenvolvimento. **Teleconferência Brasil sobre o letramento**, outubro de 2003. Disponível em: http://www.telecongresso.sesi.org/templates/heard/index.php?language=pt&modo=biblioteca&act=categoria&cdcategoria=22. Acesso em: 25 set. 2019.

STREET, B. V. **Letramentos sociais:** abordagens críticas do letramento no desenvolvimento, na etnografia e na educação. Trad. Marcos Bagno. São Paulo: Parábola, 2014.

REFERÊNCIA DA TESE

RODRIGUES, Rosimeire Aparecida. **Práticas de numeramento na formação inicial de pedagogos.** 2020. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática. Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2020.

APRESENTAÇÃO DOS AUTORES:

Rosimeire Aparecida Rodrigues

Doutora em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), pela Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Professor(a) Adjunto(a) na Universidade Federal do Tocantins (UFT), Arraias, Tocantins, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Juraíldes de Sena Abreu s/n, Setor Buritizinho, Câmpus da UFT, Arraias, Tocantins, Brasil, CEP: 77330-000.
E-mail: rosimeirear@uft.edu.br
Lattes http://lattes.cnpq.br/3472804076639768
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-7221-4062

Rute Cristina Domingos da Palma

Doutora em Educação (Departamento de Ensino e Organização Escolar do Instituto de Educação/ Programa de Pós-graduação em Educação-PPGE/ Programa de Doutorado em Educação em Ciências e Matemática- PPGECEM). Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Educação. Av. Fernando Corrêa da Costa, s/n Boa. Esperança - Cuiabá, MT – Brasil. CEP: 78060900.
Email: ruteppgeufmt@gmail.com
Lattes: http://lattes.cnpq.br/3331812490308225
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0001-7650-5556

CAPÍTULO 3 - SABERES PARA A DOCÊNCIA EM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: um estudo com licenciandos durante o estágio supervisionado

Cesar Cristiano Belmar
Gladys Denise Wielewski

Resumo:

O objetivo geral desta pesquisa é analisar saberes para a docência em Matemática na Educação de Jovens e Adultos mobilizados e construídos por futuros professores no desenvolvimento do estágio supervisionado de um curso de Licenciatura em Matemática em turmas de educandos jovens e adultos. Entende-se como mobilizados saberes adquiridos pelos licenciandos antes do início do estágio na EJA (oriundos de suas experiências como alunos) e construídos aqueles provenientes das ações desenvolvidas ao longo do estágio. A metodologia está centrada na abordagem qualitativa do tipo estudo de caso. Os sujeitos investigados foram quatro licenciandos do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins (UFT), campus de Arraias, que desenvolveram o estágio supervisionado em turmas da Educação de Jovens e Adultos. Os dados foram construídos mediante: questionários, entrevistas semiestruturadas, observação não participante e análise documental. A análise ocorreu por meio da triangulação dos dados produzidos. A tese defendida aponta que o momento do estágio supervisionado na EJA é aquele em que o futuro professor se defronta com a prática profissional nessa modalidade de ensino e pode ressignificar os saberes construídos ao longo de sua trajetória estudantil, principalmente no curso de licenciatura.

Palavras-chave: Formação inicial de professores de Matemática. Saberes para a docência. Estágio Supervisionado. Educação de Jovens e Adultos.

1 Introdução

No ato de ensinar o professor não somente mobiliza saberes, mas, efetivamente, constrói novos saberes. Esses saberes não devem permanecer restritos à sala de aula do professor, mas devem emergir da pesquisa, da reflexão sobre a prática, do diálogo entre os pares, do trabalho colaborativo entre pesquisadores e professores.

Nessa perspectiva, a importância de tomar os saberes para a docência mobilizados e construídos pelos licenciandos de Matemática como objeto de estudo, pois, além de ser uma temática ainda pouco investigada, poderá contribuir para construção de um rol de saberes específicos para o ensino de Matemática na/para essa modalidade de ensino.

Com efeito, buscamos responder principalmente às seguintes questões: (i) que saberes futuros professores de Matemática mobilizam no estágio supervisionado em turmas da Educação de Jovens e Adultos? (ii) quais saberes são construídos pelos licenciandos ao longo do estágio supervisionado na EJA?

Assim definida, a presente pesquisa tem como objetivo geral analisar saberes para a docência em Matemática na Educação de Jovens e Adultos mobilizados e construídos por futuros professores no desenvolvimento do estágio supervisionado de um curso de Licenciatura em Matemática em turmas de educandos jovens e adultos.

Para atingir este propósito, elegemos os seguintes objetivos específicos: (i) identificar saberes para a docência na EJA explicitados na proposta pedagógica do curso de Licenciatura em Matemática e nos projetos de intervenção dos licenciandos; (ii) identificar saberes para a docência em Matemática na Educação de Jovens e Adultos mobilizados e construídos no estágio supervisionado; (iii) discutir a percepção dos futuros professores em relação ao estágio supervisionado na EJA e a construção de saberes para a docência específicos para o ensino de Matemática nessa modalidade de ensino.

O foco desta pesquisa são os saberes para a docência mobilizados e construídos por futuros professores de Matemática quando desenvolvem o estágio supervisionado em turmas da Educação de Jovens e Adultos.

A tese defendida aponta que o momento do estágio supervisionado na EJA é aquele em que o futuro professor de Matemática se defronta com a prática profissional nessa modalidade de ensino e pode ressignificar os saberes construídos ao longo de sua trajetória estudantil, principalmente no curso de licenciatura.

2 Fundamentação Teórica

Fundamentamos esta investigação com base em três eixos basilares que sustentam a tese defendida: (1) Formação inicial de professores de Matemática para a Educação de Jovens e Adultos (EJA); (2) Saberes para a docência; e (3) Pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso.

Para consulta e aprofundamento sobre esses eixos, sugerimos acessar a integra da tese apresentada em tela (BELMAR, 2020). Para este capítulo, focamos apenas nos saberes necessários à docência na perspectiva do educador brasileiro Paulo Freire.

Freire (1996) discorre sobre alguns saberes que considera imprescindíveis à ação do professor na direção do "pensar certo". Para Freire (1996), o termo "saberes" refere-se ao saber fazer e ao saber ser que, coerentes entre si, auxiliam na formação do educador crítico e transformador. Para o autor, o professor preocupado e comprometido com sua formação, tem consciência do permanente processo de formação que constitui sua profissão.

Nessa perspectiva, elege três categorias mais amplas de saberes que devem ser compreendidos pelos docentes para uma atuação crítica em sala de aula: (i) Não há docência sem discência; (ii) Ensinar não é transferir conhecimento; e (iii) Ensinar é uma especificidade humana. Partindo dessas categorias, o autor indica uma série de saberes mais específicos que são exigidos em qualquer prática de ensino, considerando esta como uma forma de intervenção no mundo e, como tal, ideológica.

Freire (1996) defende uma prática docente que visa a aprendizagem significativa do aluno e a sua elevação cultural, sobretudo quando se trata daqueles privados dos bens materiais e culturais da sociedade. Essa prática deve estar pautada na compreensão, por parte do professor, de que não há docência sem discência, "as duas se explicam e seus sujeitos, apesar das diferenças que os conotam, não se reduzem à condição de objeto um do outro [...]. Ensinar inexiste sem aprender e vice-versa [...]" (FREIRE, 1996, p. 23). Desse modo, o ato de aprender precede o ato de ensinar.

Para Freire (1996), o professor não deve enxergar o aluno enquanto objeto e a si mesmo como detentor do conhecimento a ser transmitido para o objeto, mas sim potencializar a capacidade crítica do aluno, sua curiosidade e sua subversão ao modelo "bancário" de ensino. Assim, "uma de suas tarefas primordiais é trabalhar com os educandos a rigorosidade metódica com que devem se 'aproximar' dos objetos cognoscíveis" (FREIRE, 1996, p. 26). Da mesma forma que os professores tiveram/têm experiências que promovem a produção de certos saberes, os alunos necessitam vivenciar, experienciar para construírem e reconstruírem seus saberes.

De acordo com o autor, a docência tem como saber necessário também a pesquisa, pois, não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Trata-se de uma relação dialética entre ensino e pesquisa, visto que "faz parte da natureza da prática docente a indagação, a busca, a pesquisa" (FREIRE, 1996, p. 29).

Ensinar exige ainda respeito aos saberes dos educandos. Nessa perspectiva, é dever do professor, além de respeitar os saberes com que os educandos chegam à escola, "discutir com os alunos a razão de ser de alguns desses saberes em relação com o ensino dos conteúdos" (FREIRE, 1996, p. 30). Ao considerar esses e outros saberes do aluno, o professor deve ter criticidade. É no exercício da criticidade que o professor poderá prover estratégias para que os alunos superem sua curiosidade ingênua para uma curiosidade epistemológica, sem deixar de ser curiosidade, pois, "não haveria criticidade sem a curiosidade que nos move e que nos põe pacientemente impacientes diante do mundo que não fizemos, acrescentando a ele algo que fazemos" (FREIRE, 1996, p. 32).

Para Freire (1996), a promoção da ingenuidade à criticidade só ocorre se caminhar ao lado de uma rigorosa formação ética e estética. Educar esteticamente para o autor é fazer mostrando como se faz, é dialogar estabelecendo relações horizontais na ação docente. Para o autor, a postura do professor é fundamental para o entendimento do aluno. O discurso deve decorrer da prática e esta pressupõe clareza de ações e reflexões. A ação do professor é carregada de significados para o aluno, portanto é referencial de construção no processo de aprendizagem.

É comum percebermos contradições entre o discurso e a prática do professor. Contudo, ensinar exige a corporeificação das palavras pelo exemplo. O professor que realmente ensina, que trabalha os conteúdos na concepção do pensar certo, é consciente de que "as palavras a que falta a corporeidade do exemplo pouco ou quase nada valem. Pensar certo é fazer certo" (FREIRE, 1996, p. 34).

A docência demanda daqueles que participam de seu processo o enfrentamento aos riscos, novidades de diferentes naturezas, como exemplo, as inovações tecnológicas, além de promover relações grupais cujos indivíduos pertencem a diferentes classes, raças e gêneros. Nesse contexto, a aceitação do novo é um ponto de grande importância para o contexto das salas de aula da EJA, pois há uma certa desconfiança em relação à necessidade de trazer o novo para processo de ensino e aprendizagem da Matemática nessa modalidade de ensino. Tal desconfiança não se justifica simplesmente pelo fato do novo, mas por considerar que o novo pode significar avanços para a ação educativa. Da mesma forma, o velho não pode ser abandonado apenas por critérios cronológicos, pois, de acordo com Freire (1996, p. 35), "o velho que preserva sua validade ou que encarna uma tradição ou marca uma presença no tempo continua novo".

Educar é também respeitar as diferenças sem discriminação, pois esta é imoral, nega radicalmente a democracia e fere a dignidade do ser humano. Qualquer forma de discriminação deve ser rejeitada, uma vez que "a prática preconceituosa de raça, de classe, de gênero ofende a substantividade do ser humano e nega radicalmente a democracia" (FREIRE, 1996, p. 36).

A reflexão crítica sobre a prática é outro saber fundamental à prática docente. Trata-se de uma ação do professor, independente da modalidade de ensino a que está inserido, refletir sobre sua prática e, a partir dessa reflexão, pautar suas próximas ações, pois é a partir da reflexão que o docente pode identificar possíveis falhas e corrigi-las. Como nos diz Freire (1996), é pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática. Essa criticidade, resultante do pensar certo, "envolve o movimento dinâmico, dialético, entre o fazer e o pensar sobre o fazer" (FREIRE, 1996, p. 38). Esse saber é essencial para que o professor possa possibilitar, aos alunos, a superação da curiosidade ingênua para a curiosidade epistemológica.

Fazer da prática pedagógica uma ação crítica implica compreender que ensinar não é transferir conhecimentos, mas criar possibilidades para a sua produção. É entender que, quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender (FREIRE, 1996). Nesse processo dinâmico, o professor deve promover a capacidade crítica, a curiosidade dos educandos, permitindo que, com sua ajuda/mediação, os alunos construam seus conhecimentos. Para tanto, é necessário que o professor tenha consciência do seu inacabamento.

Reconhecemo-nos como seres inacabados, implica ainda a consciência de que somos condicionados, mas não determinados, pois temos a consciência desse inacabamento e condicionamento. Ou seja, somos condicionados a várias questões impostas historicamente, mas elas não nos determinam, podemos ir além do condicionamento.

Ensinar exige também respeito à autonomia do ser do educando, aos seus saberes, à sua cultura, seja ele criança, jovem ou adulto. Para Freire, a autonomia relaciona-se ao respeito e valorização da cultura, da identidade e dos modos de pensar dos alunos. Respeitar o conhecimento que o aluno traz para a escola, visto ser ele um sujeito social e histórico. É nessa perspectiva que ocorre a dialogicidade verdadeira, na qual os sujeitos (professores e alunos) aprendem e crescem na diferença, sobretudo no respeito a ela.

De acordo com Freire (1996), o bom senso é outro saber a ser perseverado, dada a importância que representa na avaliação contínua que o professor deve fazer das suas práticas. Neste sentido, "quanto mais pormos em prática de forma metódica a nossa capacidade de indagar, de comparar, de duvidar, de aferir, tanto mais eficazmente curiosos podemos nos tornar e mais crítico se pode fazer o nosso bom senso" (FREIRE, 1996, p. 62).

No contexto escolar, há diversas diretrizes que dizem ao professor como proceder diante de determinadas situações. Contudo, antes dessas diretrizes, há o bom senso do professor para orientá-lo em suas decisões. Nas turmas de EJA, o professor vivenciará as mais variadas situações envolvendo alunos (atrasos, ausências, problemas familiares, trabalho, cansaço, entre outros) em que deverá apelar para o seu bom senso na tomada de decisões.

Freire (1996) defende que o professor deve cultivar a humildade e a tolerância. Assim, o professor deve respeitar e aprender a conviver com as diferenças presentes nas salas de aula, pois, como nos diz Freire (1996, p. 67), a resposta do professor "à ofensa à educação é a luta política, consciente, crítica e organizada contra os ofensores".

A ação docente demanda também a apreensão da realidade. "Como professor preciso me mover com clareza na minha prática. Preciso conhecer as diferentes dimensões que caracterizam a essência da prática, o que me pode tornar mais seguro no meu próprio desempenho" (FREIRE, 1996, p. 68). A apreensão da realidade permite ao professor desenvolver uma prática educativa política, uma vez que considerar uma neutralidade política na educação significa desrespeitar o aluno em nome de um falso respeito.

O professor deve estar consciente de que alegria e esperança são saberes constituintes da docência. Para Freire (1996, p. 72), o envolvimento com a prática educativa "sabidamente política, moral, gnosiológica, jamais pode deixar de ser feita com alegria". Já a esperança faz parte da natureza humana e, conscientes do nosso inacabamento enquanto seres humanos, é a esperança que nos move a buscarmos novas possibilidades para permanecermos na luta. Nessa perspectiva, chegamos à convicção de que a mudança é possível e, mais do que possível, ela é necessária.

O ato de ensinar requer do professor que ele faça do seu cotidiano um constante aprendizado, tendo a curiosidade de sempre conhecer mais. Segundo Freire (1996), devemos, enquanto professores, ter a convicção de que sem a curiosidade que nos move, que nos inquieta, que nos motiva a realizar novas buscas, não aprendemos e tampouco ensinamos.

O processo educativo, em que o professor ajuda os seus educandos a construírem seus conhecimentos, revela uma característica fundamental: ensinar é uma especificidade humana. Nesse processo, há uma sutil diferença entre a autoridade democrática e o autoritarismo. O saber que implica uma prática exercida com autoridade democrática diz respeito à segurança, competência profissional e generosidade. Não se faz necessário o professor lembrar ao aluno da autoridade delegada a ele para o desenvolvimento das suas aulas. Ao contrário, demonstra sua competência profissional ao planejar suas aulas e mediar o processo de forma segura e comprometida, buscando o protagonismo dos alunos na produção de seu conhecimento. Assim, recebe o respeito e a admiração dos alunos e, dessa forma, exerce sua autoridade democrática (FREIRE, 1996).

O comprometimento é outro saber apresentado por Freire (1996) e que perpassa os demais saberes. Não é possível o professor exercer a docência e sentir-se à margem dos problemas presentes na Educação. Se o comprometimento demanda do professor atitudes, inclusive, perante problemas externos à sala de aula, então o professor deve compreender que a educação, como experiência especificamente humana, é uma forma de intervenção no mundo. Segundo Freire (1996), independente de qual seja a intervenção da Educação, sempre há uma intervenção, o que não há é uma neutralidade. Tal afirmação implica outro saber necessário à prática educativa, o reconhecimento de que a educação é ideológica, este saber, por sua vez, implica o saber que ensinar exige tomada consciente de decisões.

Consciente da impossibilidade da neutralidade da educação, o professor deve perceber que "por não poder ser neutra, minha prática exige de mim uma definição. Uma tomada de posição. Decisão. Ruptura. Exige de mim uma escolha entre isto e aquilo" (FREIRE, 1996, p. 102). O professor não pode pensar que por meio de sua prática educativa pode transformar o país. Porém, pode mostrar que essa transformação é possível e que sua prática pode contribuir para tal. Aí está a importância de sua tarefa político-pedagógica.

A tomada consciente de decisões também exige que o professor saiba escutar. O diálogo com o aluno só ocorre quando o professor o escuta, pois assim o professor fala com ele e não a ele. Com a prática de escutar o outro, nós nos damos a oportunidade de enxergar nossas ações por outros olhares e então reavaliarmos nossas atitudes, posturas e práticas didático-pedagógicas. Como nos diz Freire (1996, p. 113, grifo do autor), "o educador que escuta aprende a difícil lição de transformar o seu discurso, às vezes necessários, ao aluno, em uma fala *com* ele".

Saber escutar contribui também para que o professor possa rever os formatos de avaliações propostas aos alunos, na perspectiva de romper com avaliações verticalizadas, para uma prática avaliativa "enquanto instrumento de apreciação do que-fazer de sujeitos críticos a serviço, por isso mesmo, da libertação e não da domesticação" (FREIRE, 1996, p. 116). Escutar vai além do aspecto fisiológico, pois tem a ver com a compreensão do que é falado para então falar com o outro. Esta ação não alude no ato de concordar, aceitar o que é falado. Pelo contrário, quando escutamos refletimos e nos posicionamos frente ao falado. Assim, no processo de ensino e aprendizagem, é necessário que haja liberdade tanto por parte do aluno, quanto do professor. O professor, por ter o que dizer, tem o direito e o dever de dizer, contudo, é preciso que saiba que não é o único a ter o que dizer e que seus dizeres não são necessariamente a verdade esperada, abrindo espaço ao diálogo.

O diálogo deve ser democrático. O aluno possui a liberdade e, consequentemente, vai adquirindo autonomia na construção de seu conhecimento perante o desenvolvimento da liberdade e autoridade exercida pelo professor. O desenvolvimento da autoridade está intimamente ligado ao da liberdade, uma vez que, quanto mais criticamente a liberdade assuma o limite necessário tanto mais autoridade tem ela. Por isso ensinar exige liberdade e autoridade. Exige ainda disponibilidade para o diálogo e querer bem aos educandos, pois é a partir dessa disponibilidade em dialogar que o professor terá condições de conhecer o contexto social, político, histórico e cultural em que seus alunos estão inseridos, para então direcionar sua prática educativa tendo em vista os anseios dos seus alunos (FREIRE, 1996). Este, ao referir-se aos saberes, atribui-lhes características necessárias à prática educativo-crítica, definindo saberes fundamentais para a profissão docente. Em síntese, Freire (1996) entende os saberes como princípios político-pedagógicos orientadores da prática educativa, cuja compreensão, pelo professor, é necessária, embora insuficiente, para que ele possa criar um clima favorável ao ensino e à aprendizagem.

3 Metodologia da pesquisa

A metodologia está centrada na abordagem qualitativa do tipo estudo de caso (YIN, 2015). Os sujeitos investigados foram quatro licenciandos do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins (UFT), campus de Arraias, que desenvolveram o estágio supervisionado em turmas da Educação de Jovens e Adultos.

Os dados foram construídos mediante: (i) questionários direcionados aos licenciandos; (ii) entrevistas semiestruturadas realizadas individualmente com os licenciandos; (iii) observação não participante desses sujeitos durante as regências na escola e das aulas da disciplina Estágio Supervisionado IV, ministradas no âmbito da universidade; e (iv) análise do Projeto Pedagógico do Curso de licenciatura em Matemática e dos projetos de intervenção dos licenciandos. A análise ocorreu por meio da triangulação dos dados produzidos.

4 Análises e Resultados

Para uma melhor estruturação dos dados obtidos, os saberes serão apresentados tomando como referência suas fontes de origem: (i) vivências na Educação Básica e no curso de licenciatura em Matemática; e (ii) práxis docente de ensinar Matemática na/para a Educação de Jovens e Adultos. Foi possível identificar que os saberes mobilizados pelos licenciandos provieram da primeira fonte e dizem respeito a bagagem de conhecimentos e crenças sobre a docência adquiridos antes e ao longo do curso de licenciatura em Matemática. Quanto aos saberes construídos pelos licenciandos, emanaram do exercício de reflexão sobre as ações desenvolvidas no decorrer do estágio nas turmas da EJA.

4.1 Saberes advindos das vivências na Educação Básica e no curso de licenciatura em Matemática

A ação docente é influenciada por seus percursos individuais, repletos de representações sobre o que é ser professor e sobre o que é ser aluno. De acordo com Tardif (2010), essas representações decorrem do longo tempo em que o professor esteve imerso no ambiente em que vai atuar e influenciam, fortemente, as ações desse profissional.

No caso desta pesquisa, verificou-se a existência de algumas representações por parte dos licenciandos em relação aos alunos da EJA e, consequentemente, ao ensino de Matemática para esses sujeitos. Essas representações exerceram forte influência nas ações desenvolvidas durante as regências, sendo, inclusive, determinantes para a mobilização de alguns saberes, conforme será apresentado a seguir.

4.1.1 Saber da tradição pedagógica

Esse saber refere-se à representações da docência que determinam o futuro professor antes mesmo do seu ingresso no curso de licenciatura. Diz respeito ao saber dar aulas que transparece numa espécie de intervalo da consciência. Cada professor tem uma representação de escola mesmo antes de entrar nela, ou de ter feito um curso de formação de professores na universidade. Essa representação da profissão docente, ao invés de ser desmascarada e criticada, serve de molde para guiar as práticas docentes dos professores (GAUTHIER et al., 2013).

Um dos saberes mobilizados pelos licenciandos ao longo do estágio supervisionado na EJA foi o saber da tradição pedagógica em relação ao ensino de Matemática, como aulas majoritariamente expositivas, utilização de listas de exercícios, proposição de atividades para serem resolvidas conforme os exemplos apresentados, etc. Esses saberes são decorrentes tanto das experiências vivenciadas quando alunos da Educação Básica quanto da formação recebida no curso de licenciatura em Matemática.

A análise realizada nos projetos de intervenção elaborados pelos licenciandos revelou que saberes oriundos da tradição pedagógica foram mobilizados nos procedimentos metodológicos propostos: aulas expositivas, utilização de livros didáticos, listas de exercícios, lousa e pincéis. Os instrumentos avaliativos previstos constituíram-se em avaliações escritas referentes aos conteúdos matemáticos ministrados.

A incidência dos saberes provindos da tradição pedagógica da Matemática também foi identificada mediante observações realizadas ao longo das regências. Várias aulas apresentaram, como características principais, a exposição de conteúdos específicos da Matemática e ausência de estratégias que possibilitassem e/ou estimulassem a participação dos alunos. Esse roteiro se fez presente em diversas aulas observadas: introdução do conteúdo, apresentação de definições e conceitos matemáticos acerca da teoria desenvolvida, resolução de exemplos, proposição de exercícios condizentes aos exemplos resolvidos e correção dessas atividades.

Também foi possível observar essa postura das licenciandas no atendimento aos alunos que apresentaram dificuldades na compreensão dos conteúdos ministrados. A recorrência por esse formato de aula ratifica a influência dos saberes da tradição pedagógica em suas ações. D'Ambrosio (2011) explica que a típica aula de Matemática ainda tem sido uma aula expositiva, em que o professor escreve no quadro aquilo que julga importante. Em uma aula do tipo expositiva, o aluno copia para o seu caderno e, em seguida, procura fazer exercícios de aplicação. Essa Matemática, dita formal, valoriza o cálculo abstrato, o simbolismo e, consequentemente, a abstração pura, totalmente desvinculada da realidade, deixando de lado a importância dos contextos socioculturais dos alunos e dos seus saberes.

Vale ressaltar que os saberes da tradição pedagógica são importantes, principalmente para os professores em formação ou em início de carreira. Diz respeito ao saber dar aulas e estão relacionados com a representação que previamente cada professor tem da escola e serão, de acordo com Gauthier et al. (2013), adaptados e modificados pelo saber experiencial do cotidiano da prática docente e validado ou não pelo saber da ação pedagógica. Esses saberes também são mobilizados quando os professores se deparam com situações desafiadoras no exercício da docência. Entretanto, precisam ser ressignificados em cada tempo e espaço, pois os contextos e as necessidades educacionais mudam e demandam reflexão por parte do professor.

Antes de iniciarem as regências, os licenciandos reconheceram a necessidade do uso de diferentes metodologias na ação de ensinar Matemática na/para a EJA. Contudo, a diversificação de metodologias não foi colocada em prática em diversas aulas ministradas. Isso pode estar associado a dificuldades em enxergar outras formas de conduzir o processo de ensino e aprendizagem de Matemática diferente da perspectiva tradicional, que envolva os alunos à participação efetiva. Para Pimenta e Lima (2006), isso acontece porque no curso de licenciatura recebem ementas prontas, planejam individual e solitariamente, o que acaba isolando os licenciandos, culminando em práticas docentes estagnadas, repetitivas e sem criatividade. De acordo com as autoras, cabe à universidade, enquanto agência promotora dos saberes científicos, "[...] tratar o conhecimento/ciência transformando-o em saber escolar, possibilitando a sua efetivação em práticas pedagógicas que garantam a aprendizagem institucional" (PIMENTA; LIMA, 2006, p. 8).

Nas duas últimas décadas, diversos textos voltados à formação de professores têm orientado sobre a importância de um ensino de Matemática que busque corresponder aos anseios e expectativas dos alunos da EJA, principalmente mostrando a utilidade da Matemática para eles em diversos aspectos de sua vida cotidiana (conforme BRASIL, 2002). No campo da Educação Matemática, estudos como os de Fonseca (2007), por exemplo, também tem defendido a necessidade de articular os saberes cotidianos e escolares, considerando que essa articulação pode ser motivadora no processo de ensino e aprendizagem, além de possibilitar uma participação mais efetiva dos alunos jovens e adultos no processo educacional. Contudo, essa não é uma tarefa fácil, pois, demanda que durante o curso de licenciatura.

Nas entrevistas realizadas após o término das regências foi possível identificar nos relatos dos licenciandos a existência de alguns fatores que podem ter contribuído para a mobilização de saberes oriundos da tradição pedagógica.

Um deles diz respeito ao fato de que é dado pouco direcionamento, por parte dos professores formadores, para formar o professor de Matemática que vai atuar na Educação Básica. Alguns docentes do curso de licenciatura até mencionaram a importância da utilização de diferentes metodologias no/para o ensino da Matemática. Entretanto, essas recomendações, quando aconteceram, ficaram apenas no discurso, evidenciando não só a dicotomia teoria/prática na sua licenciatura, mas também a ausência nesse curso de um trabalho pedagógico e epistemológico dos conteúdos. Isso pode estar associado ao fato de ainda persistir a concepção de que a universidade é o lócus da produção de conhecimentos, e a escola é um lugar de reprodução ou aplicação desses conhecimentos. Como os licenciandos não tiveram oportunidade de cursar disciplinas com foco na EJA e, consequentemente, conhecerem metodologias inerentes ao ensino de Matemática nessa modalidade de ensino, o caminho escolhido foi lançar mão das metodologias que conheciam, ou seja, aquelas provenientes da tradição pedagógica. Isso corrobora a ideia de que o tempo de imersão do professor em seu *lócus* de trabalho, antes mesmo de ingresso na carreira, é determinante para a construção de determinadas representações sobre a docência, conforme defende Tardif (2010).

O desinteresse apresentado pelos alunos mais jovens, em sala de aula, também emergiu como justificativa para a recorrência nas ações metodológicas tradicionais ao longo das aulas.

Nas últimas décadas, as salas de aula da EJA apresentam uma nova configuração: grande parte dos alunos são adolescentes ou muito jovens, com ritmos e objetivos diferenciados daquele perfil de pessoas mais idosas, mas igualmente marcados por um histórico de fracassos e insucessos, ocasionados por fatores diversos. Adolescentes enfrentam na EJA desde dificuldades inerentes à falta de uma política adequada para recebê-los até conflitos intergeracionais com aqueles outros sujeitos que possuem expectativas e necessidades diferentes. A diversidade geracional presente nas salas de aula da EJA impõe o desafio de pensarmos em metodologias de ensino que atendam aos interesses e expectativas desse público que, em face das diferentes relações já estabelecidas com a Matemática, persistem em frequentar a escola. Embora a carreira docente seja repleta de embates e desafios, defendemos uma postura docente sustentada na dialogicidade, que priorize ações diversificadas e adequadas a cada contexto e suas particularidades.

Além dos motivos mencionados, foi possível observar em determinados momentos das regências, atitudes que podem ter favorecido a recorrência por metodologias mais tradicionais para o ensino da Matemática nas turmas da EJA. Exemplo disso foram as constantes ausências de uma licencianda às aulas.

A influência do saber da tradição pedagógica também pôde ser observada quando os licenciandos se depararam com situações adversas durante as regências na EJA, como nos momentos em que os alunos conversavam entre si e não davam atenção aos conteúdos ministrados, ou ainda quando não compreendiam as explicações dos estagiários. Nessas ocasiões, recorreram ao professor de Matemática da turma onde desenvolveram o estágio.

O efetivo acompanhamento por parte do professor responsável pela turma onde se desenvolve o estágio é de fundamental importância para o licenciando. Esse profissional é o responsável pela supervisão do estagiário e, além disso, pode contribuir para a formação do futuro professor de Matemática, pois, já possui experiência na profissão. O auxílio ao licenciando, na condição de estagiário é, inclusive, a prática que se espera desse profissional, da mesma forma que se espera do formador de professores o acompanhamento aos licenciandos ao longo das regências.

Vale ressaltar que a responsabilidade pelas ações desenvolvidas durante as regências não deve ser atribuída, exclusivamente, aos licenciandos. Mudanças metodológicas na prática docente demandam atitudes de reflexão/investigação e consequente autonomia por parte do professor. Para que isso aconteça é preciso que o docente ou o futuro professor observe, reflita, questione e formule hipóteses que o ajudem a selecionar e a encontrar estratégias pedagógicas que atendam às necessidades das turmas onde está desenvolvendo sua prática.

No caso deste estudo, o curso de licenciatura em Matemática não ofertou formação para atendimento às demandas da EJA e, consequentemente, para a construção de saberes inerentes a essa modalidade de ensino, revelando o distanciamento existente entre a formação dada e a prática dos licenciandos. Estes, ao se depararem com a realidade das salas de aulas da EJA, com toda sua especificidade e complexidade, perceberam a distância entre a teoria estudada e a prática observada. Esse é um dos motivos pelo qual defendemos a importância da EJA ser pauta contínua de discussão nos cursos de licenciatura em geral e, particularmente, no curso investigado, haja visto essa modalidade de ensino ser um dos lócus de desenvolvimento do estágio docente.

4.1.2 Saber disciplinar

Saberes inerentes as disciplinas cursadas durante a licenciatura em Matemática também foram mobilizados pelos licenciandos que participaram deste estudo. Dentre esses saberes, emergiram aqueles provenientes: (i) das disciplinas específicas da Matemática (relacionados aos conteúdos de ensino) e (ii) das disciplinas pedagógicas (principalmente relacionados a metodologias de ensino). Tais saberes serão abordados de agora em diante.

Os saberes provenientes das disciplinas específicas dizem respeito ao domínio dos conteúdos exclusivos da Matemática incluindo, de acordo com Shulman (1986), compreensões de fatos, conceitos, estruturas e procedimentos dessa disciplina.

A análise realizada nos projetos de intervenção elaborados pelos licenciandos revelou que os saberes oriundos das disciplinas específicas do curso de licenciatura em Matemática compareceram nos objetivos geral e específicos e trataram, exclusivamente, dos conteúdos matemáticos previstos para as turmas onde desenvolveram as regências.

A incidência dos saberes provindos das disciplinas específicas do curso de licenciatura nas ações desenvolvidas pelos licenciandos também foi identificada mediante observações realizadas ao longo das regências. Em várias ocasiões os licenciandos limitaram-se a explorar conteúdos matemáticos, tendo como foco apenas a abstração dos mesmos. Isso ocorreu tanto na explicação dos conteúdos como nos exercícios propostos.

Outra situação onde os licenciandos também mobilizaram saberes específicos da Matemática foi no atendimento a lacunas de aprendizagem dos alunos em relação a conteúdos mais elementares desse componente curricular e na elaboração e proposição de exercícios. Estes exploravam apenas o raciocínio lógico-matemático. Em algumas ocasiões foi possível observar que os licenciandos tiveram dificuldades para explanar os conteúdos matemáticos. Essas dificuldades revelaram que os conteúdos da Matemática a serem ensinados na educação básica não são discutidos nos cursos de licenciatura em Matemática investigado, ocasionando dificuldades no exercício da prática docente nesse nível de ensino. Uma possibilidade para mudar esse quadro é (re) estruturar currículos dirigidos à formação do professor de Matemática por meio dos quais seja dada, entre outras coisas, ênfase aos conteúdos que o professor vai ensinar (proporcionando-lhe fundamentação conceitual desses conteúdos) e aos processos de raciocínio, levando-os a construir conhecimentos e a expressar com clareza seus pensamentos.

Vale ressaltar que ensinar exige um conhecimento do conteúdo a ser comunicado, visto que, evidentemente, não se pode ensinar algo cujo conteúdo não se domina. Para Gauthier et al. (2013) o tipo de conhecimento que um professor possui a respeito da matéria que vai ensinar influencia diretamente no ensino e na aprendizagem dos alunos.

Nas entrevistas realizadas após o término das regências foi possível verificar a existência de uma crença, por parte de alguns licenciandos, de que o domínio do conhecimento específico habilita o professor para atuar em qualquer modalidade de ensino. Este foi um fator que contribuiu para a mobilização de saberes oriundos das disciplinas específicas da Matemática. Tal discurso é ainda fortemente presente no interior dos cursos de licenciatura em Matemática e se fundamenta na concepção de que ser professor é apropriar-se de conteúdos e apresenta-los aos alunos em sala de aula, com aulas expositivas embasadas em teorias e na resolução de exercícios sistematizados para a memorização.

O apego ao tratamento excessivamente formal do conhecimento matemático distancia o aluno do objeto e dos modos de conhecer e fazer Matemática criando uma mistificação (conforme FREIRE, 2011) da Matemática, resultando em um estranhamento nos alunos pelo modo escolar de trabalhar a Matemática. Nesse caso, como lembra Fonseca (2007, p. 37), "[...] o ensino da matemática poderá contribuir para um novo episódio de evasão da escola, na medida que não consegue oferecer aos alunos e alunas da EJA razões ou motivação para nela permanecerem [...]".

Os saberes provenientes das disciplinas pedagógicas do curso de Licenciatura em Matemática estão relacionados ao conhecimento de teorias e princípios relacionados a processos de ensinar e aprender; conhecimentos dos alunos (características, processos cognitivos e desenvolvimentais de como aprendem); conhecimento de contextos educacionais; conhecimento de diferentes instrumentos metodológicos para o ensino, etc.

Os licenciandos teceram diversas críticas à formação recebida ao longo da graduação, pois, as disciplinas pedagógicas obrigatórias da matriz curricular do curso de licenciatura em Matemática não contemplaram, ao menos explicitamente, a EJA. Implica dizer que os componentes curriculares que poderiam contribuir para a formação do conhecimento pedagógico do conteúdo (conforme SHULMAN, 1986) de Matemática para a EJA não foram apresentados de forma relacionada com o que os licenciandos precisaram para o desenvolvimento do estágio supervisionado nessa modalidade de ensino. Isto está associado ao fato de que, muitas vezes, essas disciplinas são ministradas por professores formadores que desconhecem e/ou não valorizam a docência na EJA. Dessa forma, para alguns dos licenciandos investigados neste estudo, o contato com as turmas da Educação de Jovens e Adultos ocorreu apenas nas disciplinas de estágio supervisionado.

Nos projetos de intervenção elaborados por duas licenciandas não foram identificados saberes oriundos das disciplinas pedagógicas. Isso guarda relação com o fato de os componentes curriculares obrigatórios do curso de licenciatura não terem oportunizado discussões relacionadas à EJA.

Antes de iniciar o do estágio supervisionado na EJA, um licenciando teve a oportunidade de cursar uma disciplina eletiva que tratava, exclusivamente, dessa modalidade de ensino. As temáticas abordadas nesse componente curricular contribuíram para que algumas ações importantes para a prática docente na EJA – como a articulação entre os conhecimentos matemáticos e a realidade dos alunos, por exemplo – fossem contempladas no projeto de intervenção elaborado por esse licenciando. Também foi possível identificar nesse documento a incidência de saberes provindos de outras disciplinas pedagógicas, principalmente no que diz respeito aos instrumentos metodológicos previstos pelos licenciandos, como o uso de jogos e de recursos tecnológicos.

As observações realizadas ao longo das regências revelaram que o referido licenciando mobilizou saberes oriundos de disciplinas pedagógicas, principalmente aqueles relacionados ao uso de instrumentos metodológicos para auxiliar os alunos na compreensão dos conceitos matemáticos desenvolvidos. Utilizou ainda os seguintes procedimentos metodológicos em suas ações ao longo das regências: videoaulas, atendimento aos alunos nas suas carteiras, realização de exercícios em duplas, correção de atividades na lousa (buscando reforçar a explicação dos conceitos e sanar dúvidas que ainda existiam) e convite aos alunos para resolver atividades na lousa. Nesta ação, auxiliou os alunos sempre que se fez necessário.

Nas ações desenvolvidas pelos demais licenciandos ao longo das regências não foi possível identificar a mobilização desse saber.

4.1.3 Saber experiencial

De acordo com Tardif (2010), Gauthier et al. (2013) e Freire (1996), as experiências de vida, nos seus diferentes contextos, influenciam as escolhas e ações no âmbito profissional. Nessa perspectiva, quando o professor recém formado – ou ainda em formação inicial, como é o caso deste estudo – vai ensinar os conteúdos matemáticos, não tem referenciais apenas as aprendizagens oriundas das disciplinas da licenciatura, mas também as lembranças de seus tempos de aluno da Educação Básica.

Os resultados revelaram que todos os sujeitos investigados neste estudo mobilizaram, durante o estágio supervisionado na EJA, saberes provenientes das experiências anteriores enquanto alunos. Esses saberes emergiram das experiências vivenciadas na Educação Básica e nos estágios supervisionados do curso de licenciatura em Matemática. Tais saberes serão abordados a partir de agora.

Na configuração dos projetos de intervenção elaborados por três licenciandos não foi possível identificar a incidência de saberes experienciais inerentes à EJA, até porque o contato delas com essa modalidade de ensino ocorreu quando cursaram o componente curricular Estágio Supervisionado II. Naquela ocasião, não participaram do planejamento das aulas ministradas pelos professores responsáveis pelas turmas onde estagiaram, o que poderia ter fornecido elementos importantes para o trabalho com os sujeitos da EJA.

Outro licenciando, por sua vez, teve contato com a realidade da EJA antes mesmo do ingresso no curso de licenciatura. Ao longo deste, observou e participou das regências em salas de aula dessa modalidade de ensino, por intermédio dos dois primeiros estágios supervisionados. Além disso, teve a oportunidade de cursar uma disciplina eletiva específica sobre a EJA. Essas experiências possibilitaram que na elaboração dos projetos de intervenção fossem inseridas algumas ações importantes para a prática docente na EJA, por exemplo, a contextualização e a articulação dos conteúdos de ensino com o cotidiano dos alunos. Nos procedimentos de avaliação, os licenciandos previram considerar as atividades realizadas pelos alunos, sua participação ao longo das aulas, bem como atividades avaliativas individuais ou em duplas.

O saber da experiência foi mobilizado por todos os licenciandos para superar o desafio da pouca carga horária da disciplina de Matemática, aliada à necessidade constante de (re)organização do planejamento das aulas para atender ao cronograma de atividades proposto pela escola. Diante desse desafio, a solução encontrada pelos licenciandos foi trabalhar superficialmente todos os conteúdos previstos nos projetos de intervenção.

As observações realizadas ao longo das regências revelaram que três dos sujeitos investigados mobilizaram saberes oriundos das experiências vivenciadas enquanto alunas do curso de licenciatura em Matemática. Essa ação pode ser compreendida com esteio nas ideias de Gonçalves (2000). Este explica que o futuro professor passa, desde suas primeiras experiências como aluno da licenciatura, por uma formação ambiental, pois, ao assistir a uma aula, mesmo sobre um tema específico da Matemática durante o curso, está também, implicitamente, aprendendo a como se portar diante dos alunos, diante do conteúdo, como criar um ambiente que possibilita a aprendizagem, como avaliar.

A postura adotada pelas licenciandas também pode ser entendida como reflexo da formação recebida antes do seu ingresso no curso de licenciatura em Matemática, pois, como afirma Tardif (2010, p. 68), os professores são profissionais que ficaram muito tempo imersos em seu *lócus* de trabalho, antes mesmo de começarem a trabalhar, logo "essa imersão se expressa em toda uma bagagem de conhecimentos anteriores, de crenças, de representações e de certezas sobre a prática docente". Tardif (2010) ainda observa que as representações e crenças a respeito do ensino são tão presentes na memória dos futuros professores que, na maioria dos casos, o trabalho realizado durante o curso de licenciatura não consegue muda-las nem as abalar. Dessa forma, Tardif (2010, p. 69) afirma que "tão logo começam a trabalhar como professores, sobretudo no contexto de urgência e de adaptação intensa que vivem quando começam a ensinar, são essas mesmas crenças e maneiras de fazer que reativam para solucionar seus problemas profissionais [...]".

Isso não significa que, no momento da prática docente, os professores simplesmente descartam e/ou ignoram os saberes adquiridos durante o curso de Licenciatura em Matemática. De acordo com Tardif (2010), os saberes da formação acadêmica são filtrados, adaptados e incorporados à prática docente de tal forma que não são mais reconhecidos como exteriores à experiência do professor. Nesse sentido, a prática docente pode ser vista como "um processo de aprendizagem através do qual os professores retraduzem sua formação e a adaptam à profissão, eliminando o que lhes parece inutilmente abstrato ou sem relação com a realidade vivida e conservando o que pode servir-lhes de uma maneira ou de outra" (TARDIF, 2010, p. 53).

Nesse contexto, alguns saberes que os futuros professores de Matemática vão precisar para trabalhar nas salas de aula da Educação Básica (na realização dos estágios supervisionados e, posteriormente, na atuação profissional) não são discutidos durante o curso de licenciatura. A esse respeito, Moreira e David (2010, p. 43) lançam o seguinte questionamento: "[...] no caso em que saberes fundamentais à prática pedagógica escolar não são devidamente discutidos no processo de formação, a que tipo de recurso pode recorrer o professor?".

No caso de um dos sujeitos, o recurso foi recorrer às experiências vivenciadas quando aluna da Educação Básica. Essa forma de agir não é suficiente para que o professor, em estágio ou recém formado, possa atender as demandas contemporâneas da Educação que exigem um ensino de Matemática contextualizado, que relacione os conceitos científicos com as necessidades dos alunos e com outras áreas do conhecimento. Por outro lado, o curso de licenciatura em Matemática não oferta formação para atender a essas demandas, ocasionando enorme distanciamento entre as teorias estudadas e as práticas observadas nas salas de aula da Educação Básica.

No caso da Educação de Jovens e Adultos essa realidade é ainda mais grave, pois, além de os cursos de licenciatura em Matemática não contemplarem, em suas matrizes curriculares, disciplinas com foco nessa modalidade de ensino, é muito raro encontrar um licenciando ou professor recém formado que tenha vivenciado alguma experiência na condição de aluno da EJA. Por conseguinte, percebem a limitação dos seus saberes pedagógicos logo nos primeiros contatos que estabelecem com os alunos da EJA.

Vale ressaltar que um dos licenciandos foi aluno e professor da EJA antes do ingresso no curso de licenciatura em Matemática. Essa condição possibilitou o desenvolvimento de ações diferenciadas no que diz respeito ao ensino de Matemática para os alunos da turma onde estagiou.

Uma delas foi buscar maior aproximação com os sujeitos da EJA. Nos diálogos estabelecidos em sala de aula, o licenciando procurou conhecer um pouco das suas histórias de vida dos alunos, saber o que pensavam a respeito da Matemática, se gostavam desse componente curricular, etc. O licenciando adotou postura semelhante nos momentos em que precisou conversar com algum aluno que apresentava baixa autoestima durante as aulas. Nessas ocasiões, o licenciando procurou ouvir os alunos, dar-lhes atenção, motiva-los, convencê-los a persistir, encorajando-os para a permanência na escola.

Para Freire (2011), o professor, na condição de investigador, deve conhecer a realidade do aluno e entender as formas como este percebe a realidade e vê o mundo, formas estas que se encontram refletidas em suas ações. Essas compreensões serão basilares para organização da ação pedagógica, numa educação que, nas palavras do autor, "[...] não se faz de 'A' para 'B' ou de 'A' sobre 'B', mas de 'A' com 'B', mediatizados pelo mundo" (FREIRE, 2011, p. 116).

Durante sua apresentação, o licenciando mencionou fatos importantes em relação à sua história de vida com a EJA, como a experiência vivenciada na condição de aluno e, posteriormente, de alfabetizador dessa modalidade de ensino, as dificuldades em relação a aprendizagem e ao ensino da Matemática e sua perseverança para obter êxito nesse processo. Na oportunidade, o licenciando buscou incentivar os alunos, motivá-los para que não desistissem, principalmente porque estavam no 3º Ano do Ensino Médio.

Essa forma de se apresentar revelou que o licenciando é alguém que viveu situação similar à que os alunos estavam vivendo naquela oportunidade, que também passou por dificuldades e que nem por isso desistiu. Ou seja, é alguém que conhece o lugar sobre o qual fala. Outra ação do licenciando foi questionar os alunos sobre o entendimento deles acerca dos temas propostos ao longo das regências. A partir das contribuições dos alunos, iniciava a exposição do assunto. Essa atitude do licenciando faz lembrar Freire (1996) quando fala da importância de saber escutar.

O licenciando buscou ainda a participação dos alunos por meio de contextualizações do conteúdo apresentado, partindo de situações reais e das experiências dos alunos para dar sentido ao estudo proposto. Tal postura vai ao encontro daquilo que é defendido Freire (1996): ensinar exige respeito aos saberes dos educandos. Nesse sentido, o professor de EJA deve, além de respeitar os saberes que os educandos chegam à escola, “discutir com esses alunos a razão de ser de alguns desses saberes em relação com o ensino dos conteúdos” (FREIRE, 1996, p. 30).

Contextualizar também demanda mudanças na postura do professor: de passiva para crítica em relação aos conceitos matemáticos. Demanda ainda domínio dos conteúdos matemáticos – ou certa intimidade com o conhecimento matemático, com diz Fonseca (2007) – para que possa inseri-los nas diversas situações que o contexto dos alunos exigir.

O licenciando demonstrou ter o entendimento de como deve ser o envolvimento docente na produção do conhecimento e no processo de ensino e aprendizagem na EJA. Nessa direção, compreendeu a necessidade de considerar os conhecimentos trazidos pelos alunos e de envolve-los no processo de construção do conhecimento.

O desenvolvimento do estágio na EJA trouxe à memória do licenciando a experiência vivenciada anteriormente, em outro contexto. Essa memória deu significado à ação desenvolvida por ele no contexto da turma onde atuou; ou seja, ressignificou experiências internalizadas durante a vida estudantil e/ou profissional sobre como deve ser a prática docente na EJA. A ação do licenciando revelou ainda que é na práxis ou na prática docente que os saberes da profissão são efetivamente compreendidos, construídos ou ressignificados.

4.2 Saber da práxis docente de Matemática na Educação de Jovens e Adultos (EJA)

Na literatura relacionada a formação de professores é possível identificar a existência de um conjunto de conhecimentos/saberes apontados como necessários à ação docente em qualquer modalidade de ensino. Tais saberes são basilares, contudo, a EJA possui características singulares, principalmente no que diz respeito ao público que atende, exigindo do professor o desenvolvimento de saberes que são particulares à essa modalidade de ensino. A esse respeito, na presente pesquisa identificou-se saberes que diferem daqueles elencados pelos autores que fundamentam este estudo. Esses saberes são inerentes ao ensino de Matemática na/para a EJA e foram construídos a partir da reflexão crítica dos licenciandos sobre ações realizadas durante o desenvolvimento do estágio supervisionado.

Os saberes identificados nesta pesquisa podem, por sua vez, compor o corpus de conhecimentos/saberes da docência e, para uma melhor estruturação, serão apresentados dentro de duas categorias: (i) saber sobre os alunos da EJA e suas especificidades e (ii) saber sobre ensinar Matemática na/para a EJA.

4.2.1 Saber sobre os alunos da EJA e suas especificidades

Uma característica fundamental apontada pelos licenciandos diz respeito a importância de conhecer os alunos da EJA, chama-los pelos seus nomes, saber os motivos das suas ausências às aulas, conhecer a realidade de cada um, suas histórias de vida e o porquê de estarem na escola. Tais atitudes aproximam professores e alunos, facilitando o relacionamento e, consequentemente, as ações desenvolvidas nas turmas. A esse respeito, Freire (2011) afirma que conhecer a realidade e os próprios sujeitos da EJA faz toda a diferença nos momentos de planejar, selecionar conteúdos e atuar nessa modalidade de ensino. O autor orienta que o professor investigue a realidade dos alunos jovens e adultos, na perspectiva não somente de conhece-la, mas de entender como eles a percebem e veem o mundo.

Os licenciandos apontaram algumas situações desafiadoras em relação ao ensino de Matemática na/para a EJA: falta de conhecimento básico da Matemática, dificuldades na leitura e na escrita, escassez de tempo do aluno adulto para estudos em ambientes externos à escola, descontinuidade no percurso escolar, baixa autoestima, heterogeneidade cognitiva, ausências constantes nas aulas, diversidade de idades numa mesma sala de aula e escassez de material didático voltado para a EJA. Mencionaram ainda o desafio da carga horária da disciplina de Matemática, aliada à necessidade constante de (re) organização do planejamento das aulas para atender ao cronograma de atividades proposto pela escola. Estas situações não são exclusivas das escolas que atendem a EJA. Entretanto, na minha experiência docente, tenho percebido certa predileção pelo(s) turno(s) de atendimento aos alunos jovens e adultos para a realização de eventos diversos, inclusive aqueles que não estavam previstos no calendário escolar.

Ao descreverem esses desafios, os licenciandos demostraram que o estágio supervisionado lhes possibilitou maior conhecimento sobre o ensino de Matemática para turmas da EJA e, consequentemente, a construção de um saber sobre os alunos da EJA e suas especificidades.

4.2.2 Saber sobre ensinar Matemática na/para a EJA

A reflexão crítica sobre as situações desafiadoras vivenciadas nas regências representou ações realizadas individualmente pelos licenciandos. Entretanto, as observações revelaram que esses sujeitos também tiveram a oportunidade de compartilhar suas experiências nos encontros da disciplina Estágio Supervisionado IV, para que pudessem ser discutidas entre os pares e o professor formador.

Nos encontros dessa disciplina, o professor formador disponibilizava momentos para que cada licenciando compartilhasse suas experiências na perspectiva de que fossem refletidas e discutidas entre todos. Os licenciandos mencionavam situações com as quais tiveram dificuldades de lidar, bem como ações desenvolvidas que resultaram em experiências positivas em relação ao aprendizado dos alunos da EJA. Após cada relato, o professor formador questionava qual a postura adotada pelo licenciando diante daquilo que havia exposto. Em seguida, pedia a opinião/contribuição dos colegas acerca da situação apresentada pelo licenciando e, posteriormente, fazia suas considerações.

As contribuições do professor formador e dos colegas de estágio apontadas na descrição anterior, aliadas as reflexões delas decorridas, possibilitaram, em certa medida, mudanças significativas nas ações desenvolvidas por alguns licenciandos. A esse respeito, as observações revelaram que passaram a respeitar o ritmo de aprendizagem dos alunos dessa modalidade de ensino. Vale ressaltar que essa atitude docente se dá pela necessidade do aluno compreender o porquê está estudando determinados conteúdos, qual a importância que eles representam na formação desse sujeito enquanto cidadão e não em decorrência de incapacidade ou lentidão de compreensão do aluno da EJA.

O aluno da EJA, com suas características peculiares, motivou a adequação das metodologias utilizadas até então, revelando sensibilidade com discentes que apresentavam indícios de que poderiam estar com dificuldades para compreender os conceitos desenvolvidos. Essa postura revelou o compromisso ético dos licenciandos com o processo de construção do conhecimento matemático dos alunos. Para Freire (1996), a ética deve caminhar ao lado sempre da estética na prática do professor. As observações realizadas revelaram situações nas quais foi possível identificar indícios também da estética dos licenciandos. Como exemplo, quando tomaram o cuidado de mostrar aos alunos que para o cálculo dos juros, a taxa e o período deveriam estar na mesma unidade, para que assim a equivalência fosse mantida, além de explicar como fazer a conversão sempre que necessário.

Outra mudança observada foi a utilização de opções metodológicas que não estavam previstas no projeto de intervenção. Uma delas, a título de exemplo, foi prover ações que possibilitavam aos alunos a percepção das relações existentes entre o cotidiano por eles vivenciado e os conteúdos matemáticos. A ação de trazer o cotidiano dos alunos para a sala de aula, com temas significativos para os educandos vai ao encontro do que sugere Freire (2011), de que os seres humanos podem refletir sobre suas limitações e projetar a ação para transformar essa realidade que os condiciona. Assim, esses sujeitos podem atuar sobre a realidade, chegando ao saber por um ato de reflexão e de ação. Para Freire (2011), essa inserção lúcida na realidade pode leva-lo à crítica desta e ao ímpeto de transforma-la.

A mudança na linguagem matemática utilizada com os alunos também foi mencionado pelos licenciandos como uma ação adotada a partir das reflexões realizadas sobre sua prática ao longo das regências, pois tomaram consciência da necessidade de usar uma linguagem mais próxima do aluno, sem se preocupar, primariamente, com o rigor técnico da informação. Por estar há algum tempo distantes da escola, muitos alunos da EJA não têm familiaridade com a linguagem matemática escolar, cabendo ao professor a sensibilidade de perceber e buscar a aproximação entre essa linguagem e os alunos.

De acordo com Knijnik (1996), a escola valoriza o conhecimento dominante também pela legitimação da linguagem da classe dominante e assume como função ensinar aos alunos a linguagem “legítima”. No entanto, Cabral e Fonseca (2009) afirmam que os alunos da EJA fracassam na escola justamente pelo estranhamento da linguagem que essa instituição toma como legítima, pelas dificuldades causadas por esse estranhamento e pela cobrança de um conhecimento linguístico que ela “supõe” que eles já saibam ou aceitam como certo.

Nesse contexto, a sensibilidade para as preocupações, as necessidades, o ritmo e os anseios da vida adulta (conforme FONSECA, 2007), é uma característica fundamental ao trabalho docente na EJA e deve ser estimulada ao longo da graduação. Infelizmente, o que tenho percebido na minha experiência e pelo que revelaram os sujeitos que participaram deste estudo, é que temáticas relacionadas à EJA permanecem invisíveis nas matrizes curriculares dos cursos de licenciatura em Matemática. Assim, é na ação e na reflexão crítica sobre o contexto da prática – no caso deste estudo, no desenvolvimento do estágio supervisionado em turmas da EJA – que o futuro professor de Matemática constrói um saber sobre ensinar Matemática na/para EJA.

As observações realizadas ao longo do estágio supervisionado revelaram a ocorrência de algumas questões que não poderiam passar desapercebidas aos olhos do pesquisador. Uma delas diz respeito aos encontros da disciplina Estágio Supervisionado IV.

Os encontros promovidos por esse componente curricular apresentaram potencial para reflexões e teorizações sobre as ações desenvolvidas pelos licenciandos. Essas ações, se problematizadas, teorizadas e refletidas poderiam contribuir para a construção de saberes da ação pedagógica nessa modalidade de ensino. Entretanto, as experiências relatadas pelos licenciandos foram exploradas superficialmente pelo professor formador, pois, conforme afirmam

Gauthier et al., (2013), os julgamentos dos professores e os motivos que lhes servem de apoio devem ser teorizados para poderem, a partir daí, tornarem-se saberes da ação pedagógica e serem compartilhados com os pares outros docentes.

Nesse sentido, aumenta a importância do professor formador em discutir, teoricamente, com os licenciandos as situações vivenciadas ao longo das regências na EJA, em especial aquelas que apresentaram alguma dificuldade. Essas experiências poderiam, se teorizadas, promover reflexões sobre a prática docente e contribuir para a construção de saberes da ação pedagógica. Estes poderiam fundamentar práticas vindouras dos licenciandos, tanto no cumprimento do estágio supervisionado como na atuação enquanto professores da Educação Básica. Afinal, conforme defendem Gauthier et al. (2013, p. 34), na ausência de um saber da ação pedagógica válido, "o professor, para fundamentar seus gestos, continuará [...] usando saberes que não somente podem comportar limitações importantes, mas que também não o distinguem em nada, ou em quase nada, do cidadão comum".

Outra questão observada foi o fato de que apenas dois sujeitos que participaram deste estudo buscaram contemplar, em suas ações, os aprendizados provenientes dos encontros da disciplina de estágio. Os demais também compartilharam suas experiências e receberam contribuições, porém, essas não foram levadas em consideração nas ações desenvolvidas durante as regências. Por que será?

A formação ofertada pelo curso de licenciatura, centrada nos conhecimentos específicos da Matemática, é uma hipótese plausível para a recusa desses licenciandos. Há também a possibilidade de que as contribuições recebidas podem não ter feito sentido para eles naquele momento. Ou ainda, a insegurança em propor metodologias com as quais não têm afinidade, ou que podem ser muito diferentes daquelas tradicionalmente aceitas na escola. Enfim, os motivos podem ser diversos. Contudo, uma ação poderia ter contribuído para a mudança desse quadro: o efetivo acompanhamento do professor formador ao longo do desenvolvimento das regências.

A esse respeito, as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica estabelecem que a prática pedagógica dos licenciandos ao longo das regências deve

“[...] obrigatoriamente, ser acompanhada por docente da instituição formadora e por 1 (um) professor experiente da escola onde o estudante a realiza, com vistas à união entre a teoria e a prática e entre a instituição formadora e o campo de atuação” (BRASIL, 2019, p. 9). Para Gatti (2014) os estágios supervisionados deveriam ser espaços onde teorias e práticas, em interconexão com os contextos escolares, propiciassem a construção de aprendizagens sobre a educação escolar e a docência. No entanto, esse tem se configurado numa busca isolada dos licenciandos, ou práticas passivas, em virtude de os professores formadores responsáveis pelo estágio não oportunizarem uma real orientação e supervisão, talvez também por se encontrarem sobrecarregados. “Não lhes é dada a mínima condição de, efetivamente, fazerem o acompanhamento, discussão e avaliação dessa atividade obrigatória” (GATTI, 2014, p. 41).

Por fim, e não menos importante, o desenvolvimento do estágio supervisionado na EJA possibilitou aos licenciandos – mesmo aqueles que, na maior parte das aulas ministradas, priorizaram o conhecimento específico da Matemática – o reconhecimento de que a docência na EJA demanda a construção e a mobilização de alguns saberes que são específicos à essa modalidade de ensino.

Os resultados comprovaram a hipótese apresentada na parte inicial desta pesquisa, de que o momento do estágio supervisionado na EJA é aquele em que o futuro professor de Matemática se defronta com a prática profissional nessa modalidade de ensino e pode ressignificar os saberes construídos ao longo de sua trajetória estudantil, principalmente no curso de licenciatura, se constituindo em um propenso espaço de reflexão e de mobilização e construção de saberes para a docência em Matemática em consonância com as especificidades dos educandos jovens e adultos. Isto dito, defendemos que o estágio supervisionado é também uma oportunidade de superar eventuais lacunas deixadas pela licenciatura em Matemática. Nesse sentido, a escola deve ser reconhecida como um espaço de vivência e reflexão sobre a práxis docente e não apenas como um espaço de práticas esvaziadas e sem sentido para os alunos da EJA.

5 Considerações finais

Do estudo realizado, escolhemos para reflexão uma questão que nos parece guardar relação com todos os saberes mobilizados e construídos pelos licenciandos no desenvolvimento do estágio supervisionado na EJA: a formação recebida ao longo da licenciatura em Matemática.

A formação (ou ausência dela) adequada do professor de Matemática para atuar na EJA reflete na apropriação acrítica de certas "verdades", construídas ao longo da vida de estudante, principalmente àquela de que o domínio do conteúdo matemático seria suficiente para aqueles que vão atuar, seja na EJA ou em outras modalidades de ensino. Isso corrobora a ideia de que se faz necessário pensar urgentemente em uma formação específica para o professor que vai atuar com essa modalidade.

A formação é aqui entendida como lugar e tempo de construção dos saberes da docência. Nesse sentido, a formação inicial, oferecida pelas Instituições de Ensino Superior destinadas a executar essa tarefa, é um desses lugares e tempos e, de acordo com os autores, pouco privilegiam, ou pouco oportunizam espaços para discutir a EJA. Quando o fazem, estão limitados a um mínimo de carga horária o que inviabiliza promover discussões mais aprofundadas em relação aos desafios dessa modalidade de ensino. Não se discute, nessa formação, o conhecimento didático e pedagógico que deve fundamentar, junto com o saber do conteúdo disciplinar, a atividade docente do futuro professor. Isso revela que ainda existe um grande descompasso entre o que os cursos de formação de professores priorizam e o que a realidade vem exigindo.

Dada à complexidade que envolve a EJA, é indispensável uma formação docente que contemple as especificidades dos alunos, seus processos cognitivos, suas expectativas em relação à escola e à Matemática escolar, que problematize as representações que o futuro professor tem acerca da Matemática, da docência e do aluno da EJA. Além disso, é preciso que o curso de formação de professores se preocupe em garantir que os licenciandos tenham maior contato com essa modalidade de ensino e a possibilidade de analisar práticas docentes, tomando como referência as teorias estudadas. Tal procedimento pode acontecer por meio de ações que permitam ao licenciando refletir sobre o trabalho realizado em classe pelo professor formador, em termos das escolhas, das tomadas de decisão, das formas de abordagem de conteúdo, do controle de classe, entre outros. Assim, os licenciandos poderão contar com instrumentos para análise e a reflexão sobre o trabalho docente, bem como poderão eles mesmos avaliarem suas práticas como professores. Para tanto, as disciplinas de estágio supervisionado devem estar articuladas com as demais disciplinas do curso, propiciando momentos de estudos e reflexões, problematizando as suas práticas, discutindo a evolução do conhecimento pedagógico em relação aos alunos da EJA, oportunizando a exposição de dúvidas, problemas, dificuldades e possibilitando a troca de experiências entre os pares.

Como componente curricular, o estágio supervisionado na EJA não vai preencher todas as lacunas formativas deixadas pela licenciatura. Todavia, é em um espaço formativo que possibilita aos licenciandos refletirem sobre situações reais da prática docente nessa modalidade de ensino, favorecendo a (re)construção da visão, crenças e concepções sobre a EJA. Nesta pesquisa, o estágio supervisionado na EJA se constituiu em espaços e tempos de aprendizagem da docência, sendo possível verificar que, ao longo desse processo, saberes inerentes ao ensino de Matemática na/para a EJA e às especificidades dos alunos dessa modalidade de ensino foram construídos pelos licenciandos. Tal fato ratifica a importância dos saberes advindos da prática do professor para a garantia da profissionalidade docente.

Nesse contexto, a necessidade de os cursos de licenciatura de Matemática da Amazônia Legal ampliarem as discussões relacionadas a formação do futuro professor, com direcionamentos específicos para atuação desse profissional nas diversidades educacionais em geral (Multiculturalismo, Educação Indígena, Educação Inclusiva, etc.) e, em particular, na EJA, tendo em vista os elevados índices de analfabetismo e analfabetismo funcional presentes nos estados da Amazônia Legal apontados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). A esse respeito, é imprescindível que sejam implementadas políticas públicas que realmente atendam às necessidades de jovens e adultos que não tem acesso a escola. Da mesma forma, políticas que contemplem os profissionais que atuam com o público da EJA, como exemplo, a oferta de formação continuada para os professores dessa modalidade de ensino.

Vale ressaltar que os resultados comprovaram a hipótese apresentada na parte inicial desta pesquisa, qual seja, o momento do estágio supervisionado na EJA é aquele em que o futuro professor de Matemática se defronta com a prática profissional nessa modalidade de ensino e pode ressignificar os saberes construídos ao longo de sua trajetória estudantil, principalmente no curso de licenciatura. Nesse espaço o futuro professor de Matemática pode refletir sobre sua prática e ressignificar e/ou construir saberes para a docência em Matemática em consonância com as especificidades dos alunos dessa modalidade de ensino.

REFERÊNCIAS

BELMAR, Cesar Cristiano. **Saberes para a docência em Matemática na Educação de Jovens e Adultos**: um estudo com licenciandos de Matemática durante o estágio supervisionado. 2020. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática. Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** ensino médio. Brasília, v. 3, 2002. Disponível em http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf. Acesso em: 10 nov. 2019.

BRASIL. **Resolução n° 2, de 20 de dezembro de 2019**. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Diário Oficial da União, Brasília, 2019. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/dezembro-2019-pdf/135951-rcp002-19/file. Acesso em: 12 dez. 2020

CABRAL, V. R. S.; FONSECA, M. C. F. R. Alunos e alunas da Educação de Jovens e Adultos e a matemática escolar: desafios na constituição das redes de significação. **Paidéia**, Belo Horizonte, n. 7, p. 123-144, jul./dez. 2009.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. 4. ed. 1. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

FONSECA, M. C. F. R. **Educação matemática de jovens e adultos**: especificidades, desafios e contribuições. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 17ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2011.

GATTI, B. A. Formação inicial de professores para a Educação básica: pesquisas e políticas educacionais. **Est. Aval. Educ**., São Paulo, v. 25, n. 57, p. 24-54, jan./abr. 2014.

GAUTHIER, C. et al. Ensinar: ofício estável, identidade profissional vacilante. *In*: GAUTHIER, C. **Por uma teoria da pedagogia**: pesquisas contemporâneas sobre o saber docente. 3. ed. Ijuí: Unijuí, 2013. p. 17-37.

GONÇALVES, T. O. **Formação e desenvolvimento profissional de formadores de professores**. 2000. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

KNIJNIK, G. **Exclusão e resistência**: Educação matemática e legitimidade cultural. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

MOREIRA, P. C; DAVID, M. M. M. S. **A formação matemática do professor**: licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

PIMENTA, S. G.; LIMA, M. S. L. Estágio e docência: diferentes concepções. **Poíesis Pedagógica**, Goiânia, v. 3, n. 3-4, p. 5-44, 2005/2006.

SHULMAN, L. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, feb. 1986.

TARDIF, M. **Saberes para a docência e formação profissional**. 11. ed. Petrópolis: Vozes, 2010.

YIN, R. K. **Estudo de caso**: planejamento e métodos. 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.

BELMAR, Cesar Cristiano. **Saberes para a docência em Matemática na Educação de Jovens e Adultos**: um estudo com licenciandos de Matemática durante o estágio supervisionado. 2020. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática. Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2020.

Apresentação dos autores:

Cesar Cristiano Belmar

Doutor em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), pela Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Professor no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso (IFMT), Primavera do Leste, Mato Grosso, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Dom Aquino, 1.500, Bairro Parque Eldorado, Campus do IFMT, Primavera do Leste, Mato Grosso, Brasil, CEP: 78850-000.
E-mail: belmar.cesar@ifmt.edu.br
Lattes: http://lattes.cnpq.br/8835493440404172
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6141-4125

Gladys Denise Wielewski

Doutora em Educação em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). Professora Adjunta na Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), Cuiabá, Mato Grosso, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Fernando Corrêa da Costa, s/n, Bairro Coxipó, Campus da UFMT, Cuiabá, Mato Grosso, Brasil, CEP: 78060-900.

E-mail: gladysdw@gmail.com
Lattes: http://lattes.cnpq.br/4154014326253864
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2473-2957

CAPÍTULO 4 - EPISTEMOLOGIAS DO SER-ESTAR PROFESSOR DE MATEMÁTICA NO CURSO DE PEDAGOGIA DE RONDÔNIA: realidades, desafios e possibilidades explicitadas em um simpósio temático imaginado

Érica Patrícia Navarro
Iran Abreu Mendes

Resumo:

O presente trabalho busca conhecer/reconhecer aspectos presentes nas narrativas dos professores formadores dos cursos presenciais de Pedagogia, no Estado de Rondônia, que atuam na formação inicial. Esta pesquisa tem como recorte a região central do Estado de Rondônia e cursos de Licenciatura em Pedagogia presenciais. Nossa pesquisa busca compreender como está constituído o perfil profissional dos professores formadores, baseados em sua formação inicial e continuada, suas bases epistemológicas como professor e matemático, bem como suas percepções enquanto formador de formadores. Quanto à estruturação usamos a escrita criativa, metodologicamente, trata-se de uma pesquisa de abordagem qualitativa. Foram realizadas entrevistas/conversas com oito formadores, a análise dos dados aportou-se na Etnometodologia e Análise da Conversa. Tendo como suporte real as entrevistas realizamos o encontro imaginário entre formadores que atuam com a matemática e suas metodologias em cursos presenciais de Pedagogia na região central do Estado de Rondônia. Pudemos compreender melhor o processo formativo do formador, suas concepções epistemológicas e suas percepções quanto à realidade e possibilidades para a formação do futuro professor de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental.

Palavras-chave: Saber Docente do Professor Formador. Epistemologia da Matemática. Licenciatura em Pedagogia. Escrita Criativa.

1 Introdução: apresentação do trabalho

O tema que orientou a pesquisa que originou este texto doutoral permeia as epistemologias da matemática do professor formador dos cursos de Pedagogia. Trata-se de uma investigação realizada com professores de instituições que oferecem esse curso de forma presencial na região central do Estado de Rondônia.

Minha trajetória profissional na Educação Básica é um dos fatores que motivaram essa investigação. Enquanto professora, atuei em diversos níveis de ensino, sendo quase 20 anos de trabalho composto por experiências variadas, laborando com o ensino de matemática para turmas dos anos iniciais e finais do ensino fundamental, educação de jovens e adultos, telecurso 2000, ensino médio, ensino técnico integrado ao ensino médio, cursos preparatórios para provas e concursos e a graduação.

A escassa produção científica sobre a formação matemática nos cursos de Pedagogia do Estado de Rondônia é um fator que estimulou ainda mais essa busca, que almejou entender regionalmente como ocorre a formação inicial do futuro professor dos anos iniciais da Educação Básica em nosso Estado e a relação dessa formação com as epistemologias do professor formador.

Inicialmente, foi realizado um levantamento das instituições e dos cursos formadores de professores de Pedagogia no Estado de Rondônia. Um recorte para a oferta presencial na região central do Estado precisou ser realizado para viabilizar a pesquisa.

O objeto investigado nessa pesquisa são as narrativas dos professores formadores dos cursos de licenciatura em Pedagogia da região central do Estado de Rondônia. Como critério de inclusão foram considerados os profissionais que estivessem atuando com a matemática ou suas metodologias, na intenção de caracterizar as reflexões narradas pelos docentes que lecionavam as disciplinas de matemática ou suas metodologias, atuantes na formação de professores em Pedagogia.

A pesquisa realizada foi do tipo qualitativa e envolveu entrevista compreensiva, caracterizada pela importância de dar voz ao entendimento da experiência vivida e contada, considerando sua relevância na leitura e releitura da história, e sua importância na formação e constituição do "eu" professor formador. Buscamos, assim, compreender o processo formativo e constitutivo do indivíduo, sua trajetória pessoal e profissional (como se tornaram professores formadores), o que pensam sobre a estrutura do curso de Pedagogia, qual(is) a(s) epistemologia(s) presente(s) em sua prática, qual(is) a(s) epistemologia(s) da matemática presente(s) em sua prática, a percepção do formador quanto a organização curricular do curso e o espaço reservado à formação matemática do futuro professor dos anos iniciais.

Nossa pesquisa coloca luz sobre os modos como o professor percebe a formação matemática dos seus alunos, ou seja, a percepção do formador sobre os impactos da formação inicial ofertada e a qualidade da matemática tratada nos primeiros anos do ensino fundamental.

Para avançar na intenção almejada, estabelecemos como objetivo geral compreender como se constitui/reconstitui o perfil epistemológico do professor formador em cursos de Pedagogia na região central do Estado de Rondônia acerca da matemática na formação inicial do pedagogo e sua percepção sobre o impacto dessa epistemologia na formação do futuro professor de matemática dos anos iniciais, com base na reflexão da formação sobre sua prática docente.

No decorrer da pesquisa procuramos saber como o formador se vê em sua totalidade, ou seja, como ele se vê formador, como sua prática foi constituída, como foi sua formação inicial, como ocorre sua formação continuada, como estão fundamentadas suas ações enquanto docente e matemático. Essas foram algumas das muitas inquietações que motivaram minha busca pessoal/profissional e que se manifestam como inquietações que movem meus pensamentos e minhas ações, e que instigaram o desenvolvimento da pesquisa doutoral.

O problema que busquei investigar centraliza-se na seguinte questão: como está constituída a percepção acerca da influência da epistemologia da matemática expressa pelo professor formador nos cursos de Pedagogia da região central do Estado de Rondônia?

Minha tese, a priori, supõe que as narrativas dos professores formadores dos cursos de Pedagogia da Região Central do Estado de Rondônia expressam indicadores de aspectos do perfil epistemológico de matemática assumido por professores formadores que advêm de sua constituição e formação docente; isto porque, o tratamento epistemológico dado à matemática em aulas usuais é reflexo da formação, ação e reflexão docente como fatores impactantes na formação matemática do professor dos anos iniciais.

Após a pesquisa realizada, a escrita deste texto doutoral foi imaginada, planejada e concretizada com base em uma abordagem inspirada na obra de Beto Hoisel (1998), que apresenta em seu livro Anais de um Simpósio Imaginário as conferências de um evento que nunca ocorreu de fato, mas ocorreu na narrativa escrita de modo a transparecer ao leitor a riqueza de detalhes de uma fala autêntica, direcionada ao público que, imaginariamente, se faz presente no Primeiro Simpósio para a Integração da Consciência de Gaia.

Outra fonte para nossa inspiração vem da obra de Imre Lakatos (1978) intitulada A Lógica do Descobrimento Matemático: provas e refutações, na qual, de maneira extremamente agradável ao leitor, o autor apresenta um ensaio relatando os diálogos ocorridos em uma aula de matemática entre professor e alunos. O autor nos apresenta a situação, deixando claro – já em sua fala inicial – que o diálogo se dá em uma sala de aula imaginária.

As obras citadas apresentam uma escrita rica em detalhes e conhecimentos científicos, cercadas de um enredo que enriquece os trabalhos e os tornam ainda mais interessantes e agradáveis ao leitor; além disso, a criatividade na escrita desperta o imaginário e o interesse só aumenta. Nossa opção se baseia na premissa de que podemos, com a escrita desse texto doutoral, despertar a criatividade no leitor, de modo a conduzi-lo em uma experiência única e inovadora.

Em nosso trabalho buscamos fortalecer a sensibilidade para a escuta das memórias e histórias de cada entrevistado, de modo a dar voz não apenas aos relatos apresentados durante as entrevistas, não apenas às falas, mas também à linguagem corporal dos entrevistados, às emoções reveladas, de forma que o leitor se integre da melhor maneira possível às informações descritas pelo pesquisador.

Este trabalho proporciona um encontro entre formadores de formadores e coloca em um mesmo ambiente de conversa professores que nunca se encontraram. A interação durante a conversa é um evento dinâmico extremamente rico, repleto de intersubjetividades e de potencialidade incomensurável.

Para tanto, planejamos a realização de um encontro imaginário entre os professores entrevistados, trazendo diálogos e interações que, infelizmente, não ocorreram concretamente, mas existiram de fato, posto que por intermédio da pesquisa realizada e na organização e análise das informações, os acontecimentos ganharam um universo imaginativo que foi cuidadosamente pensado a fim de alcançar os objetivos da pesquisa em sua escrita final.

Trazemos, assim, nossos companheiros de viagem para participar do Primeiro Encontro de Formadores de Formadores: A Natureza do Educador Matemático – Relatos de Debates Imaginados.

Durante a abertura 'Falando de Histórias de Vida e Formação', buscamos relacionar e valorizar os saberes docentes originados nas histórias de vida, mostrando a importância e a relevância das histórias que compõem nossa história, considerando que o professor é um ser historicamente constituído e, portanto, sua identidade é fruto de suas vivências, as apresentações são seguidas de pequenos momentos de reflexão feitos pela pesquisadora.

Iniciamos nosso evento com a conferência intitulada 'Um Breve Panorama dos Cursos de Pedagogia no Estado de Rondônia', cujo objetivo foi apresentar o Estado de Rondônia, identificando sua região central e os cursos de Pedagogia ofertados, bem como as instituições que oferecem o curso de forma presencial ou à distância e algumas informações sobre sua natureza e a carga horária de cada curso.

A conferência seguinte focalizou uma discussão sobre a qualidade do ensino nas primeiras décadas do século XXI, em que foi realizada uma reflexão a respeito da qualidade do ensino em nosso país e, em especial, no Estado de Rondônia. A conferência sobre as epistemologias e os saberes do professor formador em cursos de pedagogia, com enfoque em um olhar para as produções voltadas à matemática, apresentou informações resultantes da pesquisa realizada sobre as produções acerca do tema que, direta ou indiretamente, pudessem apresentar resultados que o envolvam.

Outra conferência tratou da constituição das epistemologias do professor, suas concepções e conceitualizações. Nessa conferência foram apresentados conceitos concernentes à natureza do ser professor de matemática, das suas epistemologias e de seus saberes. Posteriormente, tivemos um momento muito rico do encontro de formadores: nossa roda de conversa. Nessa atividade, falamos das epistemologias do professor de matemática da Pedagogia – suas realidades, seus desafios e suas possibilidades.

A conferência de encerramento do evento ocorreu e, na sequência, começamos a discussão do que, a partir daqui, entendemos como alguns dos nossos desafios: criar momentos para refletir sobre as aprendizagens que ocorrem durante o evento e pensar sobre tudo o que foi discutido, para poder olhar na direção do futuro e pensar em algumas possibilidades para a formação inicial de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Por fim, pensarmos sobre o fechamento das ideias e discussões, das reflexões e considerações finais.

São diálogos imaginados para processar a discussão de modo a possibilitar uma representação de um evento real, no sentido de representar construções e debates argumentativos possíveis para a área, visando compreender e explicar melhor alguns aspectos que configuram o perfil epistêmico dos professores de matemática que trabalham na formação de professores para os anos iniciais na região central do Estado de Rondônia.

2 Algumas considerações

Atualmente, no meio acadêmico relacionado à educação, discute-se bastante sobre a defasagem na aprendizagem dos alunos no ensino fundamental, apontando que tal fato ocorre por uma série de fatores. Por um lado, as dificuldades dos próprios alunos em suas conjecturas pessoais, familiar, estabilidade emocional e financeira, dentre outros, e, por outro lado, temos as estruturas escolares (em alguns casos, com problemas seríssimos de infraestrutura), a formação inicial e continuada do professor, bem como sua atuação docente.

Ao colocar em foco o 'ensino de matemática', percebo que a prática educativa deve ter como finalidade a aprendizagem matemática efetiva que fomenta o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático, instigando, motivando e qualificando o aluno a resolver situações-problema do cotidiano, bem como propiciando a aprendizagem capaz de gerar autonomia intelectual e formar, então, um ser crítico e intelectualmente ativo e articulado.

> Nem todas as escolas oferecem aprendizagem de qualidade. O indicador sobre a proporção de jovens que alcançam um nível mínimo de proficiência usa dados do PISA 2015. Considera que o Nível 2 em leitura e matemática será o nível mínimo de proficiência exigido para que os alunos participem plenamente na sociedade baseada no conhecimento... Na Estônia, na Finlândia e no Japão, pelo menos 83% dos alunos atingem o nível 2 ou superior em ambos, leitura e matemática, enquanto menos de 35% dos alunos fazem isso no Brasil, Colômbia e Costa Rica (BRASIL, 2017, p. 29).

Embora muitos esforços sejam destinados a aprimorar a qualidade da educação, percebe-se que ainda existem defasagens a serem vencidas, emergindo, deste cenário, necessidades formativas para os alunos. Os saberes necessários à formação efetiva de qualidade são apoiados em diversas bases, sejam elas de cunho social/cultural/financeiro, bem como familiar e escolar (estrutural, curricular, metodológico).

Para Tardif (2014), a relação que se estabelece entre o docente e os saberes da profissão formam uma ação muito mais complexa que a simples transmissão de conhecimento. O saber docente, portanto, é um saber plural "formado pelo amálgama, mais ou menos coerente, de saberes oriundos da formação profissional e de saberes disciplinares, curriculares e experienciais" (TARDIF, 2014, p. 36).

Cunha (1989, p. 143), ao explicitar resultados de suas pesquisas referentes à prática docente, chega às seguintes conclusões:

> para trabalhar bem a matéria de ensino, o professor tem de ter profundo conhecimento do que se propõe a ensinar. Isto não significa uma postura prepotente que pressuponha uma forma estanque do conhecer. Ao contrário, o professor que tem o domínio do conteúdo é aquele que **trabalha com a dúvida**, que **analisa a estrutura de sua matéria de ensino** e é **profundamente estudioso naquilo que lhe diz respeito** (grifos meus).

Muito embora a formação dada no ensino básico, muitas vezes, não seja suficiente para formar matematicamente o não matemático, em alguns casos é a quase ausência da matemática no currículo de cursos de Pedagogia que motiva a busca por esse curso, dando indícios de uma possível aversão ao componente matemática, demonstrando não se ter áreas de interesse do futuro professor que será, decididamente, um alfabetizador matemático.

Nesses termos, faz-se necessário investir na formação inicial dos professores pedagogos para que tenhamos uma mudança significativa da estrutura atual do ensino, trazendo formação matemática robusta para o currículo, **valorizando a linguagem matemática**, **seus conceitos**, **intensificando a investigação de caráter exploratório** – uma formação que instigue um perfil profissional reflexivo e investigativo.

Assim, o professor formador dos cursos de Pedagogia, por meio de reflexões sobre suas experiências de/na formação e na ação docente, pode identificar pistas que lhe possibilitem melhor compreensão sobre os modos como estão ocorrendo os processos de formação matemática do futuro professor dos anos iniciais, para que este formador de formadores seja o artífice de um trabalho que lida, cotidianamente, com a realidade dos estudantes do curso de Pedagogia, suas limitações e aspirações pessoais/profissionais e, simultaneamente, com os fatores limitadores de currículo e de carga horária da(s) disciplina(s).

A formação acadêmica adequada e de qualidade é capaz de quebrar ciclos, de romper barreiras que muitas vezes parecem intransponíveis, instigando o futuro profissional a ser um exímio pesquisador. Consoante Cunha (1989), o professor nasceu numa época, num local, numa circunstância que interferem no seu modo de ser e de agir, bem como suas experiências e sua história são fatores determinantes do seu comportamento cotidiano.

Isso porque os professores, de modo geral, tendem a repetir a metodologia de ensino, o que implica dizer, também, que a matemática ensinada ao professor em sua formação básica foi tratada de modo pouco ou nada contextualizado, que não existiram modelagens que instigassem o raciocínio lógico e que o tratamento disciplinar não utilizou linguagem matemática adequada. Quero dizer, claramente, que podemos deduzir esse comportamento para evitar repeti-lo na conduta do futuro profissional, possibilitando que um ciclo formativo não satisfatório se perpetue.

O formador fica, então, em uma posição um tanto quanto complexa, posto que ele recebeu uma formação inicial metodologicamente estabelecida, sem preocupação em compreender os fatores limitadores dessa formação – e conseguir transpor tais limitadores –, dando início a um processo formativo diferente do recebido por ele, caracterizando o desafio cotidiano de uma nova prática.

A partir dessa reflexão surgem questionamentos quanto às conjecturas dos cursos de licenciatura, a saber: as instituições superiores, quando necessário, tentam modificar o perfil do ingressantes dos cursos de Pedagogia, ou seja, do indivíduo que, por ventura, tenha optado pelo curso de Pedagogia (para trabalhar com as séries iniciais) de forma que este deixe de apresentar aversão ou dificuldades em relação à matemática, ao julgar, inicialmente, que este curso não poderia exigir-lhe tal habilidade.

A busca de possíveis respostas às minhas inquietações tem seu foco na formação inicial do professor dos anos iniciais. Ao tentar compreender esse processo, vejo necessidade de conhecer o formador que atua nos cursos de Pedagogia. Trata-se de pensar esse formador em sua totalidade, ou seja, como ele se vê formador, como sua prática foi constituída, como foi sua formação inicial, como ocorre sua formação continuada, como estão fundamentadas suas ações enquanto docente e matemático. Enfim, é necessário que esse formador se identifique epistemologicamente de modo a conhecer bem o conhecimento que deve ter sobre seu saber-fazer na atuação docente.

Com o intuito de verificar e compreender o processo de constituição da epistemologia matemática do professor que ensina matemática nos cursos de Pedagogia foi realizada uma revisão bibliográfica com vistas a conhecer as pesquisas e reflexões que outros pesquisadores já haviam feito rumo a esse objetivo.

Realizei, então, uma pesquisa diagnóstica de levantamento acerca das teses e dissertações produzidas entre os anos de 2008 e 2019. Esse levantamento foi realizado através do Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

(CAPES, 2019). Utilizando inicialmente a expressão '*Epistemologia da Matemática do Professor Formador em Cursos de Pedagogia*' não foi encontrado nenhum registro e, assim, fizemos uma série de novas tentativas em busca de trabalhos que fossem convergentes com a nossa pesquisa.

Percebi que essa categoria conceitual não aparece constituída em nenhum trabalho, mas que poderia estar configurada de diversas maneiras em diferentes níveis e manifestações, conforme os objetivos de cada trabalho. Portanto, busquei por termos que, direta ou indiretamente, pudessem fazer referência ao tema da pesquisa e que deles pudessem emergir classes e análises epistêmicas relevantes. Foram realizadas, ao todo, 26 buscas distintas no Banco de Teses e Dissertações da CAPES e também no *Google Acadêmico.*

Somando todos os resultados encontrados, um total de 424 trabalhos foram localizados pelo sistema da CAPES e 942 trabalhos no *Google Acadêmico.*

Após compilação de títulos foi realizada a leitura dos resumos dos trabalhos selecionados. Foram eliminados os trabalhos que mais se afastaram da proposta da nossa pesquisa. Após essa etapa, pudemos perceber que apenas quatro trabalhos da plataforma CAPES e cinco artigos do *Google Acadêmico* apresentaram pontos relevantes de convergência com a pesquisa proposta.

Esses trabalhos foram lidos na íntegra e, ainda assim, mantiveram um distanciamento em relação à proposta. Ao completar nossa busca, constatamos que nenhum dos trabalhos tratou das epistemologias da matemática que emergem das narrativas dos professores que ministram as disciplinas vinculadas à matemática em cursos presenciais de Pedagogia. Os resultados também nos permitiram vislumbrar que nenhum dos trabalhos selecionados para leitura completa foi realizado tendo como *lócus* o Estado de Rondônia.

3 Os caminhos da pesquisa

Para realizar a pesquisa, partimos em busca dos professores que atuam no curso de licenciatura em Pedagogia nas instituições da região central do Estado, apenas com interesse nos profissionais que estão diretamente trabalhando com as disciplinas de matemática e/ou suas metodologias.

Foram indicados pelos diretores ou coordenadores dos cursos um total de 10 professores, todos convidados a participar da pesquisa. Porém, dois professores fizeram a opção em não participar e ficamos, então, com oito parceiros para participar dessa viagem. Esses parceiros foram convidados a relatar, revivendo suas experiências de vida e formação, com vistas a compreendermos os processos formativos que constituem sua bagagem de vida pessoal e profissional, bem como suas percepções a respeito da formação de professores para os anos iniciais.

Para alcançar nossos objetivos, buscamos na entrevista compreensiva de Jean-Claude Kaufmann (2013) suporte para as entrevistas, embasando-nos metodologicamente para realizar as mesmas. O professor colaborador, ao aceitar o convite em contribuir com a pesquisa, também fazia a opção de data, local e horário de sua escolha para a realização das entrevistas, buscando assim garantir seu conforto e bem-estar.

As entrevistas variaram muito quanto a sua duração, entre 30 minutos e 2 horas e 20 minutos. A razão para essa variação se justifica pelo fato de o professor entrevistado ser motivado a conversar, momento em que alguns deles se mostraram mais abertos a esse momento de conversa e, em virtude disso, essas entrevistas acabaram tendo maior duração.

Procuramos uma conversa amigável, propiciando um clima amistoso e sempre tentando levar o entrevistado a sentir-se confortável, de modo que ele percebesse que o ambiente era confiável, descontraído e que era um momento de conversar e recordar. Buscamos, ainda, levar o entrevistado a se sentir em uma conversa entre amigos, na qual ele pode ser sincero, sem medo de julgamentos, de questionamentos futuros.

Buscando organizar nossa conversa com os entrevistados, arrumamos uma breve estrutura para proceder com a entrevista sem perder o tom amigável e confortável da conversa. Assim, acreditando que a conversa nos proporciona uma interação com o colaborador e que a estrutura elaborada é um direcionador da conversa – mas não um limitador da mesma –, “a melhor pergunta não está posta na grade: ela dever ser encontrada a partir do que acaba de ser dito pelo informante" (KAUFMANN, 2013, p. 81). A conversa nos leva à interação, e essa nos permite chegar às minúcias de certos eventos. Podemos, assim, ter uma compreensão mais clara dos fatos e das situações.

Também, objetivou-se entender um pouco sobre essas viagens, com suas trajetórias e experiências que formam o indivíduo, pois são elas fonte de informações valiosíssimas para compreender como ocorre o processo formativo pessoal e profissional do formador, bem como seus desdobramentos em sua atuação profissional, percebendo suas impressões sobre o ser formador de formadores.

A entrevista de forma mais amistosa, entrecortada por risos, gestos de concordância, permite acesso a informações que uma entrevista mais rígida, mais pautada em respostas fechadas não nos permitiria alcançar e, com certeza, com outra abordagem ao entrevistar as respostas seriam outras.

Em um clima mais compreensivo, o entrevistado se sente confortável e aberto a se expor mais, apresentando suas percepções de forma mais clara, deixando-se conhecer pelo pesquisador. A conversa nos lembra de amigos, de sentir que o ambiente não é de julgamento, não é de monitoramento e, sim, de conhecer, entender, ouvir, perceber para compreender e não para julgar. Assim, colocamo-nos nessa viagem buscando conhecer os processos formativos.

Sabendo que a conversa proporciona interações que jamais seriam alcançadas em uma entrevista formal e rígida, encontramos em Kaufmann (2013) subsídios para o desenvolvimento de uma "entrevista compreensiva", a qual transcorre em tom amigável e cria um ambiente de confiança e respeito, onde o entrevistado não é questionado, interrogado, mas motivado a conversar.

Para fundamentar e analisar as informações obtidas nas entrevistas, orientamo-nos pelos encaminhamentos estabelecidos no livro Etnometodologia e Análise da Conversa (WATSON; GASTALDO, 2015), por percebermos que as discussões lançadas pelos autores contribuíam, sobremaneira, para analisarmos o movimento feito durante a entrevista. Sabendo que uma conversa pode ser rica em detalhes, em sentimentos, em expressões, em hesitações, deve ser analisada em sua totalidade, ou seja, o pesquisador deve analisar as informações com a maior riqueza de detalhes possível.

Até mesmo a mudança do tom de voz do entrevistado pode sinalizar um detalhe importante a respeito do que está sendo dito. Assim sendo, um instrumento mais fechado não seria capaz de captar essa riqueza de detalhes que a conversa permite acessar, uma vez que poderiam passar despercebidas emoções que estão ligadas diretamente com as ações do indivíduo ou sua feição ao relatar um episódio de vida que traduz em detalhes como ele foi afetado pelo que está sendo narrado.

4 Análises e Resultados: Um pouco sobre nosso Evento Imaginário

Gosto de ser gente porque, inacabado, sei que sou um ser condicionado, mas consciente do inacabamento, sei que posso ir mais além dele (FREIRE, 2017, p. 52)

Durante o Painel de Abertura falamos de vida e de formação e nos encantamos com as histórias compartilhadas. Conversando nos conhecemos e nos deixamos conhecer um pouco melhor por nós mesmos e pelos outros, uma vez que "a conversa é assim, tremendamente flexível, dinâmica e adaptável, e ainda assim sendo, [...] é um fenômeno ubíquo em qualquer sociedade" (WATSON, 2015, p. 119).

O professor não é feito de uma única vez, em um só ato, pois em cada narrativa é possível perceber um professor ainda em formação, constituindo a cada processo experiencial um pouco da sua identidade como docente e como pessoa. Somos, portanto, moldados pela forma como reagimos aos acontecimentos da nossa vida e, por essa razão, situações semelhantes podem gerar em dois indivíduos distintos experiências totalmente diferentes. Ao contar nossa história podemos, também, entender um pouco mais sobre nós, sobre como nossas vivências nos constituíram e geraram nossas experiências, e sobre como agimos nas mais diversas situações das nossas vidas.

Falar em experiência é sempre muito desafiador, uma vez que somos afetados pelo que vivemos de forma totalmente diferente, ou seja, nossa vivência traz consigo nossas experiências formadoras, modificando nossa forma de olhar o mundo. Pensamos e aqui assumimos a definição de experiência formadora segundo Josso (2004), que consiste em uma articulação que o indivíduo faz de modo consciente entre a atividade, a sensibilidade, a afetividade e a ideação com o objetivo de conseguir elaborar uma representação e criar uma competência.

O compartilhar dessas narrativas de vidas nos revelam experiências que marcaram as histórias desses professores, e cada um deles, ao revisitar suas memórias, pode, ainda, refletir sobre ela, gerando um "conhecer a si". É somente por intermédio do autoconhecimento que nos constituímos seres capazes, conhecedores de suas potencialidades, limitações e defeitos, pois somente quem conhece a si próprio é capaz de evoluir pessoal e profissional. As vivências, desta forma, são percebidas de modo muito particular, bem como a intensidade como os acontecimentos vão nos marcando, modificando e influenciando nossa percepção do mundo e a forma de agir em relação a nós e aos outros.

Nossas experiências nos servem como referência e nos orientam no processo de avaliar as situações do cotidiano, então, como podemos pensar em um professor e deixar de lado suas experiências de vida? Não há como separar o professor de cada uma das vivências que compuseram sua história, pois ele é fruto dos acontecimentos, da maneira pessoal como cada um desses acontecimentos foi analisado por ele, tornando-se experiência para que, assim, ele possa julgar as novas vivências de forma consciente e compor, aprimorar, reformular ou criar novas experiências formativas.

As situações do cotidiano escolar trazem para a prática do docente memórias de seus professores, por vezes referências que lhes serviram de inspiração e, também, em alguns momentos, de contraexemplos. Ouvimos, em alguns dos relatos apresentados, narrativas que são formadas por memórias que se referem a professores sensíveis às necessidades dos seus alunos, mestres preocupados em orientar, apoiar, incentivar.

O conhecimento e o amor pelo que se faz também são elementos que empoderam a imagem do professor. Quando ele demonstra competência e paixão por seu trabalho, ele empolga seus alunos ao ministrar as aulas, são professores movidos pela paixão por ensinar, pela ciência ensinada, contagiando e motivando seus alunos a estudar e, assim, mudam vidas. As experiências formativas que marcam negativamente nossas histórias devem se tornar modelo do que não fazer, precisando servir como aprendizagem experiencial do professor que não queremos ser, quem não podemos ser.

Aceitar que nossas vivências moldam nossa forma de trabalho, e nossa forma de trabalho gera novas experiências formativas que irão moldar outros profissionais, é assumir nossa responsabilidade enquanto formadores. Nossos saberes são múltiplos e variados, sendo consolidados por nossa prática e estão em constante reconstrução. Essa, talvez, seja uma etapa do nosso processo de constituição epistemológica do ser professor de matemática.

Não podemos reduzir o trabalho docente simplesmente ao fato de o professor ter um considerável domínio dos conhecimentos disciplinares, mas entendemos que o trabalho do professor é muito mais complexo que isso. Um vasto conhecimento disciplinar não é o suficiente para que ele seja chamado de professor, pois, se assim o fosse, qualquer um com conhecimento relativamente aprofundado em matemática poderia atuar como professor de matemática. Não é possível, portanto, conceber a docência de forma tão simplista: para que haja uma profissionalização da atividade docente há uma necessidade de tomada de consciência por parte dos professores a respeito da complexidade que envolve e exige o seu trabalho.

Assim sendo, tomamos como referência a definição de epistemologia da prática profissional como sendo "o estudo do conjunto dos saberes utilizados realmente pelos profissionais em seu espaço de trabalho cotidiano para desempenhar todas as suas tarefas" (TARDIF, 2014, p. 255). O autor considera, então, o termo saberes de uma forma muito ampla e repleta de significados, sendo que não nos limitamos apenas a um conhecimento específico, mas também à forma como o professor se constitui como professor, suas atitudes, sua identidade enquanto docente e pessoa, todas as atitudes, reações e ações ligadas à prática do seu trabalho.

Não acreditamos que o conhecimento do professor seja algo tangível a um único saber, mas, sim, à junção equilibrada entre eles, de forma que os saberes que envolvem a docência são muitos, múltiplos e variados, são mobilizados e a eles são atribuídos valores que se relacionam com a prática profissional de maneira muito complexa.

Concordamos, nesse sentido, com os estudos apresentados nos trabalhos de Tardif (2014), Gauthier (2013) e Zabalza (2017).

O professor é inserido em seu ambiente de trabalho muito antes de ingressar na profissão, uma vez que são muitas horas de imersão nesse universo, o que gera, desde muito cedo, uma gama de saberes relacionados à prática profissional da docência e algumas concepções do que é “ser professor”; embora sejam, nesse período, apenas constituições mentais, o ainda aluno consegue delinear uma definição do que seriam práticas positivas e negativas ligadas ao trabalho docente e a postura do que seria um bom aluno. Essa experiência enquanto aluno é parte constituinte dos saberes que serão acionados no futuro ao exercer a profissão.

As referências criadas por seu histórico (pensado aqui como história, vivência) escolar como aluno não podem ser ignoradas quando pensamos nos saberes mobilizados pelo professor ao exercer seu trabalho, pois esses momentos são formativos e aparecem na prática profissional. Ao ministrar suas aulas, o professor acaba recorrendo, também, às referências docentes existentes em sua mente de modo a analisar, ponderar sobre suas experiências e, então, julgar a conduta mais adequada, o caminho que segundo esse julgamento trará o melhor resultado. Esse julgamento pode ocorrer de forma consciente ou não, uma vez que a dinâmica envolvida nos processos em sala de aula são extremamente distintas entre si e exigem do professor uma tomada rápida de decisão, não tendo o professor muito tempo para pensar sobre suas ações antes de executá-las.

Da mesma forma, as experiências vindas do ambiente familiar também são acionadas para contribuir nos julgamentos do cotidiano da sala de aula; são parâmetros que orientam as ações docentes ao lidar com o grupo de alunos em sala de aula, sendo necessário um esforço, por parte do docente, para tratar as questões que envolvem o coletivo dos alunos e, ao mesmo tempo, não perder de vista cada um dos indivíduos que compõe o grupo, não deixando de lado suas peculiaridades que influenciam sua aprendizagem. O que o professor é como pessoa, baseado em sua história de vida, em suas origens, em suas vivências anteriores à sua formação para exercer o magistério é parte constituinte dos seus saberes que serão mobilizados para a prática da profissão (TARDIF, 2014).

Ao nos remeter à prática docente não podemos deixar de pensar nos saberes necessários a ela, tendo plena convicção que esses são múltiplos e se constituem em vários atos. Para tanto, aqui nos baseamos na definição de Tardif (2014, p. 255), pois, ao utilizarmos o termo saber, inferimos "um sentido amplo, que engloba os conhecimentos, as competências, as habilidades (ou aptidões) e as atitudes, aquilo que muitas vezes foi chamado de saber, saber-fazer e saber-ser".

A identidade do profissional tem em um dos seus aspectos os múltiplos saberes necessários à sua constituição. Ela é formada em um processo contínuo de construção que é afetado diretamente por sua história de vida, por todos os acontecimentos que compuseram seu percurso formativo, sua personalidade, e que vão servir de embasamento para as reflexões sobre a teoria, na e para a prática, moldando a cada nova reflexão essa identidade profissional. Pensamos, portanto, que o trabalho do professor é afetado diretamente por vários fatores.

Para tanto, tomamos a diferenciação feita por Moreira e David (2018) entre "Matemática Científica" e "Matemática Escolar". Para eles, a primeira é sinônimo de "Matemática Acadêmica" e é desenvolvia por matemáticos de profissão, referindo-se a "um corpo científico de conhecimentos, segundo a produzem e a percebem os matemáticos profissionais"(MOREIRA; DAVID, 2018, p. 20). Já a segunda está relacionada aos professores de matemática, a qual se refere "ao conjunto dos saberes "validados", associados especificamente ao desenvolvimento do processo de educação escolar básica em Matemática" (MOREIRA; DAVID, 2018, p. 20).

Tomando o conceito de Matemática Escolar percebemos que o trabalho do professor mobiliza uma vasta quantidade de saberes, não apenas de conceitos formais a respeito de objetos matemáticos, mas também está diretamente associado aos saberes mobilizados durante o exercício da prática docente em sala de aula.

O trabalho do professor de matemática deve situar-se em conformidade com o que já foi e é provado e demonstrado pela Matemática Acadêmica. No entanto, ele não deve enxergar nas demonstrações rigorosas uma única forma aceita para a construção do conhecimento matemático do aluno, mas perceber que na dinâmica referente à aprendizagem, os conhecimentos a serem mobilizados em sua prática pedagógica devem possibilitar ao aluno acessar esses conhecimentos e utilizá-los de forma consciente e convincente em sua vida, no seu mais amplo aspecto.

O saber produzido pela Matemática Acadêmica não deve ser deixado de lado, mas, sim, ser compreendido como saber socialmente construído – essa é a tarefa do professor de matemática: fazer a transposição do rigor científico da Matemática Acadêmica para seus alunos de forma adequada ao processo educativo, cumprindo seu papel de modo que o objeto matemático seja entendido pelo aluno.

Ao pensarmos no ensino e aprendizagem da matemática temos uma vasta gama de situações problemáticas que podemos listar, uma vez que ela é quase sempre descrita como difícil, inatingível, entre outras enumerações. Mas, ao tentarmos compreender as origens de tal dificuldade, podemos recorrer a algumas reflexões feitas por Claude-Paul Bruter em sua obra "*Compreender as Matemáticas*", na qual reflete algumas noções fundamentais. Dentre suas observações, analisa algumas obras de Poincaré, destacando, entre outras coisas, a importância da intuição para a construção do conhecimento matemático. É explícito em suas análises que um dos grandes problemas vinculados ao ensino da matemática está na fragmentação que compõe o currículo trabalhado com nossos alunos (embora faça um ensaio a respeito dos estudantes das escolas secundárias e universitários, acreditamos que a reflexão é válida para todos os níveis de ensino).

> Ao tornar-se rigorosa, a ciência matemática assume um carácter artificial que impressionará toda a gente; ela esquece as suas origens históricas; vemos como as questões se podem resolver, mas já não vemos como e por que elas aparecem. [...] Ora, para compreender uma teoria não basta constatar que o caminho que seguimos não está cortado por um obstáculo, é preciso percebermos as razões que o fizeram escolher. [...] Poderemos alguma vez dizer que compreendemos uma teoria se lhe quisermos dar logo a sua forma definitiva, a que a lógica impecável lhe impõe, sem que reste qualquer traço do tatear que a ela conduziu? Não, não a compreenderemos realmente, nem sequer a conseguiremos reter, ou então só a aprenderemos de cor (POINCARÉ, 1968 *apud* BRUTER, 1998, p. 53).

Para o autor, o aprendiz precisa passar, mesmo que de forma um tanto quanto breve, pelas etapas de descoberta que os fundadores das teorias passaram. Destaca-se, desta forma, a necessidade de não omitir nenhuma das etapas necessárias ao desenvolvimento da teoria e, assim, o tratamento lógico, rigoroso e formal seria dado como um acabamento ao conhecimento construído, e não como fundamental, ao que Poincaré chama de “desenvolvimento de certas faculdades do espírito”.

Pensando por esse viés, Bruter (1998) conclui que, para ensinar matemática, o guia do professor deve ser a história que a compõe, a partir deste prisma, encontramos em Mendes (2015) uma abordagem metodológica que possibilita tal percurso histórico: a investigação. O referido autor defende a investigação como possibilidade metodológica e como forma de valorizar e promover a aprendizagem, referindo-se à necessidade de o professor trabalhar pautado em um ambiente de investigação, provocando a curiosidade do aluno, instigando-o a percorrer situações que o desafiem (como foram desafiados os matemáticos), refazendo os caminhos do conhecimento e tateando, intuitiva e empiricamente, suas formulações por intermédio de atividades investigatórias de ensino.

> Denomino atividade investigatória de ensino ao encaminhamento didático dado a todo exercício de geração de conhecimento matemático escolar que provoque a criatividade e o espírito desafiador dos estudantes, na tentativa de encontrar respostas às indagações cognitivas provocadas pelas problematizações propostas pelo professor, com vistas a possibilitar a construção da aprendizagem pelo estudante (MENDES, 2015, p. 105).

Considerando os objetivos de aprendizagem de uma forma muito ampla, deve-se vislumbrar a formação não apenas de mão de obra para o trabalho, mas em desenvolver indivíduos críticos e capazes de argumentar de forma coerente, analisar situações e agir diante delas.

> Recordemos que os verdadeiros objetivos do ensino **(da matemática)** são, antes de preparar para uma profissão,

> a estruturação do espírito e o desenvolvimento da sensibilidade através da aquisição de conhecimentos sólidos e de exercícios de reflexão ou de raciocínios adequados. Essa aprendizagem é tanto mais fácil e tanto mais conseguida quanto for começada cedo. Ora, a matemática, bem compreendida, consegue a proeza de ser, simultaneamente e de maneira densa, uma ferramenta de formação do espírito para a análise, a síntese, a dedução causal, o raciocínio lógico. Acessoriamente, constitui um dos melhores utensílios de representação e de inteligibilidade do mundo físico, [...] e forma o espírito para a observação (BRUTER, 1998, p. 49, acréscimo e grifo meus).

Entendemos que as bases da formação do professor, que principia (muito antes da formação universitária) com o seu ingresso nos anos iniciais de escolarização, muitas vezes são feitas de forma desconexa, falaciosa, onde as etapas de formação e estruturação do conhecimento matemático não foram respeitas (ou lembradas). A matemática escolar, ora descontextualizada, ora induzida por comportamentos repetitivos sem reflexão, não oportuniza ao indivíduo passar por todas as etapas de construção do raciocínio matemático. Assim, o professor que tem sua formação baseada nesse modelo – repleto de lacunas – tem grandes possibilidades de perpetuar o molde de formação recebido replicando-o em sua forma de conceber e ensinar matemática.

A formação do futuro professor é, por conseguinte, a propulsão capaz de mudar esse panorama. Mas, para isso, precisamos de uma visão clara das matemáticas, sua natureza e sua episteme. As concepções do professor acerca da epistemologia da matemática acabam influenciando fortemente a maneira como ele concebe e, consequentemente, como ensina, isto é, são fatores que determinam o modo como ele trata a matemática.

O conhecimento matemático do professor e suas preferências quanto à forma de apresentação dos conteúdos a serem trabalhados expressam suas percepções epistemológicas acerca da matemática por ele ensinada. O professor possui, portanto, uma epistemologia enquanto docente e outra como professor de matemática, as quais são fruto de todo o seu processo formativo. Assim, ao falarmos em epistemologia da matemática nos referimos à origem do conhecimento matemático, à lógica interna de produção do saber e aos fundamentos da matemática enquanto ciência, sua existência e justificação.

Refletindo sobre formas de conceber os objetos matemáticos, recorremos a uma viagem na história para a Grécia Antiga, voltando às ideias defendidas por Platão e por Aristóteles. De acordo com Platão, o mundo visível era apenas uma imagem distorcida de um mundo puro e perfeito, imutável, onde somente a razão era capaz de fornecer o conhecimento verdadeiro. Para ele, os objetos matemáticos existem de forma independente do homem e são reais, ou seja, embora não sejam objetos físicos, eles existem de forma autônoma, e o homem apenas descobre essa realidade, não sendo capaz de criá-la – assim temos sua teoria: o *realismo* também conhecido por *platonismo*.

Já consoante Aristóteles, a realidade matemática é uma construção humana em que o homem cria a realidade. Os objetos matemáticos, portanto, são invenções e não existem de forma independente do espírito humano, sendo este o determinante de todas as suas propriedades – temos assim a concepção do *idealismo.*

> De um lado o *racionalismo* de Platão, que atribui à razão humana o poder de penetrar nos domínios suprassensíveis da matemática, e o seu *realismo ontológico transcendente*, que afirma a existência independente dos entes matemáticos num reino fora deste mundo; de outro, o *empirismo* de Aristóteles, que se recusa a dar morada aos entes matemáticos em qualquer outro reino que não o deste mundo, e o seu *realismo ontológico imanente*, que garante, ele também, uma existência aos objetos matemáticos independentemente de um sujeito, mas *não* de outros objetos do mundo empírico (SILVA, 2007, p. 37).

Embora seja consenso para Platão e para Aristóteles que a verdade matemática não depende da ação do sujeito, eles divergem fortemente em como essa verdade pode ser revelada. Nessa perspectiva, se pensarmos na ação docente perceberemos que, muitas vezes, o professor terá uma postura plantonista e, quando esta não for suficiente para sustentar suas afirmações, ele irá recorrer em outros momentos à concepção aristotélica para justificar e consolidar a forma como trabalha a matemática, e vice-versa.

Porém, apenas no final do século XIX é que os matemáticos, após se desdobrarem em tentativas de demonstrar a solidez e a certeza do conhecimento matemático que perdurava desde os gregos antigos, começam a encontrar alguns paradoxos – e essas contradições geram a crise dos fundamentos. Assim, na busca por fundamentos que eliminassem qualquer inconsistência na certeza matemática, procurando responder às questões relativas ao conhecimento, aos objetos e à utilidade da matemática, bem como bases sólidas e seguras para essa ciência, surgem três escolas: o logicismo, o construtivismo e o formalismo.

O logicismo – iniciado pelo alemão Friedrich Frege por volta de 1884 – buscava provar que a matemática clássica era parte da lógica, que os axiomas eram proposição lógicas e que dariam conta de todos os fundamentos da matemática, ou seja, que todas as sentenças da matemática eram derivadas dos conceitos básicos da lógica. Desta forma, toda prova em matemática poderia ser feita por meio de axiomas e regras de inferência lógica, uma vez que a lógica era considerada como leis fundamentais da razão, a base de sustentação de todo o universo.

Com o construtivismo – abordando os problemas fundamentais da matemática de uma forma totalmente distinta – surgem os construtivistas, e podemos dizer que o primeiro a tratar de uma teoria nessa perspectiva foi Kant. Entretanto, foi no final do século XIX e no início do século XX que o construtivismo ganhou força, tendo várias versões, mas sua vertente mais difundida é o *intuicionismo*.

O formalismo – cujo objetivo era buscar uma forma de livrar a matemática das contradições – foi uma escola iniciada por David Hilbert (1921) que entende a matemática como uma coleção de teorias formais e de regras feitas por meio de demonstrações que seguiam um encadeamento de implicações, utilizando-se de símbolos, de axiomas e de definições previamente estabelecidas (termos iniciais). Hilbert propunha defender a matemática clássica usando raciocínios puramente finitos, buscando um método inquestionável, alicerce sólido para sua teoria.

O professor, de modo geral, durante o exercício da docência, acaba encaminhando o trabalho de forma a compor sua identidade epistêmica. Ele apresenta – muitas vezes de forma inconsciente – suas concepções epistemológicas que decorrem de sua prática docente. Essas, por sua vez, tendem a se concentrar e a valorizar determinado elemento do processo, dando maior ênfase à sua própria figura, ou ao aluno ou às relações entre eles.

Imerso no contexto dinâmico e intenso que exige respostas rápidas e características do cotidiano escolar, o professor também pode recorrer a posturas diferentes de acordo com o contexto que ele se encontra. É muito comum que ele deseje replicar características dos seus formadores que ele julgou positivas, mas, por vezes, em razão das circunstâncias, ele pode destoar desse roteiro, tendo atitudes que o seu consciente não contempla, reconhece ou admite.

A construção do "ser professor" é feita nesse movimento e fornece indícios das concepções pedagógicas do professor, bem como dos saberes mobilizados por ele durante sua ação cotidiana. Pensando nos focos distintos, utilizando as concepções de Becker (2013, p. 9), a respeito do Empirismo, Apriorismo e Interacionismo.

Podemos então pensar que empiristas são aqueles que acreditam que o conhecimento acontece "por força dos sentidos", colocando seu foco na utilização dos sentidos e na experiência por si só, sem levar em consideração as ações do sujeito. "O empirista tende a considerar a experiência como algo que se impõe por si mesmo, como se ela fosse impressa diretamente no organismo sem que uma atividade do sujeito fosse necessária à sua constituição" (PIAGET, 1979 *apud* BECKER, 2013, p. 12).

Para os empiristas, todo o conhecimento advém da observação, sendo que a única exceção seria o conhecimento matemático, pois, em sua grande maioria, os empiristas não tentavam explicar como esse conhecimento acontece. Houve uma tentativa feita por John Stuart Mill, que propôs uma teoria empírica do conhecimento matemático, uma vez que, para ele, a matemática deveria ser vista como uma ciência natural e, sendo assim, não havia razão para tratá-la de uma forma diferente.

Já os racionalistas acreditavam na faculdade da razão, algo independente da observação; para eles, somente por ela, a razão, é que as verdades são percebidas *a priori*, e esse é um traço característico da mente humana. Para os racionalistas não havia melhores exemplos para explicar suas concepções que a religião e a matemática, pois somente por meio da mente humana elas poderiam ser conhecidas da melhor forma. A verdade matemática era evidente por si própria, revelada a quem tem o poder de abstração e entendimento, sendo que as mentes evoluídas poderiam perpassar os caminhos cuidadosos para alcançar suas verdades ainda ocultas.

Ao encontro dessa discussão, no intuito de uma concepção que buscasse a conciliação dos dois extremos (racionalista e empirista), temos Immanuel Kant separando o conhecimento em analíticos ou sintéticos, e *a priori* ou *a posteriori*. Embora Kant acreditasse no valor da razão, ele negava seu absolutismo quanto à origem do conhecimento, estabelecendo um espaço e valor à experiência, usando para isso termos como intuição, sensibilidade e mostrando a necessidade dessas para a elaboração do pensamento, pois, assim, podemos organizar as experiências e entendê-las.

Buscamos, então, pela epistemologia do professor de matemática visando trazer à luz alguns dos aspectos presentes na prática docente, seus saberes e suas percepções sobre o "ser professor", o "ser professor no ensino superior" e o "ser professor de matemática", o que os motiva, o que os orienta e como consolidam sua identidade ao fazer o que se faz. A partir de suas concepções sobre sua história de vida e de formação, a respeito de como ele se percebe enquanto professor e, em especial, como professor universitário, e sobre o trabalho realizado no processo de formação de novos professores, bem como suas percepções a respeito do alunado em formação, buscamos indícios do trabalho docente realizado por eles, dos saberes mobilizados durante a prática e da epistemologia da matemática que emerge dessa prática.

Nossos oito colaboradores nos contaram suas histórias e, então, foi possível percebermos, a partir de seus relatos, suas influências, o que os move e como eles percebem sua formação e se relacionam com a matemática nesse processo formativo. Essa interação ficou ainda maior quando realmente conversamos!

Em nossa roda de conversa pudemos interagir, refletir juntos, conhecer um pouco da realidade vivenciada por cada um dos nossos convidados. Momento extremamente rico! A conversa é sempre um momento de aprendizado sobre o outro e com o outro, uma vez que ouvir a sua versão dos fatos, através do seu ponto de observação da realidade, permite-nos entender a sua forma de ser e fazer, como ele percebe o curso de Pedagogia, seus desafios como professor e sua identidade de formador de formadores. Realmente, um privilégio para mim e espero que para cada um de vocês.

Encontramos professores licenciados em matemática, como os professores Épsilon, Alfa e Gama, que têm uma relação de proximidade e atrevo-me a dizer de paixão com a área; suas narrativas são repletas de sentimentos positivos que transparecem em suas palavras. Vimos muito "brilho nos olhos" ao falar das demonstrações, de algoritmos, de resolução de longas listas de exercícios. A busca para descobrir a solução de um problema (mesmo que teórico da matemática) para esses professores não configura motivo de desânimo, pelo contrário, é motivação, sinônimo de alegria. A alegria presente na descoberta satisfaz o espírito, traz contentamento.

A história de sua formação é rica em momentos de estudos individuais, com dedicação e empenho, e sua postura diante da matemática, sempre cercada de persistência, nas narrativas aparece como percurso necessário que tem como consequência a aprendizagem. Assim sendo, percebemos que eles acreditam e depositam nessa perspectiva da explicação do professor, da resolução de exercícios e atividades e no empenho individual em aprender, suas expectativas e direcionamento do trabalho como formadores. São professores que, observando suas histórias individuais, acreditam que o caminho que foi percorrido por eles é um caminho válido e necessário à aprendizagem real em matemática, pois foram várias as falas que, nesse momento, corroboram minhas conclusões.

Esses professores, licenciados em matemática e que atuam com disciplinas que trazem em sua proposta curricular uma abordagem a temas relacionados a conteúdos de matemática, trabalham suas aulas buscando contextualizar o tema estudado. Na maioria das vezes isso é feito de maneira que utiliza a capacidade de abstração dos acadêmicos, sendo que o objetivo é problematizar situações possivelmente semelhantes a fatos reais que utilizem a matemática de forma concreta para sua solução, instigando a turma a pensar caminhos e ferramentas para a solução do problema.

Essa abordagem, focada na aprendizagem de conteúdos básicos da área da matemática, na visão desses profissionais, é extremamente necessária para a consolidação dos conhecimentos básicos específicos da disciplina e que compõem uma base para a atuação do futuro professor dos anos iniciais. Para esse grupo, é necessário e imprescindível saber sobre a disciplina a ser ensinada, conhecer o objeto, como nos disse o professor Gama; sem esse saber específico e claro do que deve ser ensinado, não há ferramentas metodológicas que darão conta de proporcionar um trabalho que promova uma aprendizagem significativa.

Temos, dentre nossos convidados, as professoras Beta e Delta que trabalham disciplinas vinculadas aos aspectos metodológicos da matemática. A formação dessas profissionais não está ligada à matemática, mas sim à Pedagogia e ao Jornalismo, respectivamente, mas ambas com mestrado em educação. Os relatos dessas profissionais nos remetem a um modelo utilizado que tem sua essência em uma busca por aulas que estimulem os acadêmicos a pensar o ensino da matemática utilizando, para tanto, ferramentas lúdicas.

O objetivo dessa disciplina é pensar a forma de ensinar, sendo que o método é o centro da discussão. Isso é muito interessante quando pensamos a maneira como essas professoras relatam suas memórias com a matemática durante sua vida escolar. A postura rígida dos professores da área, as constantes repetições e a memorização na resolução de exercícios: a condução metodológica do processo é narrada como tradicional, o que desenha um panorama de desinteresse pela disciplina.

É perceptível que, enquanto alunas, elas desejavam aprender a matemática de forma mais lúdica e agradável, sem tantas horas dedicadas à resolução de atividades que foram classificadas, em suas memórias, como “siga o modelo”, pouco instigantes para elas. As falas demonstram que, atualmente, enquanto formadoras, há uma preocupação para apresentar aos futuros professores uma possibilidade de trabalho que não remeta a esse modelo. É necessário pensar métodos que tornem, na percepção delas, a aprendizagem prazerosa.

Embora o conhecimento acerca da matemática não seja de domínio amplo, existe na narrativa dessas profissionais uma constante busca em seu planejamento disciplinar para sanar possíveis dúvidas, de modo a não permitir que erros conceituais sejam cometidos. Ou seja, mesmo não tendo por objeto de ensino o conhecimento em matemática, há uma ação formativa que busca corrigir eventuais distorções a respeito. Um aprofundamento maior de saberes disciplinares foi apontado, por ambas as professoras, como uma possível ferramenta para melhorar o exercício docente dentro da disciplina de metodologia da matemática.

Encontramos, ainda, a professora Ômega, com formação em magistério e em Pedagogia, com experiência como formadora dos primeiros anos do ensino fundamental. Seu relacionamento com a matemática sempre foi percebido por ela de forma positiva, tanto que sua primeira tentativa para ingressar no Ensino Superior foi dedicada à licenciatura em matemática, o que foi superado pela paixão do trabalho com as crianças. Assim, essa professora verticaliza sua formação na área de Pedagogia, sendo que o reencontro com a matemática ocorre no doutorado e no pós-doutorado.

O trabalho desempenhado por ela no curso de Pedagogia ainda está se desenhando. Ela está se aproximando da matemática aos poucos, oferecendo uma disciplina que, até então, é optativa, mas seu objetivo é levar seus alunos a pensar a matemática e suas relações com a vida cotidiana, criando afetos que possam colocar esses acadêmicos em um movimento de aprendizagem. A problematização é a ferramenta utilizada como instrumento para formar, fazer pensar, refletir e criar afetos. O método de trabalho baseia-se em discussões que motivem uma percepção a respeito da matemática de forma diferente das distorcidas imagens apresentadas pelos acadêmicos que ingressam no curso.

Já o professor Zeta, com formação em magistério, Pedagogia e licenciatura em matemática, e a professora Sigma, formada em magistério e licenciada em matemática, trabalham uma disciplina que coloca em movimento, hora paralelo, hora entrelaçado, o saber metodológico e o disciplinar da matemática, criando um contraponto entre o que ensinar e como ensinar.

Um trabalho que caminha no equilíbrio entre esses dois saberes, em que as aulas são um misto de conhecimento específico da disciplina e do método que, segundo suas vivências, podem contribuir para que haja uma aprendizagem de fato. Pensam a formação do professor como algo sistêmico, que exige integração entre a teoria e a prática, algo que seja mais abrangente que o estágio. Uma verdadeira formação baseada na experimentação, ou seja, estudar e confrontar, na realidade, o que foi visto. Esses profissionais buscam instigar o método e o saber específico de forma concomitante.

Independentemente da formação inicial de cada um, as narrativas que compuseram nosso encontro demonstram que, ao conduzir sua prática profissional, pensar e preparar suas aulas, esses professores referenciam, também, suas experiências enquanto alunos, trazendo como base o que consideravam eficientes e producentes como discentes.

Essas referências se misturam às vivências e à formação continuada de cada um dos profissionais, moldando as identidades, criando as prioridades e, por consequência, gerenciando as ações enquanto docentes. Isto é, as epistemologias da matemática que aparecem em sua constituição profissional vêm de sua história enquanto aluno e das experimentações que ele, como formador, realiza e valida em sala de aula com seus alunos.

Confirmamos assim a **tese** de que as narrativas dos professores formadores dos cursos de Pedagogia da região central do Estado de Rondônia expressam indicadores de aspectos relativos ao perfil epistemológico de matemática, assumido por professores formadores que advêm de sua constituição e forma(ação) docente; isto porque o tratamento epistemológico dado à matemática em aulas usuais é reflexo da formação, ação e reflexão docente como fatores impactantes na formação matemática do professor dos anos iniciais.

Ao se indentificarem como "formadores de formadores" existe um sentimento comum de responsabilidade em bem formar, uma constante necessária que emana das narrativas a respeito da atuação docente. De modo geral, percebemos que todos os formadores pensam suas ações baseadas na realidade dos estudantes, buscando formas de trabalhar de modo a atingir os objetivos formativos, resgatando ou intensificando conceitos. O objetivo, portanto, é fazer com que o acadêmico mude sua percepção quanto a matemática, crie novos afetos em relação a ela, distintos dos que até então foram construídos, pois a maioria dos acadêmicos encontrava-se desestimulada pelos obstáculos em aprender matemática que foram surgindo e acabaram se consolidando durante sua vida escolar.

Foram indicadas, por parte dos formadores, algumas ideias para melhorar os modos como os acadêmicos da Pedagogia se relacionam com a matemática. Boa parte dos professores formadores acreditam que um aumento na carga horária destinada à disciplina pode contribuir para que haja tempo mínimo, resgatando, assim, os conhecimentos que não foram adquiridos durante a Educação Básica do graduando. Também, apareceu como sugestão a criação de parcerias com escolas para a aplicação das teorias estudadas, ambiente onde o acadêmico possa, durante todo o curso, confrontar a teoria, discutir sobre os desafios apresentados pela prática e desenvolver métodos eficientes de ensino. Uma interação maior entre as disciplinas que compõem o curso de Pedagogia seria, ainda, uma alternativa para maximizar o tempo e conseguir formar um profissional capaz de perceber que os saberes disciplinares estão em constante imbricamento, fomentando uma formação mais ampla e emancipadora.

5 Encerramento: o que discutimos e o que entendemos para futuros desafios

> Hora sou real, racional ou irracional, mas apenas real!Minhas ações e limitações são todas assim, reais. Porém, há horas que sou imaginário, buscando minha essência onde os olhos não podem ver e trazendo para junto do que é real uma nova possibilidade de perceber, sentir e fazer! Enfim, sou complexo!

Para formar um professor, precisamos de tempo, e isso é fato! Para mim, formar verdadeiramente um professor exige mais que uma vida inteira, uma vez que o professor é constantemente formado a cada dia de trabalho e de vida! Não há como pensar a formação de um professor em apenas quatro anos, que é a duração média de um curso de graduação. A formação começa muito antes, e atrevo-me a dizer que nunca se conclui!

Essa assertiva apareceu de modo constante nas falas de cada um dos nossos parceiros de conversa; suas histórias relatam um processo de constituição que ainda está em desenvolvimento, ou seja, em processo descontínuo, mas sempre em busca de superações para essa descontinuidade. Como um projeto que sempre está em fase de desenvolvimento, em momento de consolidação.

Talvez nesse movimento seja providencial perceber-se como formador, que a cada momento é capaz de aprender e ressignificar sua prática e seus saberes. Essa formação em formação é uma constante, também, para os formadores de formadores, pois ninguém ensina a ser professor universitário – o que conseguimos perceber durante nosso encontro. Nossos professores convidados evidenciaram em suas falas que eles são um misto de sua história pessoal, com todas as suas experiências e oportunidades, um misto de seus formadores, de seus professores que compuseram o enredo de suas vidas, de suas histórias. São as experiências pelas quais passaram que modelaram sua gama de saberes, suas práticas e sua postura profissional. Pensando como professores e colocando-se no lugar dos alunos, eles vão identificando sua ação e guiando seu trabalho.

Para mim, esse encontro trouxe um novo olhar sobre a educação e sobre mim mesma. Pude, ao relembrar minha história e ao ouvir outras histórias, perceber minha constituição profissional, refletir sobre os acontecimentos que me trouxeram até aqui, pensar minha forma de ser educadora e de fazer educação. Não sou mais a mesma professora de matemática que ingressou nesse encontro, uma vez que uma criatividade, hora imaginária e hora real, tomou conta do ser complexo que sou.

Que região privilegiada tivemos nesse trajeto: pesquisas ainda não realizadas e descobertas a serem feitas para orientar decisões a serem tomadas. Nosso Estado é rico e constitui espaço que irá inspirar muitos outros encontros como esse, pois eles, com certeza, trarão ainda mais luz à formação de professores e à educação em Rondônia como um todo. Em nosso encontro, um breve retrato da realidade dos cursos presenciais de Pedagogia na região central do Estado de Rondônia começou a ser esboçado, mostrando que movimentos de fechamento e de menor oferta do curso presencial vêm crescendo, e a modalidade à distância vai ganhando, nesse curso, maior representatividade, vimos também que os alunos da Pedagogia, em sua maioria, são trabalhadores, dependem da renda do trabalho exercido durante o dia para garantir o sustento da família e o custo das despesas com sua formação.

Percebo esse encontro, ora real, ora imaginado (e imaginário), como cada um aqui: complexo em sua essência, rico em saberes e sentimentos. Falamos e discutimos sobre educação, mas muito mais do que isso: abrimos portas e janelas que nos permitem olhar um pouco mais longe a formação de professores em nosso Estado, observando que as possibilidades são muitas. “O pensamento não é mais que um clarão em meio a uma longa noite. Mas esse clarão é tudo” (POINCARÉ, 1995, p. 173). Que esse encontro permaneça no imaginário de cada um de vocês e possa acender um pouco de luz no universo real da formação de professores de Pedagogia no complexo universo do Estado de Rondônia.

A escrita deste texto se constituiu em uma construção do real estabelecido na pesquisa, com vistas à organização do argumento sustentado neste texto doutoral e foi validado pelas ideias, pelos conceitos e pelas proposições fundamentadas em autores reais e enunciadas com base nas entrevistas com pessoas reais, cuja estrutura narrativa foi imaginada para que o cenário fosse constituído. Portanto, em todo o texto nos valemos das prerrogativas que fundamentam as relações epistêmicas básicas entre real e imaginário, explicitadas pela matemática ao tratar de situações que envolvem números reais, imaginários e complexos (compostos por parte real e parte imaginária).

Portanto, os sujeitos depoentes, os depoimentos e os autores representam os reais; o evento organizado em suas sessões são os imaginários, a organização dos depoimentos e a condução do processo de escrita são complexos, uma vez que envolveram, simultaneamente, em processo aditivo, os reais e os imaginários. Essa talvez tenha sido a chave das transformações narrativas intencionadas em todo o percurso de imaginação, argumentação e sustentação da tese até seu final.

REFERÊNCIAS

BECKER, Fernando. **A Epistemologia do Professor**: o cotidiano da escola. Petrópolis: Vozes, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. **Cadastro Nacional de Cursos e Instituições de Educação Superior**: Cadastro e-MEC. Disponível em: http://emec.mec.gov.br. Acesso em: 12/08/2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Education at a Glance 2017 OECD INDICATORS**. Disponível em: http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/eag/documentos/2017/relatorio_education_at_a_glance_2017.pdf. Acesso em: 12/01/2018.

BRUTER, Claude-Paul. **Compreender as Matemáticas**: as dez noções fundamentais. Lisboa: Instituto Piaget, 1998.

CAPES. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. **Banco de acesso a resumos relativos a teses e dissertações defendidas no Brasil a partir de 2009**. Disponível em: http://capesdw.capes.gov.br/capesdw/Teses.do. Acesso em: 13 mar. 2018.

CUNHA, Maria Isabel da. O bom professor e sua prática. 24. ed. Campinas: Papirus, 2012.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia**: Saberes Necessários à Prática Educativa. 55. ed. Rio de Janeiro/São Paulo: Paz e Terra, 2017.

GAUTHIER, Clermont. **Por Uma Teoria da Pedagogia**: Pesquisas Sobre o Saber Docente. Ijuí: Editora Unijuí, 2013.

HOISEL, Beto. **Anais de Um Simpósio Imaginário**: entretenimento para cientistas. São Paulo: Palas Athenas, 1998.

JOSSO, Marie-Christine. **Experiências de Vida e Formação**. São Paulo: Cortez, 2004.

KAUFMANN, Jean-Claude. **A Entrevista Compreensiva**: um Guia para Pesquisa de Campo. Petrópolis: Vozes/Maceió: Edufal, 2013.

LAKATOS, Imre. **A lógica do Desenvolvimento Matemático Provas e Refutações**. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1978.

MATEMÁTICA. **Conceito de**. Disponível em: https://conceito.de/matematica. Acesso em: 20 abr. 2020.

MENDES, Iran Abreu. **História da Matemática no Ensino**: entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

MICHAELIS. Dicionário da Língua Portuguesa. **Epistemologia**. Disponível em: https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/epistemologia. Acesso em: 10 mar. 2020.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; DAVID, Maria Manuela M. S. **A formação matemática do professor**: Licenciatura e prática docente escolar. 2. ed. 3. reimp. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018.

POINCARÉ, Henri. **O valor da ciência**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1995.

SILVA, Jairo José. **Filosofias da Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 2007.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2014.

WATSON, Rod; GASTALDO, Édison. **Etnometodologia e Análise da Conversa**. Petrópolis: Vozes/Rio de Janeiro: Editora PUC Rio, 2015.

ZABALZA, Miguel A. **Competencias docentes del profesorado universitario**: Calidad y desarrollo professional. 4. ed. Espanha: Narcea Ediciones, 2017.

REFERÊNCIA DA TESE

NAVARRO, Érica Patrícia. **Epistemologias do Ser-Estar Professor de Matemática no Curso de Pedagogia de Rondônia: realidades, desafios e possibilidades explicitadas em um Simpósio Temático Imaginado**. 2021. 274 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECEM) da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC) da UFMT/UFPA/UEA. Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2021.

APRESENTAÇÃO DOS AUTORES:

Érica Patrícia Navarro

Doutora em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), pela Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Professora do Instituto Federal de Rondônia (IFRO), Campus Ji-Paraná, Rondônia, Brasil. Endereço para correspondência: R. Rio Amazonas, 151 - Jardim dos Migrantes, Campus do IFRO, Ji-Paraná - RO, Brasil, CEP: 78960-000.
E-mail: erica.navarro@ifro.edu.br
Lattes: http://lattes.cnpq.br/1368608220971605
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1136-1181

Iran Abreu Mendes

Doutor em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte, UFRN, Brasil. Professor da Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Belém, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Augusto Corrêa, 01, Guamá, Campus da UFPA, Belém, Pará, Brasil, CEP: 66075110.
E-mail: iamendes1@gmail.com
Lattes: http://lattes.cnpq.br/4490674057492872 .
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7910-1602

CAPÍTULO 5 - IDENTIDADE PROFISSIONAL DE EDUCADORES MATEMÁTICOS FORMADORES DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA: sobre a relação com o saber e o aprender

.

Mauro Guterres Barbosa
Tadeu Oliver Gonçalves

Resumo:

A presente pesquisa tem por objetivo compreender características da identidade profissional de educadores matemáticos formadores de professores que ensinam matemática, no contexto de institucionalização de uma sociedade educadora matemática. Como cenário investigativo, tem-se a história de vida e a trajetória profissional de três formadores de professores que ensinam matemática, socialmente reconhecidos educadores matemáticos, que iniciam o movimento de implantação de uma regional da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, no Estado do Maranhão. Assim, esta pesquisa configura-se qualitativa, próxima à perspectiva narrativa, na qual as histórias de vida e a trajetória profissional dos colaboradores foram reconhecidas por meio de entrevistas narrativas (auto)biográficas. Após esse movimento de construção textual, os eixos foram reorganizados nas três categorias identitárias que emergiram desse processo, quais sejam: Identidades Imanentes, Identidades Refletidas e Identidades em Contextos, constituindo conjuntos de características identitárias. Destarte, foi possível verificar a tese de que as características que constituem a identidade profissional do formador de professor que ensina matemática são inerentes às relações com o saber e o aprender existentes nas múltiplas experiências decorrentes das histórias de vida e de profissão, sendo tais características potencialmente capazes de constituir de forma positiva a identidade do professor que ensina matemática, na medida em que esses processos formativos propiciem a reflexão sobre si, sobre o mundo e sobre os outros.

Palavras-chave: Identidade. Identidade Profissional. Formador de Professor que Ensina Matemática. Relação com o Saber. Educador Matemático.

1 Introdução

Imerso no ambiente de formação de PEM (Professores que Ensinam Matemática), do Estado do Maranhão, onde a cultura da Educação Matemática ganhou destaque nos últimos anos, haja vista a presença de professores e de formadores de PEM com estudos na área e a procura por estudos relacionados a processos de melhorias na aprendizagem matemática na Educação Básica, um grupo de professores decidiu, de forma espontânea e colaborativa, propor à Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), a criação de uma regional no Estado do Maranhão.

Assim, em 2017, foi realizada uma primeira reunião com um grupo de professores formadores de PEM das instituições de ensino superior públicas (Instituto Federal do Maranhão – IFMA, Universidade Estadual do Maranhão – UEMA, Universidade Federal do Maranhão – UFMA), que ofertavam cursos de Licenciatura em Matemática, bem como com formadores de PEM das secretarias de educação do Estado do Maranhão e do município de São Luís.

Esse período coincidiu com o início de meus estudos relacionados à identidade profissional de PEM e, ao perceber o ambiente que se constituiu, senti-me pertencente a um seleto grupo de profissionais que influenciavam sobremaneira a formação de professores de Matemática no Estado do Maranhão.

A partir desses encontros, comecei a identificar comunalidades sobre o aprender e o ensinar Matemática presentes nas falas de tais formadores de PEM que ressoavam em mim. Foi então que, a partir desse cenário, tomei a decisão de investigar como se constitui a identidade profissional dos formadores de PEM, entre os quais lhes apresento, por meio de pseudônimos: as formadoras de PEM, Bella e Daniela, e o formador de PEM, Casé, que são os colaboradores protagonistas desta investigação, passando a apresentá-los com o suficiente e o necessário para compreender um pouco sobre quem são, a partir de suas trajetórias de vida e de formação.

A professora Bella é licenciada em Matemática, mestre em Educação Matemática e doutora em Educação Matemática. Professora do Ensino Superior, com experiência na Educação Básica, em programas de pós-graduação *lato* e *stricto sensu.* Tem experiência nas áreas de Ciências Exatas, Ciências Humanas e Multidisciplinar, com ênfase em Educação Matemática, mormente aos seguintes temas: Matemática, Ensino, Aprendizagem e Formação de Professores, com Metodologia de História Oral.

A Professora Daniella é licenciada em Matemática, Artes Visuais e Pedagogia, mestre em Matemática e doutora em Ensino de Ciências e Matemática. É professora e formadora de PEM da Educação Básica das redes públicas de ensino do Maranhão. Atua como docente no Ensino Superior, na graduação e em programas de pós-graduação *lato* e *stricto sensu*. Desenvolve investigações sobre História da Educação e do Ensino da Matemática, Currículo e Formação de Professores e Avaliação de Aprendizagem.

Já o Professor Casé é licenciado em Matemática e Pedagogia, mestre em Matemática, doutor em Educação. É professor e formador de PEM da Educação Básica em redes públicas de ensino do Estado do Maranhão. Desenvolve investigação na área de Formação de Professores, Gestão e Supervisão Escolar, Currículo, Avaliação, Planejamento, Legislação Educacional, Metodologia e Tecnologias no Ensino da Matemática, Didática e Filosofia no Ensino da Matemática, História da Matemática e História do Ensino da Matemática, Estatística e Probabilidade.

As comunalidades a que me referi anteriormente se dão pelo fato de que, nos encontros para a implantação da regional da SBEM no Estado do Maranhão, tais colaboradores procuravam articular ações formativas que pudessem ser realizadas, nas quais as tendências em educação matemática estavam na berlinda das discussões. Assim, posso caracterizá-los como Educadores Matemáticos, uma vez que “[...] as questões ligadas à matemática a ensinar são muito relevantes na formação de professores, mas tal formação não é identitário do educador matemático” (VALENTE, 2017, p. 226).

Além desses professores, outros que também compõem o grupo de trabalho para a implantação da SBEM, no Maranhão, posicionaram-se de forma incisiva/decisiva para sua constituição e desencadearam em mim o 'desejo' de investigá-los, a fim de compreender características de como são constituídas suas identidades profissionais docentes. Esses formadores, além de serem os mais experientes na atuação em cursos e programas de formação de PEM, possuem densidade na produção, como professores pesquisadores em Educação Matemática e foram, dentre os cinco doutores presentes na ocasião, aqueles que se dispuseram a participar desta investigação.

Então, ao entender a posição privilegiada na qual me encontrava –, realizando meu processo de doutoramento e fazendo parte desse grupo de trabalho para a criação da SBEM-MA –, decidi associar essas duas ações formativas e elegi tais professores doutores meus colaboradores de investigação. De tal modo, esta pesquisa delineou-se.

Ante o exposto, é possível inferir que a imersão investigativa, à luz de referenciais teóricos nas histórias de vida e de trajetórias profissionais desses formadores de PEM, permitiu-me evidenciar características de suas identidades profissionais em vários cenários, dado que aqueles, ao mesmo tempo em que trabalham na formação de PEM, também atuam na Educação Básica. Ademais, são profissionais academicamente qualificados, ressaltando que os três são licenciados em matemática e, respectivamente, doutores em Educação, Educação Matemática e Ensino de Ciências e Matemática, engajados em movimentos sociais que os diferenciam, identificam-lhes e os aproximam, em prol da consolidação de uma sociedade educadora matemática da qual fazem parte nacionalmente.

Os formadores de PEM acima destacados convergem suas ações investigativas para o interior do campo da pesquisa em Educação Matemática, contudo, seguem suas respectivas tendências investigativas distintas, quais sejam: História Oral, História da Educação Matemática e Formação Inicial e Continuada de PEM. Tais aspectos me permitem conjecturar sobre a diversidade formativa de suas histórias de vida e de trajetórias profissionais associadas às suas concepções de ensino-aprendizagem, as quais podem favorecer a formação de grupos de pesquisa e estudo interinstitucionais disparados por ações intrínsecas à iminente inauguração da regional da SBEM, no Estado do Maranhão.

Após aprofundar estudos sobre a identidade profissional de PEM e a partir da obra Mapeamento da Pesquisa Acadêmica Brasileira sobre o Professor que Ensina Matemática: período 2001 – 2012 (FIORENTINI; PASSOS; LIMA, 2016), foi possível identificar que ainda são escassas as investigações com foco de análise em Identidade e Profissionalização Docente de Professores que Ensinam Matemática. Tais pesquisas correspondem à, aproximadamente, 4%, em relação ao cenário das pesquisas realizadas no âmbito de Programas de Pós-Graduação *Stricto-Sensu* (Mestrados e Doutorados), em que o professor que ensina matemática tivesse sido foco (ou categoria) de análise. Estas pesquisas, por sua vez, produziram contribuições para a atuação desse profissional em contextos/dimensões centrais do estudo, isto é, a formação inicial, a formação inicial e contínua, e outros contextos ou aspectos. Reforço que essas pesquisas, apesar de escassas, repercutem sobremaneira no debate relativo à identidade profissional do PEM. Dentre essas pesquisas, aproximadamente 35% estão relacionadas à Formação Inicial (FI), 12% à Formação Continuada (FC), 6% à Formação Inicial e Continuada (FI/FC) e 47% a outros contextos, ou seja,

> [...] saberes, conhecimentos, concepções, crenças, atitudes, competências, performance, desempenho, identidade, profissionalidade, história do PEM, formador de professores, programas e instituições formadoras de PEM, aprendizagem e desenvolvimento profissional em serviço etc.,") (FIORENTINI; PASSOS; LIMA, 2016, p. 14).

Ante o exposto, fica perceptível a necessidade de organização e de estímulo de outras investigações que tratem de compreender não somente a identidade profissional do PEM, mas quais fatores interferem na sua constituição, de forma que políticas públicas e programas de formação de professores passem a considerá-los em suas diretrizes, aproximando tal profissional das expectativas emergentes da sociedade que, consequente e potencialmente, dele espera, em conjunto com outros recursos sociais, ser capaz de atender às suas demandas.

Desse modo, justifica-se o ambiente para que o problema de pesquisa que agora me mobiliza se sinta acolhido. Assim, a pergunta principal que orienta esta investigação se configura em:

que características constituem a identidade profissional do educador matemático formador de professor que ensina matemática no contexto de institucionalização de uma sociedade educadora matemática? Investigo essas características decorrentes das suas histórias de vida e de profissão, em um contexto de implantação de uma sociedade educadora matemática no Estado do Maranhão.

Nesse sentido, busco não somente desvelar as identidades profissionais dos colaboradores desta investigação, mas também projetar um panorama das implicações e intensidades dessas para com os seus fazeres em fases distintas de suas histórias de formação e de trajetória profissional. Ademais suponho, pois, ser a história de formação um subconjunto das histórias de vida e, ao narrar sobre a primeira, inevitavelmente, estas revelam mais que interseções com a segunda, por isso, opto por anunciar a mais abrangente. Ademais, "houve um tempo em que a possibilidade de estudar o ensino, para além da subjetividade do professor, foi considerado um sucesso científico e um passo essencial em direção a uma ciência objetiva da educação" (NÓVOA, 1995, p. 7).

Destarte, configuro o objetivo principal desta investigação como sendo o de compreender características da identidade profissional de educadores matemáticos formadores de professores que ensinam matemática, no contexto de institucionalização de uma sociedade educadora matemática. Para tanto, usufruo das relações com o saber e o aprender, de suas histórias de vida e trajetórias profissionais, as quais podem ser refletidas em processos formativos que os conduziram a serem reconhecidos como Educadores Matemáticos, já que "hoje floresce na literatura educacional a concepção de que não podemos prescindir da subjetividade dos que produzem educação, se quisermos efetivamente compreender e transformar as práticas educativas" (CHAVES, 2005, p. 87).

Tais características que subjazem a identidade profissional de PEM podem indicar modos de formá-lo, à medida que colaboraram na (re)formulação de cursos e programas de formação, uma vez que há indícios de que tais características podem ser (re)configuradas, (re) vividas, (re)inventadas no processo de formação inicial e/ou continuada.

Dessa forma, intenciono tangenciar-me do escopo de inventariante de características identitárias e desejo, a partir da compreensão delas, articular características que possam desencadear processos de identificação com a profissão de ser PEM. Por conseguinte, anuncio a tese desta investigação, nos seguintes termos: as características que constituem a identidade profissional do formador de professor que ensina Matemática são inerentes às relações com o saber e o aprender existentes nas múltiplas experiências decorrentes das histórias de vida e de profissão, sendo tais características potencialmente capazes de constituir de forma positiva a identidade do professor que ensina Matemática, na medida em que esses processos formativos propiciem a reflexão sobre si, sobreo mundo e sobre os outros.

Na explicitação do meu caminhar, para assumir-me como formador de PEM, restringi-me a tratar de pontos chaves com um olhar no sentido de adentrar mais minha trajetória e minha perspectiva profissional, porém, considero que minha história de vida familiar e o contexto econômico, cultural e social que vivenciei, além de outras experiências, também constituíram/constituem fartos saberes e conhecimentos que me fazem assumir algumas crenças e algumas preconcepções sobre ser formador de PEM e representam elementos fundamentais de minha identidade profissional docente. Assim, posso colaborar com Nóvoa (1995, p.17), o qual ensina que "a maneira como cada um de nós ensina está diretamente dependente daquilo que fomos como pessoa quando exercermos o ensino".

Aspectos dessa constituição profissional influenciaram diretamente no que sou e no que faço e estão presentes na minha história de vida e na minha trajetória profissional, organizadas, neste estudo, em fases, que permitirão compreender as influências de cada um desses aspectos na composição das identidades profissionais que conjecturo para mim e para outrem, uma vez que tanto eu quanto os colaboradores desta investigação passaram por processos de constituição para se reconhecerem educadores matemáticos formadores de PEM. Assim, suas narrativas de vida me guiam na abordagem de elementos essenciais desse processo formativo.

Oportunamente, ao longo desta investigação, irei aprofundá-los para poder alcançar e demonstrar a tese que, por ora, configura-se como conjecturas de hipóteses.

Ademais, em Barbosa e Gonçalves (2018), realizei uma escrita que destaca outros aspectos de minha constituição profissional, enquanto formador de PEM. Essa foi minha primeira produção quando já intencionava realizar esta investigação que assim se definiu, o que me aproximou de estudos referentes à identidade, nos quais reconheço características emergentes do processo de constituição de minha identidade profissional, "afinal, a identidade é um elemento fundamental nas formas como os professores constroem a naturalização do seu trabalho no dia a dia (motivações, satisfação e competências)" (BOLÍVAR, 2006, p.24, tradução minha).

Por isso, é que me furto ao simples apontar de características da identidade profissional dos formadores de PEM e volto-me a "promover os indivíduos a explorar os significados profundos presentes em suas histórias de vida e a discussão compartilhada de suas histórias de vida pode contribuir para a criação de uma nova 'política de identidade'" (BOLÍVAR, 2006, p. 25, grifo do autor, tradução minha), sendo o que pretendo desenvolver.

2 Fundamentação Teórica

Na seção anterior, utilizo a palavra identidade associada à ideia de uma identidade profissional. Mas o que seria a identidade dissociada do segundo termo? Qual interpretação é possível fazer desses termos juntos, isto é, identidade profissional? Propositadamente, trouxe a expressão identidade profissional, sem explicitar o significado da palavra identidade, pois foi assim que me encontrei com esse objeto de estudo. E a ideia primeira de identidade profissional que concebi foi a de um conjunto de características comuns de um determinado grupo de sujeitos, no caso desta investigação, PEM.

Mas, à medida que necessito esclarecer em que bases epistemológicas ancoro esta investigação que trata da identidade de sujeitos em grupos por meio de uma característica comum, no caso, formadores de PEM, fica-me latente a necessidade de explicitar sobre quais conceitos sociológicos e antropológicos compreendo e dou sentido à expressão identidade, sem, contudo, perder de vista o grupo para o qual se destina (ou sujeito dessa) esta investigação, isto é, professores, mais especificamente, formadores de PEM.

Pretendo nesta seção, reconhecer a identidade profissional docente por meio da Teoria Antropológica da Relação com o Saber e o Aprender (TARSA), isto é, a partir de algo já conceitualmente elaborado em minhas estruturas de pensamento. Esse movimento favorece uma aproximação teórica das relações com o saber e o aprender que quero estabelecer, para então utilizá-la na compreensão das características da identidade profissional de formadores de PEM, em prol do reconhecimento de tais características, a partir de suas histórias de vida e de suas trajetórias profissionais.

Isso posto em Barbosa (2021), inicio por adentrar e aprofundar os fundamentos da TARSA, estabelecendo enlaces com o conceito mais abrangente que desejo construir sobre identidade, ao encontro da compreensão da identidade profissional, a qual, oportunamente, aproximarei do desenvolvimento conceitual, elaborado por Claude Dubar, evitando assim inconsistências epistemológicas/paradigmáticas com outras teorias que não estão ancoradas em elementos sociológicos e antropológicos que subjazem às construções teóricas aqui tratadas.

Em síntese, apresento referenciais teóricos que articulam a relação com o saber e o aprender de formadores de PEM, os quais possibilitam inferências sobre características de suas identidades profissionais.

2.1 Aproximações teóricas para compreensão do conceito de identidade profissional docente

Nesta seção, busco caminhos que aproximem a teorização construída nas seções anteriores com pesquisadores que tratam explicitamente sobre identidade e, mais especificamente, identidade profissional docente. Isso porque, à medida que minha intenção é a de colaborar e de me posicionar sobre aquilo que articulo a respeito desse conceito, objetivo também compreender características das identidades profissionais de formadores de PEM, a partir de suas histórias de vida e trajetória profissional, ao mesmo tempo que nos compreendemos (formadores de PEM e eu), ante as manifestações de semelhança, de similitude, de paridade, de afinidade, de compatibilidade, de fidelidade e de parecença. Assim, o que realmente nos aproxima e nos distingue, em face à constituição de identidades profissionais docentes, são as histórias de vida, uma vez que

> Uma história de vida não é só uma coleção de recordações passadas (reprodução exata do passado), nem tão pouco uma ficção, é uma reconstrução desde o presente (identidade de si), em função de uma trajetória futura. É, então, relatando nossa própria história como nos damos a nós mesmos uma identidade, porque nos reconhecemos nas histórias que (nos) contamos. (BOLÍVAR, 2006, p.35, tradução minha)

Desse modo, esta pesquisa, que se encontra centrada na compreensão de características de identidades profissionais que favoreçam a compreensão dos meandros pelos quais passaram formadores de PEM, em colaboração com seus desenvolvimentos profissionais, repercute sobremaneira em seus reconhecimentos, cujas ações e atitudes se mostram (trans)formadoras por seus pares, alunos e sociedade, já que a identidade profissional se configura pelo que fazem, em termos de conhecimentos e competências que adquirem e as configuram pelo mundo social do qual fazem parte (BOLÍVAR, 2006).

Ao encontro dessas compreensões, suponho, pois, ser necessário tratar sobre a identidade profissional docente de formadores de PEM, explicitada por meio de suas crenças, saberes e conhecimentos, memórias formativas, histórias de vida, trajetória profissional e perspectivas futuras. Isso porque infiro que o reconhecimento dessas pode propiciar reflexões sobre as vivências formativas docentes experienciadas pelo sujeito de saber desta investigação, colaborando para sublinhar quais práticas e quais posturas formativas podem ser reelaboradas, reconstruídas, revisitadas em programas de formação inicial e de desenvolvimento profissional de PEM.

Ademais, o diálogo narrativo sobre tais experiências permite ainda aos formadores de PEM refletirem e manifestarem suas expectativas enquanto sujeitos ativos que colaboram para constituição de uma sociedade educadora matemática. A perspectiva da TARSA, que insere o domínio da linguagem como condição *sine qua non* para apropriar-se do mundo, conduz-me a compreender as relações com o saber que formadores de PEM (re)constroem para si, a partir do contexto histórico e cultural vivenciado. Nesse sentido, reconheço que

> Toda palavra comporta duas faces. Ela é determinada tanto pelo fato que precede de alguém, como pelo fato que se dirige para alguém. Ela constitui justamente o produto da interação do locutor e do ouvinte. Toda palavra serve de expressão a um em relação ao outro. Através da palavra, defino-me em relação ao outro, isto é, em última análise, em relação à coletividade. A palavra é uma espécie de ponte lançada entre mim e os outros. Se ela se apoia sobre mim numa extremidade, na outra apoia-se no meu interlocutor. A palavra é território comum do locutor e do interlocutor (BAKTHIN, 2004, p.113).

Aduzo então que a palavra (linguagem) se apresenta como um dos princípios da TARSA, *pari passu* a mais pura manifestação das relações com o saber com a qual o 'sujeito de saber' interage com o mundo, com o outro e consigo, sendo, portanto, a identidade um programa de estudo integrador destas relações, dada a impossibilidade de fracioná-la para compreendê-la. Dessa forma, configuro que a identidade pode ser reconhecida como um conjunto incomensurável de relações com o saber (subjetividade), traduzidas por meio de narrativas que expõem indícios de uma história de vida e trajetória profissional. Cabe, assim, ao investigador colher, dentre tais experiências, as que chamo de larrossianas, objetivando compreender as razões de reverberarem em suas falas, a partir do que são e do que fazem, constituindo-se sujeitos de saber que, nesta investigação, são formadores de PEM. Essa forma de conceber a identidade, sob a perspectiva da TARSA, encontra abrigo em outras construções teóricas. A exemplo, cito Dubar (1997; 2006), quando trata da apropriação da linguagem pelo sujeito como entrada para um processo de relação com o mundo, em que:

> As questões da identidade são fundamentalmente questões de linguagem. [...] identificar-se ou ser identificado não significa só «projetar-se sobre» ou «assimilar-se a», é antes de mais dizer-se através de palavras. Identificar é

> dar nomes a classes de objetos, categorias de fenómenos, tipos de processos etc. A linguagem não é «uma superestrutura», é uma componente maior da subjetividade. Ela não pode ser considerada como uma «caixa negra» pelo sociólogo, já que a identificação social é um mecanismo essencial da construção dos sujeitos (DUBAR, 2006, p.172)

Essa aproximação acentua-se quando Dubar (1997, 2006) posiciona a identidade ao mesmo tempo 'estável' e 'provisória', quando interpreto as relações com o saber na constante iminência de câmbio, à medida que estão sempre sendo (re)avaliadas e aperfeiçoadas (ou não), reconstruindo-se por meio de relações que o sujeito de saber estabelece consigo, com o outro ('individual' e 'coletivo') e com o mundo (*'constroem os indivíduos e definem as instituições'*). Fica marcante, nessas perspectivas, um processo de ir e vir em suas histórias de vida e trajetórias profissionais, pois esse posicionamento sobre

> [...] quem somos como sujeitos autoconscientes, capazes de dar um sentido às nossas vidas e o que nos acontece, não está além, então, de um jogo de interpretações. O que somos não é outra coisa que o modo como nos entendemos; a forma como nos entendemos é análogo ao modo como construímos textos sobre nós mesmos; e como esses textos são depende de suas relações com outros textos e dos dispositivos sociais em que ocorre a produção e a interpretação dos textos de identidade (LARROSA, 2004, p.14-15, tradução minha).

Na busca por um referencial teórico que organizasse o movimento interpretativo, optei por considerar a TARSA como teoria basilar desta investigação, por entender ser capaz de adaptar-se aos cenários onde os colaboradores de investigação se inserem; estar presente em meu fazer investigativo, uma vez que já a utilizei em outra investigação *stricto sensu*; ser abrangente o suficiente para analisar o complexo formativo doutoral de formadores de PEM; permitir complementaridades teóricas; sua natureza antropológica e, consequentemente, estando centrada no 'sujeito saber' (nesta investigação educadores matemáticos formadores de PEM), em relação às experiencias nas quais socialmente está inserido. Com essa organização teórica, suponho, pois, ser possível partir para uma interpretação de como os formadores de PEM se veem e querem ser vistos (identidade real e virtual), bem como revelar a minha identidade a partir desse processo colaborativo teórico que aproxima as falas dos colaboradores desta investigação, levando-me a concebê-la "[...] como a definição de si do indivíduo enquanto docente, em relação com sua prática profissional. Não se resume à identidade no trabalho, abrange também a associação ou referência do indivíduo com outros grupos de campos sociais" (BOLÍVAR, 2006, p.47, grifos do autor, tradução minha).

Fica latente que as relações com o saber que estabeleço estão postas sobre o domínio complexo das histórias de vida e trajetórias profissionais e "a perda de identidade é sinônimo de alienação, sofrimento, angústia e morte" (DUBAR, 2006, p.13). Nesse sentido, a constituição identitária é estabelecida por meio de relações com o saber presentes nos espectros pessoais e profissionais, sendo natural que "assumir o sentimento de pertença a grupos, ou seja, assumir pessoalmente as atitudes do grupo que, sem que nos apercebermos, guiam as nossas condutas" (DUBAR, 2006, p. 31). Por isso

> A noção de identidade não é uma realidade objetiva, mas uma construção discursiva e mental que os indivíduos utilizam para expressar uma determinada forma de ver e sentir em relação ao seu meio (espaços de representação e práticas). Em um sentido amplo, as identidades podem ser incluídas como: identidades sociais associadas ao pertencimento a grupos ou organizações; a categoria de um membro do grupo que pode ser identificado com suas próprias características ou atributos; e as posições sociais associadas a papéis com um papel de identidade (BOLÍVAR, 2006, p.28, tradução minha).

Desse modo, a identidade que construo para mim e para os outros está sempre em conflito com o real e com o ideal, envolve como cada um se vê e como por outros é visto, o que se estabelece nas relações com o saber que se funde na tríade das relações com o outro, com o mundo e consigo, a partir de experiências que classifico como larrosianas, isto é, das que nos passam e nos tocam e nos transformam, não uma simples vivência que, por vezes, sequer nos deixa lembranças.

Assim, em conformidade com os pressupostos teóricos que suportam a minha compreensão sobre identidade, tenho-a como compreensão gerada sobre si e sobre outrem, estabelecida subjetivamente por meio de relações com o saber que cada um produz sobre o mundo, reflexo da interação humana, que nasce com a obrigação de aprender, apropriando-se de uma linguagem da qual se utiliza para comunicar sobre a realidade que estabelece para si e para outrem (CHARLOT 2000;2001; 2007), (DUBAR 1997; 2006).

Quando me refiro à identidade profissional, permito-me reinterpretá-la como conjunto de relações com o saber sobre um fazer que exija o domínio de habilidades necessárias para a consecução de determinadas tarefas. Assim, o 'sujeito de saber' sobre determinada profissão deve deter em si e ser reconhecido por outrem como possuidor da capacidade de realizar uma coleção de tarefas necessárias à realização de determinado ofício (CHARLOT, 2000; 2001; 2007), (DUBAR, 1997; 2006), (BOLIVAR, 2006).

Destarte, neste capítulo em que desenvolvo o referencial teórico que embasa minha compreensão sobre identidade e identidade profissional conceituadas em relação com o saber, tal discussão aqui não se esgota, pois os próximos capítulos desta investigação estão carregados de elementos teóricos que complementam minha compreensão sobre tais objetos de estudo.

Além do referencial teórico, o seu ponto de partida encontra-se no capítulo seguinte, no qual apresento o estado da arte das pesquisas sobre identidade profissional do PEM.

3 Metodologia da Pesquisa

Assim, Moraes e Galiazzi (2011, p.209) oferecem uma metodologia de "abordagem de análise que pode ser concebida como um processo auto-organizado de produção de novas compreensões em relação aos fenômenos que examina". Alinhado aos pressupostos da ATD realizei, então, os seguintes movimentos, quais foram: desmontagem dos textos, estabelecimento de relações, captação de novo emergente e formulação de um processo auto-organizado. Os três primeiros compõem um ciclo, já o último garante

> um processo auto-organizado de construção de compreensão em que novos entendimentos emergem de uma sequência recursWiva de três componentes: desconstrução dos textos do *corpus*, a *unitarização*; estabelecimento de relações entre os elementos unitários, a categorização; o captar do novo emergente em que a nova compreensão é comunicada e validada (MORAES, 2003, p. 192).

Desse modo, orientado pelos movimentos e pressupostos da ATD, passo a descrevê-los, a partir dos encaminhamentos que tomei enquanto investigador qualitativo, com o objetivo de compreender características da identidade profissional de educadores matemáticos formadores de PEM, no contexto de institucionalização de uma sociedade educadora matemática. Destarte, a partir do estabelecimento de relações entre os eixos de sentido *a priori* (proposições da TARSA), articulei três categorias de identidades emergentes desse movimento, que estão organizados no Quadro 1, que assim foram estruturadas:

Quadro 1 – Relação entre categorias emergentes e proposições da TARSA - Fonte: Elaborado pelo autor.

Categorias Emergentes	**Proposições da TARSA (Eixos de Sentido)**
Identidades Imanentes	(P1). Aprender é um movimento interior que não pode existir sem o exterior; (P2). Aprender é uma construção de si que só é possível pela intervenção do outro; (P3). Toda relação com o saber é tam-
Identidades Refletidas	(P4). Toda relação com o saber é também relação com o outro; (P5). Toda
Identidades em Contexto	(P6). Aprender é uma relação entre duas atividades: a atividade humana que produziu aquilo que se deve aprender e a atividade humana na qual o sujeito que aprende se engaja; (P7). Toda relação com saber é indissociavelmente singular e social.

Assim, na categoria Identidades Imanentes, privilegio mais as relações de saber (unidades de sentido), a partir do que narram os formadores de PEM, ao encontro de uma antecipação à sua carreira ou daquilo que lançam mão na docência e nas experiências que contam sobre a influência de suas famílias nas decisões sobre ser/estar na profissão docente, suas relações com os objetos matemáticos e seus professores da Educação Básica. Ocorre que, mesmo sem ter intenção ou sem ter previsto algum eixo da entrevista que fizesse referência às suas famílias e às influências destas sobre seus estudos, isso foi marcante em suas falas, o que me levou a conceber uma certa constituição identitária sobre a profissão docente, antes mesmo dos seus ingressos na formação inicial, fazendo-me conceber a ideia de imanência nesses formadores em sentido íntimo, isto é, já existia algo na essência, na subjetividade construída desses sujeitos que os conduziram a se assumirem como PEM.

Ainda sobre a imanência, decido por incluir as primeiras experiências docentes dos formadores de PEM, que, via de regra, estavam repletas de conhecimentos tácitos, com um fazer intuitivo, reflexo de suas vivências enquanto estudantes da Educação Básica, o que me fez interpretá-las, significando-as como articulação de saberes subjacentes aos advindos da formação inicial. Observo que, desde essas primeiras experiências, os formadores de PEM se reconhecem em um paradigma de iminente ruptura de uma *práxis*, ficando-lhes, desse modo, caracterizada a entrada em uma crise identitária.

Além do mais, coube nessa categoria, que trata da imanência de suas identidades, compreender como os formadores de PEM reelaboraram as aprendizagens que experienciaram e suas reflexões sobre como concebem a aprendizagem para outrem, bem como foi possível tratar de suas motivações para que escolhessem a licenciatura em Matemática.

Um conteúdo ainda presente nessa categoria é o da ‘necessidade formativa’ que reconheço sob três especificidades, segundo PACHANE (2006), quais sejam: necessidades formativas próprias, necessidades formativas externas e necessidades formativas comparadas, indo, assim, ao encontro de uma compreensão mais abrangente do que sejam as necessidades formativas dos PEM.

As necessidades formativas próprias são decorrentes de um processo reflexivo que faz de si, no qual, a partir de sua concepção docente, percebe-se em situação de dificuldade com sua prática de ensino proveniente de uma formação precária em saberes pedagógicos e, assim, pode reconhecer e buscar a superação de tal formação para atuar como docente.

As necessidades externas, segundo Pachane (2006, p. 106), podem ser entendidas como "as necessidades detectadas a partir de mudanças que ocorrem no ensino [...] e no contexto mais geral no qual está inserido, como, por exemplo, no sistema produtivo, mudanças essas que acabam por influenciar as características necessárias ao professor [...]".

As necessidades comparadas são resultantes da divergência que pode estar presente ao se contrastarem práticas docentes em contextos diversos ou a partir de um modelo ideal com o qual se defrontam. Constata-se a necessidade de serem realizadas transformações no fazer docente. Por vezes, esse processo de comparação pode ser desencadeado por sistemas de avaliação educacionais que estabelecem critérios de qualidade para o ensino.

Conceituo necessidade formativa como o reconhecimento para si e para outrem de ausência de recursos necessários ou dificuldades para estar na profissão docente e bem atender às demandas sociais vigentes, a partir de suas práticas profissionais, configurando-se a necessidade formativa como importante recurso, não só para o planejamento pessoal do 'sujeito de saber', mas também para sistemas educativos, acompanhando então as transformações pelas quais passa a sociedade em que se inscrevem.

Desse modo, o reconhecimento de necessidades formativas pode impulsionar o próprio desenvolvimento profissional, pois, segundo Marcelo Garcia (1992, p. 55), aquele tem "uma conotação de evolução e de continuidade [...]" ao encontro das transformações identitárias, as quais o 'sujeito de saber' realiza ao longo do tempo.

Na categoria Identidades Refletidas, organizo as motivações e as mobilizações dos formadores de PEM, a partir dos processos de reflexão que realizavam em sua formação inicial sobre as relações de saber (unidades de sentido) que estabeleceram com seus formadores, com currículos de suas formações, com seus colegas na formação, com seus alunos. Ademais, identifico seus engajamentos na Educação Matemática e a superação do paradigma da reprodução de fazeres e saberes docentes institucionalizados. Tal categoria expõe o núcleo de uma crise identitária sobre os seus papéis como professores e formadores de PEM.

Na categoria Identidade em Contexto, apresento as relações de saber (unidades de sentido) que os formadores de PEM revelam nas relações com o saber dos ambientes onde atuam, isto é, nas formações iniciais, nas formações continuadas no âmbito de órgãos públicos, tal como secretarias de educação e instituições de ensino superior. Além de discutir a identidade de si e a identidade de outrem, em que reconhecem câmbios em seus discursos e fazeres formativos, nessa categoria também localizo singularidades nas relações com o saber estabelecidas no tratamento dispensado a esses sujeitos no tempo em que realizavam suas pós-graduações em ambiente distinto de seu estado de origem, abordando as relações de saber, sob a perspectiva de atuação da mulher na matemática e como formadoras de PEM.

É importante destacar que alguns episódios emergentes das narrativas dos colaboradores desta investigação se sobrepuseram entre as categorias emergentes, complementando-se em alguns aspectos.

4 Análises e Resultados

Nesta investigação, usufruí do objeto de estudo 'identidade' para reconhecer as características da identidade profissional de educadores matemáticos formadores de PEM, por meio das relações com o saber e o aprender que esses 'sujeitos de saber' reconstroem através de narrativas de suas histórias de vida e trajetória profissional. Dediquei-me a esse tema por ser central para compreender como as experiências formativas reverberam nos seus fazeres atuais, levando-os a se reconhecerem e a serem reconhecidos como formadores e quais dessas experiências foram decisivas para que se distinguissem dos demais professores, ascendendo a tal *status*.

De fato, compreendi que existem duas formas pelas quais PEM passam a ser reconhecidos como formadores. A primeira e mais simples é por meio de concurso para carreira do magistério do Ensino Superior. Assim, a realização de um texto dissertativo sobre um conteúdo específico da matemática, uma prova didática sobre outro conteúdo específico e a análise curricular podem fazer com que o PEM passe a ser reconhecido como formador. Já a segunda consiste em ser reconhecido dentre seus pares ou por agentes políticos educacionais como 'sujeito de saber', capaz de articular saberes que extrapolem o conhecimento institucionalizado e que provoque reconhecimento através da forma de planejar, conduzir, realizar e avaliar suas ações formativas, que conduzam seus alunos em potencial a manifestarem satisfação e aprendizagens matemáticas.

No primeiro caso, dos formadores de PEM advindos de concursos para atuarem nas formações de professores, eles podem ou não ter uma experiência formativa que os conduzam a perceber as suas e as necessidades formativas de cada PEM. A exemplo disso, tomo como referência um professor que realizou concurso para professor em um departamento de Matemática. Ele pode atuar em cursos de graduação na formação de bacharéis ou licenciados, não só em Matemática, mas em qualquer outra área. Por vezes, dependendo de suas formações, pode tender a não estabelecer relação entre o saber que ensina e a área de formação correspondente àquela formação.

Para melhor ilustrar a referida situação, exemplifico-a pela postura que pode assumir um professor de uma das componentes de Cálculo de uma licenciatura em Matemática, que não tenha experiência no magistério na Educação Básica e que não possua também uma formação pedagógica adequada ou descolada das premissas de ser ou estar na profissão docente, preocupado com a educação, mas única e exclusivamente com a matemática. Este, por conseguinte, tenderá então a impor o estudo do conhecimento matemático sem articulação desses saberes com saberes matemáticos necessários a ensinar na Educação Básica (FIORENTINI; LORENZATO, 2006).

Sobre a segunda forma de ser reconhecido como formador de PEM, ou seja, através do reconhecimento profissional do seus fazeres do dia a dia como PEM, no 'chão' da escola, parece-me ser esse um caminhar mais natural de ascensão profissional, pois, em geral, são profissionais mais experientes que foram capazes de entender a lógica de suas profissões, transformando suas práticas por meio da interação com outro, com o mundo e consigo (CHARLOT, 2000), isto é, por meio da compreensão das relações com o saber e o aprender. Essa compreensão, por vezes, advém de referenciais teóricos a que tem acesso e pode assim criar um ciclo que se retroalimenta, a partir da (re)interpretação dessas compreensões, que podem convenientemente transformar-se em teoria a ser estudada.

Da interseção dos dois profissionais que acima descrevo, emerge uma terceira possibilidade para o formador de PEM, pois podem existir aqueles que, após atuarem na Educação Básica, submetem-se a concursos para a carreira do magistério superior e passam a atuarem como formadores de professores. Esses profissionais, por terem vivenciado a Educação Básica sob a perspectiva docente, podem ter uma maior aderência na articulação dos saberes acadêmicos dos saberes a ensinar na Educação Básica.

Não obstante a esses três profissionais que acima descrevo, presumo a emergência de um quarto profissional, que é o educador matemático. Mas, por assim dizer, parece-me que o PEM não assume as características de educador matemático em suas experiências formativas desde a licenciatura? De fato, isso acontece de forma recorrente nas licenciaturas em Matemática e, por vezes, o PEM só vem a assumir e a reconhecer as tendências e as perspectivas da Educação Matemática, ou por meio de um profissional formador de PEM que passou a reconhecê-las e a valorizá-las, ou pelo reconhecimento de que seus fazeres profissionais não conseguem atender às demandas sociais. Isso ocorre porque, em geral, os formadores de PEM são, em sua maioria, matemáticos ou matemáticos aplicados e tendem a encaminhar a formação aproximando os licenciados a subverterem a lógica de suas formações, colocando a educação a serviço da Matemática.

Seria então a Educação Matemática a solução para os problemas de formação do PEM e de seus alunos? Reconhecendo o campo multidisciplinar que a Educação Matemática permite articular-se e percebendo que o conhecimento matemático por si só não atende às necessidades formativas desse profissional, é que suponho, pois, ser a articulação de saberes recorrentes à educação (psicologia, sociologia, antropologia,...), em convergência com as necessidades formativas do PEM que podem, de fato, suavizar o déficit de aprendizagem da Matemática na Educação Básica, conforme apontam diferentes indicadores de avaliação nacionais e internacionais. Isso torna central o debate sobre a constituição da identidade profissional do formador de PEM.

Assim, em conformidade com os pressupostos teóricos que suportam a minha compreensão sobre identidade, tenho-a como compreensão gerada sobre si e sobre outrem estabelecida subjetivamente por meio de relações com o saber que cada um produz sobre o mundo, reflexo da interação humana que nasce com a obrigação de aprender, apropriando-se de uma linguagem da qual utiliza para comunicar sobre a realidade que estabelece para si e para outrem (CHARLOT 2000;2001; 2007), (DUBAR 1997; 2006).

Quando me refiro à identidade profissional, permito-me reinterpretá-la como conjunto de relações com o saber sobre um fazer que exija o domínio de habilidades necessárias para a consecução de determinadas tarefas. Assim, o 'sujeito de saber' sobre determinada profissão deve deter em si e ser reconhecido por outrem como possuidor da capacidade de realizar uma coleção de tarefas necessárias à realização de determinado ofício (CHARLOT, 2000; 2001; 2007), (DUBAR, 1997; 2006), (BOLÍVAR, 2006).

Ao conceituar identidade e identidade profissional em termos de relação com o saber e tendo como 'sujeito de saber' o PEM, e refletindo sobre esse conjunto de tarefas que o PEM deve assumir para si e, para ser reconhecido como tal, é que me permito pensar em algumas denominações que me conduzem à compreensão de como, por sua vez, a concebe para si. A primeira dessas denominações é a identidade herdada (DUBAR, 1997, 2006; BOLÍVAR, 2006), a qual é composta pelo conjunto de tarefas pelas quais este experienciou de outrem e que tomou para si.

Essa identidade herdada, interpretada como paradigma da reprodução genética, em que o 'sujeito de saber' tende a assumir como suas as tarefas organizadas e desenvolvidas por outrem, fica marcada na história de vida e trajetória profissional, via de regra, configurada pelos fazeres que os outros se submetem durante sua vida escolar e acadêmica. Tal característica fica em destaque nos primeiros anos de atuação no magistério do PEM. Assim sendo, a identidade profissional que possui o formador de PEM, por vezes, é replicada em seus licenciandos. Por isso, a questão da identidade profissional do formador de PEM, para si e para outrem, é tão sensível para o desenvolvimento profissional desse 'sujeito de saber'.

Ao conjecturar a possibilidade de uma identidade herdada para o PEM, retomo as identidades iniciais que cogitei no início desse texto e informo que foi por esse motivo que escolhi, dentre os formadores de PEM, os que tinham como meta inaugurar uma regional da SBEM, no Estado do Maranhão, para investigar a identidade profissional daqueles que eram reconhecidos como educadores matemáticos, por si e por outrem, pois o conjunto de investigações sobre esses é ainda mais raro.

Educadores matemáticos formadores de PEM, por sua vez, possuem experiências profissionais na Educação Básica. Bella foi conduzida ao *status* de formadora de PEM, por meio de concurso público, para só então reconhecer a Educação Matemática como campo de atuação profissional, como professora pesquisadora, ao longo da realização de programas de pós-graduação. Ela revela que, nos primeiros anos de atuação, era "*reflexo dos meus professores*" (Bella, textualização). Já Daniella e Casé ascenderam ao *status* e passaram a ser reconhecidos como formadores de PEM a partir de suas atuações profissionais nas redes de ensino e, ao longo desse processo de constituição identitária, foram assumindo a perspectiva da Educação Matemática.

Mas como o PEM assume e transforma a sua identidade profissional? Dubar (1997; 2006), Bolívar (2006), Charlot (2005), anunciam que as experiências a que o PEM se submete pode produzir 'crises identitárias' no 'sujeito de saber', em que a identidade para si (processo biográfico) passa a não mais corresponder a uma identidade para outro (processo relacional). Essa falta de correspondência entre esses tipos de identidade pode levar o PEM a perceber um descompasso do seu fazer, que passa a não mais desempenhar satisfatoriamente as tarefas da profissão. No caso, o ensinar pode não mais produzir a aprendizagem desejada, trazendo conflitos e o não reconhecimento desse profissional da forma como concebe para si.

Por outro lado, essas crises identitárias do PEM podem promover rupturas e produção de novos fazeres para si, podendo levá-lo a perceber que aquela identidade herdada (ou outra) já não mais atende às expectativas do seu ofício, ficando assim o 'sujeito de saber' com uma certa identidade social virtual (isto é, uma identidade para si, que não mais corresponde à identidade conferida pelos outros) (DUBAR, 1997; 2006).

Uma vez que não haja correspondência entre essas categorias identitárias, o ‘sujeito de saber’ pode dar continuidade, reproduzindo esse saber-fazer que não mais atende às demandas sociais, sem a devida compreensão do seu fazer, ou por meio de um processo reflexivo de sua prática, transformando-a, percebendo e buscando cooperação para retornar a um *status* de reconhecimento do seu fazer, correspondendo este a uma identidade social real (isto é, em que a identidade para si corresponda a identidade para outros), como o processo de equilibração cognitiva (DUBAR, 1997).

Cabe bem salientar que momentos de crise são extremamente férteis para a produção e reconhecimento de novos saberes e aprendizagens para compor e, por assim, superá-los. Nesse sentido, Bolívar (2006), Charlot (1997) convergem suas compreensões sobre crise na educação, assumindo três dimensões: a crise como ‘ruptura de equilíbrio’, ‘crise como resistência à modernidade’ e ‘crises como incremento de contradições sociais’.

A ‘ruptura de equilíbrio’ é percebida quando o sistema de contingenciamento de saberes docentes se rompe e passa a não mais atender às tarefas da profissão, elevando tensões nas relações com o saber estabelecidas. Como forma de buscar uma (re)equilibração dessas relações, o ‘sujeito de saber’ pode retomar as premissas antigas das relações com o saber retirando as adaptações realizadas até então, ou estabelecendo novas relações com o saber em xeque, de forma a fazer emergir uma nova compreensão e, por conseguinte, a articulação e a emergência de novas relações com o saber que atendam às novas demandas sociais.

A ‘crise como resistência à modernidade’, na qual o sistema insiste em manter-se rígido ante às novas demandas sociais e às novas relações com o saber que podem ser estabelecidas pelos agentes educacionais, caracteriza-se por existir uma necessária “inovação ou mudança” (BOLÍVAR, 2006, p.84, tradução minha).

Já as ‘crises como incremento de contradições sociais’ são as que emergem da vida social e de suas contradições que podem, ou não, estar atendidas pelas relações com o saber estabelecidas pelo PEM. Assim, podem haver determinadas situações em que as relações com o saber já estabelecidas estejam, ou não, provocando um conflito no ‘sujeito de saber' que pode encaminhá-lo à superação de relações com o saber supostamente estabelecidas.

Bolívar (2006, p.84, tradução minha) assume para si um conceito de crise identitária como sendo "a consciência da mudança, sem emergir sua restauração, mas - em vez - como lidar com isso sem sérias sequelas pessoais ou profissionais". Assumindo essa concepção para mim, reconheço, em vários momentos da minha trajetória profissional, situações de aprendizagem em que as relações com o saber, por mim concebidas, não mais as atendiam. Rememorando esses momentos, passo a reinterpretá-los como tempo de superação e (re)acomodação de saberes e fazeres e, por vezes, por meio de um processo de (auto) reflexão ou buscando cooperação com outros (professores, autores de livros, alunos, familiares, profissionais da educação, entre outros), que me ajudaram a reorganizar e a superar essas crises (re)construindo relações com o saber.

Nesta investigação, os 'sujeitos de saber' em questão não poupam palavras ao narrar momentos de crises identitárias que reconhecem em suas histórias de vida e trajetória profissional, que colaboraram por responder à pergunta norteadora desta investigação: que características constituem a identidade profissional do formador de PEM decorrentes das suas histórias de vida e profissão, em um contexto da implantação de uma sociedade educadora matemática no Estado do Maranhão? Foi com essa motivação que busquei construir um referencial teórico que articulasse as relações com o saber e a identidade profissional desses formadores de PEM, a fim de poder evidenciá-las, bem como reconhecer o processo de transformações pelos qual passaram para serem reconhecidos como educadores matemáticos formadores de PEM.

Esses momentos de crise identitária estão presentes em nossas vidas (minha e dos formadores de PEM dessa investigação), a exemplo: enquanto jovens, inicialmente nos sujeitamos aos saberes escolares institucionalizados e às orientações de nossos familiares; nas relações com nossos colegas de escola e professores da Educação Básica, cujas vivências nos imprimem uma forma de aprender e estabelecer relações com o saber; no momento de escolha de uma futura profissão, na qual se defrontam os desejos pessoais com as expectativas socias (dos outros); no reconhecimento da profissão e de suas peculiaridades;

nas relações sociais presentes na profissão. São momentos marcantes pelos quais passamos (os colaboradores de tal investigação e eu) por crises identitárias que estão reconhecidas no interior desse processo reflexivo investigativo que, por si, se configuram para mim como fator desencadeador de crises e mudanças na identidade profissional.

Sobre esse movimento de construir um referencial teórico para alcançar o meu desejo de compreender características do processo de constituição da identidade profissional de formadores de PEM, no contexto de institucionalização de uma sociedade educadora matemática, através da relação com o saber e o aprender, em decorrência de suas histórias de vida e trajetórias profissionais, que podem ser refletidas em processos formativos, é que foi possível perceber uma forte aproximação entre a TARSA e o conceito de identidade social. Dessa forma, a relação com o saber se configura como sistema de produção de subjetividades, à medida que cada 'sujeito de saber' estabelece suas singularidades, a partir das experiências pelas quais passam, reconhecendo a existência de distintas aprendizagens em 'sujeitos de saber' que se submetem a um mesmo ambiente formativo.

Assim, com o uso da ATD, foi possível reconhecer distintas características da identidade profissional dos formadores de PEM, a partir das categorias emergentes: Identidades Imanentes, Identidades Refletidas e Identidades em Contexto, consideradas em seus processos formativos (formação inicial, formação continuada) que os orientaram a reconhecer uma formação para si mais próxima da perspectiva da Educação Matemática. Então, as características identitárias que identifiquei emergiram de suas reflexões sobre:

a) O papel de suas famílias na decisão de serem PEM;

b) As relações com seus professores na Educação Básica;

c) O papel dos seus formadores de professores na formação inicial como PEM;

d) A relação entre o conhecimento matemático da licenciatura e os conteúdos matemáticos da Educação Básica;

e) A articulação dos seus conhecimentos pedagógicos do conteúdo;

f) Os caminhos percorridos para se reconhecerem Educadores Matemáticos;

g) A forma como se tornaram formadores de PEM;

h) Suas concepções de aprendizagem;

i) A importância de suas participações em programas de pós-graduação;

j) A relação que estabeleceram com seus professores e orientadores de pesquisa na pós-graduação;

k) As relações sociais e de gênero na formação do PEM.

A partir de tais cenários, passo a reconhecer características identitárias postas em relação com o saber e suas influências na formação de PEM, fechando o ciclo de especificidades dessa pesquisa.

Conforme anuncia a terceira especificidade, a saber: reconhecer como as características da identidade profissional de formadores de PEM podem influenciar a formação do PEM, a partir de inferências sobre as relações com o saber e o aprender que estabelecem consigo, com o outro e com o mundo, fui capaz de reconhecê-las, apresentando-as nessa seção.

Destarte, em relação à categoria que trata das identidades imanentes, isto é, identidades que vêm se construindo com o apoio familiar ou de outros que possam influenciar sua escolha em ser PEM, antes mesmo da própria formação inicial ter sido concluída, é possível se fazer compreender as características que sistematizo no Quadro 2.

Quadro 2 – Características emergentes das identidades imanentes

Categoria Identidades Imanentes	
Eixos de Sentido	Características que podem influenciar a IP do PEM
(P1). Aprender é um movimento interior que não pode existir sem o exterior	a. Apoio e incentivo familiar em relação à carreira docente; b. Reconhecimento e devida orientação por parte dos professores da Educação Básica em tornar-se PEM; c. Ações do PEM na condução de situações de aprendizagem;
(P2). Aprender é uma construção de si que só é possível pela intervenção do outro	a. Trabalho em grupo, tendo o PEM como mediador; b. Valorização de saberes próximos ao contexto social, econômico e cultural; c. Estabelecimento de relações entre o conhecimento matemático da formação inicial com os objetos de estudo da Educação Básica; d. Articulação do conhecimento matemático com o conhecimento pedagógico; e. Incentivo ao reconhecimento de organizações didáticas presentes nos livros escolares;

Fonte: Próprio autor.

Sobre a categoria que se refere a uma certa identidade refletida, destaco as relações com o saber dos formadores de PEM estabelecidas, a partir do seu ingresso nas formações iniciais. Revelo que, nessa categoria, tenho a compreensão de que os 'sujeitos de saber' em questão possuíam, desde o início do seus processos formativos, plena consciência de que a forma como os objetos de estudos matemáticos do ensino superior eram tratados não contemplavam uma articulação destes com os da Educação Básica e que, a partir do início de suas docências, entendiam a necessidade de superação de uma *práxis* institucionalizada, a qual denomino paradigma da reprodução, em que os egressos das formações iniciais replicavam as práticas de seus formadores. A partir dessa compreensão, permito-me organizar, no Quadro 3.

Quadro 3 – Características emergentes das identidades refletidas

Identidades Refletidas	
Eixos de Sentido	**Características que podem influenciara IP do PEM**
(P4). Toda relação com o saber é também relação com o outro	a. Tratamento das componentes curriculares de conhecimentos matemáticos na formação inicial, articulando especificidades para o ensino; b. Incentivo à criação de grupos de estudos; c. Participação em programas de iniciação à pesquisa e à docência; d. Convivência no ambiente escolar com os formadores de PEM nas componentes práticas da formação inicial e continuada; e. Articulação entre as componentes curriculares que se relacionam com o conhecimento pedagógico e o conhecimento do conteúdo;
(P5). Toda relação com o saber é também relação com o mundo	a. Desenvolvimento de organizações didáticas interdisciplinares desde a formação inicial; b. Orientação de atividades de pesquisa que desenvolvem a autonomia do PEM em formação; c. Incentivo à participação do PEM em publicações científicas e eventos que tratem do processo de ensino da matemática; d. Vivência em diferentes ambientes de ensino (Ensino Fundamental, desde as séries iniciais; Ensino Médio; EJA; Educação Especial); e. Utilização de recursos emergentes da compreensão de um processo histórico; f. Reformulação de cursos de formação inicial e continuada em que a matemática serve à educação; g. Participação do PEM em programas de pós-graduação vinculados a uma concepção pedagógica;

Fonte: Próprio autor.

Refletindo sobre as Identidades em Contexto, categoria emergente na qual encontro as narrativas dos formadores de PEM, quando atuam nos cursos e programas de formação, compreendi as seguintes características (Quadro 4) que emergem das narrativas de suas trajetórias profissionais e que me ajudaram a reconhecer a identidade profissional desses ‘sujeitos de saber’.

Quadro 4 – Características emergentes das identidades em contexto.

Identidades Em Contexto	
Eixos de Sentido	Características que podem influenciar a IP do PEM
(P6). Aprender é uma relação entre duas atividades: a atividade humana que produziu aquilo que se deve aprender e a atividade humana na qual o sujeito que aprende se engaja	a. Engajamento do PEM em uma tendência da Educação Matemática; b. Inserção do PEM em ambiente formativo que integre vários saberes e que extrapole o próprio conhecimento pedagógico do conteúdo matemático; c. Variação de recursos didáticos nas formações; d. Estímulo às discussões nas formações de PEM que tratem: das condições de trabalho, dos ambientes escolares e dos alunos em potencial; e. Imersão do PEM em ambientes formativos orientados por uma organização não institucionalizada; f. Incentivo dos PEM licenciados em Pedagogia a uma maior imersão no conhecimento matemático;
(P7). Toda relação com saber é indissociavelmente singular e social	a. Articulação do conhecimento pedagógico do conteúdo matemático nas formações continuadas; b. Ambiente de debate permanente entre professores de componentes curriculares distintas; c. Inclusão do PEM no contexto de uma sociedade educadora matemática; d. Inclusão nas formações de professores de temas transversais; e. Incentivo à construção de um discurso formativo.

Fonte: Próprio autor.

Assim, com o uso da ATD, foi possível reconhecer distintas características da identidade profissional dos formadores de PEM, a partir das categorias emergentes, identidades imanentes, identidades refletidas e identidades em contexto, consideradas a partir de seus processos formativos (formação inicial, formação continuada), que os orientaram a reconhecer uma formação para si mais próxima da perspectiva da Educação Matemática.

Em resposta à pergunta que subjaz essa investigação, posso assim produzir uma história de vida e trajetória profissional para formadores de PEM. Para tanto, configuro que realizaram suas formações iniciais em uma universidade local, bem como desenvolvem suas atividades formativas nas secretarias de educação do estado e de municípios, ou em instituições de ensino superior públicas do Estado do Maranhão.

Outra análise da identidade profissional de PEM, que é possível realizar a partir dessa investigação, é a conformidade que existe entre as necessidades formativas dos Educadores Matemáticos formadores de PEM e, por conseguinte, as características que emergem de suas identidades profissionais expressas por meio de suas histórias de vida e trajetórias profissionais, as quais podem ser (re)construídas em programas de formação de PEM, em relação às Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação Inicial de Professores da Educação Básica, que institui uma Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação) (BRASIL, 2020).

4. Considerações Finais

A relação com o saber e o aprender se configurou como teoria que deu suporte à compreensão das subjetividades desses sujeitos, à medida que tal teoria posiciona a (re)construção de saberes na tríade de relações em que um 'sujeito de saber' estabelece consigo, com o outro e com o mundo, isto é, onde as singularidades impostas em decorrência das relações sociais eram consideradas a partir do próprio sujeito em relação ao saber e não por um conjunto de fazeres emergentes de um grupo social ao qual se podia atender.

Considerando suas histórias de vida e trajetórias profissionais, carregadas pelas relações com o saber que os formadores de PEM adquiriram no decorrer de suas formações profissionais, é que compreendi como tais fatores extrapolaram o reconhecimento de serem professores de Matemática, passando, então, ao *status* de educadores matemáticos formadores de PEM.

Assim, através dessas interações teóricas, é que construí minhas conceituações com relação à identidade e identidade profissional, as quais oportunamente revisito: a identidade como compreensão gerada sobre si e sobre outrem, estabelecida subjetivamente por meio de relações com o saber que cada um produz sobre o mundo, reflexo da interação humana que nasce com a obrigação de aprender, apropriando-se de uma linguagem, a qual utiliza para comunicar a realidade que estabelece para si e para outrem (CHARLOT 2000;2001; 2007), (DUBAR 1997; 2006); e identidade profissional, como o conjunto de relações com o saber sobre um fazer que exija o domínio de habilidades necessárias para a consecução de determinadas tarefas. Assim, o 'sujeito de saber', em determinada profissão, deve deter em si e ser reconhecido por outrem como possuidor da capacidade de realizar uma coleção de tarefas necessárias à realização de determinado ofício (CHARLOT, 2000; 2001; 2007), (DUBAR, 1997; 2006), (BOLIVAR, 2006).

A compreensão que faço das características que inferi, a partir da história de vida e da trajetória profissional dos educadores matemáticos formadores de PEM, encontra abrigo nas atuais regulações sobre formação de professores presentes na BNC-Formação. Mas tais características ainda vão além, pois, das interpretações que faço, capturo idiossincrasias que são inerentes à formação de PEM. Portanto, as características por mim compreendidas e inferidas podem estar presentes em programas de formação de PEM, em sentido amplo, atendendo às necessidades formativas, mais especificamente uma formação de PEM que favoreça o reconhecimento tanto para si, como para outrem, de forma que tais profissionais possam se posicionar ante os pressupostos de uma sociedade educadora matemática.

Sobre os colaboradores desta pesquisa, compreendi que suas aproximações ou o reconhecimento da Educação Matemática como campo de atuação profissional surge apenas após seus ingressos como PEM ou após o início das atividades como formadores de PEM, como ocorrera comigo. Assim, as características explicitadas nesta pesquisa em muito decorreram desse movimento de reconhecimento de suas necessidades formativas, pois, mesmo percebendo insuficientes suas formações iniciais, só tomam para si o controle de suas formações quando iniciam suas atuações profissionais na Educação Básica.

Logo, a ausência de relação entre o conhecimento matemático acadêmico e o conhecimento matemático escolar, bem como a desarticulação do conhecimento pedagógico foram decisivas para que não houvesse, por parte dos formadores de PEM, uma natural aderência à profissão no início de suas carreiras docentes. Nesse sentido, tiveram que assumir para si as organizações didáticas presentes nos livros e as identidades profissionais que tinham de seus professores da Educação Básica.

Por outro lado, influenciaram positivamente em suas formações a constituição de comunidades de estudos em que seus colegas de formação inicial e continuada colaboravam entre si, para dar conta dos conhecimentos matemáticos exigidos, principalmente, na formação inicial. Por vezes, essas comunidades de estudos lhes demandaram participar de programas de iniciação científica, que os estimularam a permanecer no processo formativo. Atualmente, além dos programas de iniciação científica, valorizam os atuais programas de iniciação à docência que inexistiam no momento de sua formação inicial.

Atuando em programas de formação de PEM, duas características são apontadas pelos colaboradores em relação às suas atuações em atendimento às demandas formativas de professores licenciados em Matemática e em Pedagogia. Esses primeiros demandam metodologias para ensinar e os últimos demandam conhecimento matemático aprofundado para estarem e atuarem na profissão. Essas perspectivas fizeram-me inferir que tanto a formação quanto o conhecimento pedagógico matemático para ensinar são necessários e imprescindíveis em qualquer programa de formação de PEM.

Outros pontos que surgiram como singularidades, que devem ser contemplados nas formações iniciais, são os que favorecem ao PEM a se reconhecer como agente de transformações sociais, que afaste de si e de seus alunos, em potencial, qualquer tipo de preconceito com relação à estigma social e a estereótipos: étnico, de gênero, religioso etc. ou qualquer outro que exclua ou, até mesmo, reprima o pleno exercício da cidadania.

Assim, a institucionalização de uma sociedade educadora matemática, com a implantação de uma regional da SBEM, pode configurar-se decisiva no papel de consolidação de uma formação para o PEM, à medida que servirá como espaço para que temas e tendências oriundos desses movimentos sociais possam abrigar os profissionais que, ao perceberem necessidades formativas, com relação a aprender e a ensinar Matemática, encontrem abrigo nos espaços abertos pela sociedade que ora se institucionaliza, em âmbito estadual, no Maranhão, e também no papel de uma organização que influencie e oriente processos formativos de PEM por meio de suas ações.

A partir deste cenário investigativo, foi possível reconhecer características da identidade profissional de PEM. Pensei e articulei também outras questões que podem organizar investigações que se encontram na noosfera desta pesquisa, haja vista que não identifiquei uma identidade profissional única, nem para o PEM, nem para o formador de PEM. Encontrei idiossincrasias que podem fazer parecer que, de fato, exista uma identidade única para o PEM.

Por assim configurar minha compreensão sobre a identidade profissional de PEM, em relação ao saber e ao aprender, é que reconheço a variação do ambiente de atuação e deformação, como geradora de diferentes cenários para a concepção de problemas investigativos, que, independentemente, dos referenciais teóricos e metodológicos de que possam usufruir outros investigadores, colaborarão para a permanência minha e de outros atentos às transformações sociais que, inevitavelmente, afetam a identidade profissional de PEM.

Destarte, estudos e debates que buscam reconhecer características da identidade profissional de educadores matemáticos formadores de PEM e, por conseguinte, “[...] dos saberes para ensinar a Matemática, dando-lhes verdadeiro estatuto epistemológico, constituem a nosso ver um movimento a favor da roda da história de consolidação do campo disciplinar da Educação Matemática e de profissionalização do educador matemático [...]” (VALENTE, 2017, p.236).

Sobre ‘crises de identidade’, revelo que estas estão sempre contingenciadas em mim, que os tempos de calmaria sempre são curtos e intensos, mas é no turbilhão de ideias – ‘olho do furacão’ (minhas crises) – que reconheço em mim e nos outros os verdadeiros desejos que nos movem ao encontro do aprender, de relações com o saber. Desenvolver-se profissionalmente nunca foi só profissional, é, antes de tudo, humano, uma identidade que sempre diverge temporalmente do estável e converge instantaneamente no que sou agora. Do que era quando iniciei essa jornada sobre a identidade não me restou uma certeza do que sou. Sobraram-me as incertezas do que quero ser.

REFERÊNCIAS

BAKHTIN, M. **Marxismo e filosofia da linguagem**. 11. ed. São Paulo: Hucitec, 2004.

BARBOSA, M. G. **Pró-letramento: relação com o saber e o aprender de tutores do polo Itapecuru-Mirim/MA**. 2008. 128p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) — Núcleo de Pesquisa e Desenvolvimento da Educação Matemática e Científica, UFPA, Belém (PA). Orientador: Renato Borges Guerra. GONCALVES, T. O. **Sobre a prática, trajetória e processos formativos de um professor que ensina matemática**. Pesquisa em Foco, v. 23, p.177-193, 2018.

BARBOSA, M. G. GONÇALVES, T. O. **Sobre a prática, trajetória e processos formativos de um professor que ensina matemática**. Pesquisa em Foco (v. 23, n. 1). São Luís, MA. Eduema, 2018.

BARBOSA, M. G. **Identidade profissional de educadores matemáticos formadores de professores que ensinam matemática**: sobre a relação com o saber e o aprender**.** 2021, p.208. Texto de Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática – REAMEC (Polo Belém). Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá/MT.

BOLÍVAR A. **La Identidad Profesional del Profesorado de Secundaria: crisis y reconstrucción**. Archidona: Aljibe, 2006.

CHAVES, Sílvia Nogueira. Memórias de formação: Reminiscências formadores de professores sobre suas maneiras. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 1, p. 87-92, 2005.

CHARLOT, B. **Da relação com o saber: elementos para uma teoria**. Tradução de Bruno Magne. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

CHARLOT, B. A noção de relação com o saber: bases de apoio teórico e fundamentas antropológicos. In: CHARLOT, Bernard (Org). **Os jovens e o saber: perspectivas mundiais**. Tradução Fátima Murad. Porto Alegre: ARTMED Editora, 2001.

DUBAR, C. **A Socialização: construção das identidades sociais e profissionais**. Porto: Porto Editora, 1997.

DUBAR, C. **A crise das identidades:** A interpretação de uma mutação. Porto: Afrontamento, 2006.

FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina Matemática: período 2001–2012. Campinas: FE-Unicamp. E-book, 2016.

LARROSA, J. Notas sobre narrativas e identidad (A modo de presentación). In: ABRAHÃO, M. H. M. B. (Org.). **A aventura autobiográfica:** teoria e empiria. Porto Alegre: EdiPUCRS, 2004. p. 11-22.

MARCELO GARCIA, C. A formação de professores: novas perspectivas baseadas na investigação sobre o pensamento do professor. **Os professores e a sua formação**, v. 2, p. 51-76, 1992.

MORAES, R. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 9, n. 2, p. 191-211, 2003.

MORAES, R; GALIAZZI, M. C. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. IN: MORAES, R; GALIAZZI, M.C. **Análise Textual Discursiva**. Ijuí: Ed. Unijuí, 2011.

NÓVOA, A. Formação de professores e profissão docente. In: NÓVOA, A. (Org.). **Os professores e sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1995.

PACHANE, G. G. **Teoria e Prática na Formação de professores universitários:** elementos para discussão. In: RISTOFF, DILVO e

SEVEGNANI, PALMIRA. (orgs.). Docência na Educação Superior. Brasília. 2006.

VALENTE, W. R. A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: os saberes para a formação do educador matemático. In: HOFSTETTER, Rita; VALENTE, Wagner Rodrigues. **Saberes em (trans) formação: tema central da formação de professores**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

VALENTE, W. R. Os saberes para ensinar matemática e a profissionalização do educador matemático. **Revista Diálogo Educacional**, [S.l.], v. 17, n. 51, p. 207-222, jul. 2017.

REFERÊNCIA DA TESE

BARBOSA, Mauro Guterres. **Identidade profissional de educadores matemáticos formadores de professores que ensinam matemática**: sobre a relação com o saber e o aprender**.** 2021, p.208. Texto de Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática – REAMEC (Polo Belém). Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá/MT.

APRESENTAÇÃO DOS AUTORES:

Mauro Guterres Barbosa

Doutor em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), pela Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Professor Adjunto na Universidade Estadual do Maranhão (UEMA), São Luís, Maranhão, Brasil. Endereço para correspondência: Av. dos Holandeses, SN, CD Sposrts Gardem, 801C Olho D`Água, Câmpus Paulo VI, UEMA, São Luís, Maranhão, Brasil, Caixa Postal 09.
E-mail: maurobarbosa@professor.uema.br.

Lattes: http://lattes.cnpq.br/6202191980533317
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8508-2508

Tadeu Oliver Gonçalves

Doutor em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Professor titular da Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Augusto Corrêa, 01, Instituto de Educação Matemática e Científica, Câmpus Universitário do Guamá, Belém, Pará, Brasil, CEP: 66075-110.
E-mail: tadeuoliver@yahoo.com.br
Lattes: http://lattes.cnpq.br/6789250569319668
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2704-5853

CAPÍTULO 6 - UMA ARITMÉTICA PARA ENSINAR EM MANUAIS DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA, PUBLICADOS NO BRASIL (1930-1960)

Rogerio dos Santos Carneiro
Neuza Bertoni Pinto

Resumo:

Na história das disciplinas escolares, os manuais pedagógicos são considerados uma fonte relevante para a compreensão de saberes que permearam a formação dos professores em determinado período histórico, reconhecidos como objeto cultural, difusor de uma base teórico-metodológica indispensável à formação do professor do ensino primário. Esta pesquisa objetivou analisar elementos da aritmética para ensinar, presentes em manuais de Didática da Matemática publicados no Brasil, entre 1930 e 1960. Analisamos os manuais pedagógicos, A aritmética na “Escola Nova” (1933), de Everardo Backheuser; A nova metodologia da aritmética (1936), de Edward Lee Thorndike e Metodologia da Matemática (1951), de Irene de Albuquerque, obras que foram utilizadas na formação de professores primários. As análises das fontes indicam uma forte presença de um saber profissional, a aritmética para ensinar nos primeiros anos do ensino primário, durante o momento áureo do Movimento da Escola Nova no Brasil, período de 1930 a 1960. Nesse sentido, foram inventariados elementos característicos de uma aritmética para ensinar, como o uso de jogos e materiais manipuláveis apropriados para as aprendizagens dos conteúdos, a contextualização do ensino em situações cotidianas do universo infantil, o cálculo mental, a resolução de problemas e a graduação dos conteúdos.

Palavras-chave: Aritmética para ensinar. Manuais pedagógicos. Escola Normal. Movimento da Escola Nova. Formação de Professores.

1 Introdução

Pesquisas sobre saberes docentes têm sido uma constante em debates no campo de formação de professores, no Brasil, desde as últimas décadas do século XX. Entretanto, são recentes os estudos históricos sobre *saberes para ensinar aritmética* nos primeiros anos escolares. Temática que vem aumentando à medida que amplia o interesse dos educadores matemáticos em conhecer a história da sua profissão e da disciplina que ministram. Isso se deve, principalmente, pela expressiva circulação de textos referenciais de Chervel (1990); Julia (2001), Hofstetter e Valente (2017), dentre outros, aos destaques dados respectivamente, pelos autores à constituição histórica de uma disciplina escolar no interior da escola e sua relação com a cultura escolar, espaço produtor de saberes que marcam a docência, no caso a aritmética para ensinar na escola primária.

No que diz respeito aos saberes da docência, apoia-se nos aportes teóricos de Hofstetter e Schneuwly (2017), que concebem dois tipos de saberes: os *saberes a ensinar*, ou seja, saberes que são os objetos do trabalho docente; e os *saberes para ensinar*, ou seja, saberes acerca das ferramentas que utiliza na mobilização de seu objeto de trabalho. Os *saberes a ensinar* se refere aos saberes produzidos historicamente por estudiosos de uma determinada área do conhecimento, como a matemática, e de distintos campos científicos essenciais para a formação dos professores. Enquanto os *saberes para ensinar* são aqueles saberes de natureza profissional, fundamentados nas Ciências da Educação. Isoladamente, *os saberes para ensinar* são as ferramentas de trabalho "filiam-se a disciplinas de formação pedagógica oriundas das ciências da educação, como a pedagogia e suas ramificações" (PINTO; NOVAES, 2018, p.140).

Sabendo que os livros, ora denominados de manuais pedagógicos[3], fonte histórica priorizada em nossa pesquisa, possibilita valiosas perscrutações que muito têm contribuído para o traçado da história da

3 Estamos denominando de "manuais pedagógicos", os livros destinados e utilizados, à e na formação inicial de professores.

cultura escolar e da história das disciplinas escolares, em especial da história da educação matemática.

Assim, focamos nos manuais pedagógicos de Didática da Matemática, editados no Brasil entre 1930 a 1960, com intuito de "interrogá-los", para compreender a aritmética *para* ensinar, instituída na formação de professores primários do referido período.

O marco temporal do estudo, selecionado para essa pesquisa, sinaliza um período fértil em mudanças educacionais, em que a literatura educacional que circulava nos cursos de formação de professores para os primeiros anos escolares anunciava transformações nos processos de ensinar e aprender matemática, primeiramente em superação ao método intuitivo, configurado nas Lições de Coisas, modernidade pedagógica que marcou presença na Aritmética da escola primária em período anterior à década de 1930. Trata-se da vaga pedagógica[4] Escola Nova, especialmente disseminada em manuais pedagógicos encarregados de difundir e informar, aos professores, novos métodos, processos e procedimentos para ensinar, contrapondo-se às práticas tradicionais que perpassavam a formação docente.

Entendemos que os manuais de didática especial, especificamente os de Didática da Aritmética, podem ser apropriados como fontes para investigações no campo da História da Educação Matemática, pelo fato de trazerem vestígios "do que" e "do como" se ensinou a matemática nos cursos de formação de professores primários.

É o que apontam Valente *et al* (2017), ao referirem-se ao rol de documentos históricos que poderiam caracterizar a aritmética para ensinar na formação inicial de professores.

Para o desenvolvimento desta pesquisa formulamos a seguinte questão norteadora: Que elementos de uma aritmética para ensinar estão presentes nos manuais de Didática da Matemática, editados no Brasil entre 1930 e 1960, destinados a formação de professores para os primeiros anos escolares?

4 Identificamos como sendo "vaga pedagógica", uma periodização feita pelos historiadores da educação, geralmente, para indicar um momento de emergência, divulgação e circulação de uma tendência pedagógica.

Na qual, objetivamos analisar elementos dos saberes profissionais, tendo em conta a aritmética *para* ensinar, presentes em manuais de Didática da Matemática, especificamente nos editados, no Brasil, entre 1930 e 1960,

Partindo do pressuposto de que as propostas educativas dos manuais pedagógicos de Didática de Matemática expressam uma tensão entre campos disciplinares distintos (educação e matemática), o que leva à produção de diferentes matemáticas para ensinar nos primeiros anos escolares, defendidas a partir da pesquisa aqui delineada, julgamos que a profissionalização dos docentes que ensinam aritmética, em especial no ensino primário, requer investigação de como os distintos saberes – saberes *a* e saberes *para* ensinar, envolvidos na formação docente e presentes em manuais pedagógicos – foram mobilizados e se articularam na construção de um novo saber, a aritmética *para* ensinar.

2 Uma fundamentação teórica-metodológica para estudos na história da educação matemática

A produção de uma história da educação matemática requer, preliminarmente, uma aproximação com o campo da história, atribuindo sentido ao fazer historiográfico na perspectiva histórico-cultural, pois, consoante com Valente (2007, p. 31), entendemos que "os fatos históricos são constituídos a partir de traços, de rastros deixados no presente pelo passado". Essa aproximação decorre do campo da história, que tenciona promover indagações, tendo em vista levantar registros do passado e, a partir daí, compreender esses elementos.

Implica em abordar a história com um "novo olhar" e também com um "novo dizer", o que contribuiu para a renovação da prática historiográfica, ressaltando que o gosto do historiador liga suas ideias aos lugares de onde fala (CERTEAU, 2007). A constituição dos aspectos históricos parte de uma verificação da realidade e se ampara na produção socioeconômica, política e cultural, sendo que a conexão da história com o lugar é a premissa de um estudo da sociedade. Certeau (2007, p. 77, grifo do autor) afirma que "levar a sério o seu lugar não é ainda explicar a história. Mas é a condição para que alguma coisa possa ser dita sem ser nem legendária (ou edificante), nem a-tópica (sem pertinência)".

De acordo com Certeau (2007, p. 67), o historiador produz seu trabalho a partir do presente, das preocupações de sua realidade, fazendo de seu discurso um "discurso particularizado", que tem um emissor, o historiador; e um destinatário, seja ele qual for: a academia, a sociedade de forma geral ou um grupo específico. Essa discussão o fez concluir que: "não se pode falar de uma verdade, mas de verdades (no plural)".

Ao tratar da história das disciplinas escolares, Chervel (1990) deixa claro que toda disciplina escolar comporta não apenas as práticas docentes em aula, mas também as grandes finalidades que presidiram sua constituição e o fenômeno de aculturação de massa que ela mesma determina. O que nos leva a compreender que existem dois tipos de finalidades de ensino: aquele, cujo objetivo é estabelecido pela legislação vigente e o real, aquele pelo qual a escola ensina, não sendo necessariamente semelhante ao primeiro. A história das disciplinas escolares contribui para desnaturalizar representações sobre a matemática escolar ainda presentes no meio escolar, como a mencionada por Pinto (2014, p. 129, grifo do autor), "uma forte representação ainda presente na sociedade é ser considerada por muitos como um saber para poucos, aos que nascem com 'dom' para matemática, representação, em geral reforçada nos meios escolares".

Ademais, uma pesquisa sobre a história de uma disciplina escolar deve considerar a(s) finalidade(s) do meio escolar, no qual essa disciplina se acha inserida, ou seja, como este meio age para produzir a disciplina e como esta funciona. As finalidades são determinantes para a inclusão ou exclusão de uma disciplina no currículo escolar, fazendo com que crie sua própria identidade.

Aplicado à educação, o termo "disciplina" surgiu, segundo Chervel (1990), na segunda metade do século XIX, associado ao verbo disciplinar, buscando desenvolver um exercício intelectual capaz de conduzir o aprendizado dos alunos. Contudo, logo após a Primeira Guerra Mundial, "torna-se uma pura e simples rubrica que classifica as matérias de ensino" (CHERVEL, 1990, p.180). Com isso, os conteúdos de ensino tornam-se um elemento específico da classe escolar, independentes, numa certa medida, de toda realidade cultural exterior à escola. Diante desse mesmo contexto, o autor defende que a história das disciplinas escolares vai além das paredes da sala de aula e que contribui para se conhecer a história, não só da educação, mas da cultura e da sociedade que a envolve num dado período.

No que diz respeito às disciplinas escolares Viñao (2008), as considera não apenas "como organismos vivos, [...] que nascem e se desenvolvem, evoluem, se transformam e desaparecem" (p. 204), mas podem, ao mesmo tempo, ser um campo de disputa de poder social e acadêmico. A produtividade dos investigadores que se voltam à história das disciplinas escolares, pautados em análogo embasamento teórico-metodológico, representa tentativas de proporcionar subsídios para a pesquisa das culturas escolares numa prospectiva histórica.

A respeito da condução da investigação da cultura escolar, Julia (2001, p. 10) indica que "[...] esta cultura escolar não pode ser estudada sem a análise das relações conflituosas ou pacíficas que ela mantém, a cada período de sua história, com o conjunto das culturas que lhes são contemporâneas". Com tal recomendação, é possível compreender que as práticas escolares são inovadas de acordo com as modificações do público-alvo e das necessidades socioculturais que impõem a alteração dos conteúdos a serem ensinados. Logo, cada novo público, provindo de culturas diversas, influência nos contextos escolares e, por conseguinte, é sugestionado por eles.

Marc Bloch, ainda em fins da primeira metade do século XX, procurava redefinir o que seria a história assim como o ofício do historiador, assinalando que este deve "saber falar, no mesmo tom, aos doutos e aos estudantes" (BLOCH, 2002, p. 41). Nesse propósito, o autor ressalta a responsabilidade do historiador em disseminar, descrever e esclarecer, compromisso que necessita não apenas da academia, porém, e acima de tudo, do meio escolar.

Analisar os documentos de uma estabelecida época, como fontes para a construção da história da educação matemática, entendendo-a como particularização da história da educação, é "alargar o entendimento de como se dá, na história, o processo de escolarização dos diferentes saberes e, em particular, da matemática, tomando como ponto de partida um instrumental teórico-metodológico utilizado pelos historiadores" (VALENTE, 2004, p. 82).

A análise histórico-social, o desmembramento propriamente pedagógico ou interno, que engloba o programa escolar, com as finalidades educativas que lhe são confiadas, o conteúdo aprendido e também os objetivos não explicitados, decorrentes dos mecanismos didáticos postos em ação para o ensino, determinam o modo como os conceitos são aprendidos. De acordo com Valente (2007, p. 32), "o método histórico envolve a formulação de questões aos traços deixados pelo passado, que são conduzidos à posição de fontes de pesquisa por essas questões, com o fim da construção de fatos históricos, representados pelas respostas a elas". Por conseguinte, o levantamento histórico dos primeiros indícios do ensino de problemas e do método intuitivo na aritmética faz-se necessário para entender a dificuldade encontrada por diversos alunos em compreender a matemática e, consequentemente, a aritmética.

A análise criteriosa da história cultural, esclarece Chartier (1990), é importante para identificar o modo, como em diferentes lugares e momentos, uma realidade social é construída, pensada, dada a ler. Portanto, ao voltar-se para a vida social, esse campo pode tomar por objeto as formas e os motivos das suas representações e, como análise do trabalho, pensá-los em termos de classificações e exclusões que constituem as configurações sociais e conceituais de um tempo ou de um espaço. No entanto, a história cultural deve ser entendida como o estudo dos processos com os quais se constrói um sentido, uma vez que as representações podem ser pensadas como "[...] esquemas intelectuais, que criam as figuras graças às quais o presente pode adquirir sentido, o outro tornar-se inteligível e o espaço ser decifrado" (CHARTIER, 1990, p. 17).

O embasamento textual de uma pesquisa historiográfica precisa ser procedido por uma boa avaliação dos dados, com o intuito de respaldar as fontes históricas, pois, segundo Chervel (1990, p. 203), "o estudo dos conteúdos beneficia-se de uma documentação abundante à base de cursos manuscritos, manuais e periódicos pedagógicos". A história das disciplinas escolares, colocando os conteúdos de ensino no centro de suas preocupações, renova as problemáticas tradicionais. Se é verdade que a sociedade impõe à escola as suas finalidades, estando a cargo dessa última buscar naquele apoio para criar suas próprias disciplinas, há toda razão em se pensar que é, ao redor dessas finalidades, que se elaboram as políticas educacionais, os programas e os planos de estudo, e que se realizam a construção e a transformação históricas da escola (CHERVEL, 1990).

O manual pedagógico, ao fazer parte da cultura escolar, é estruturado, veiculado e empregado com alguma intencionalidade, visto que faz parte de uma cultura social mais ampla. Considerando a forte relação dos saberes profissionais com as disciplinas de formação, esse tipo de material serve como ferramenta de mediação que a escola utiliza entre a sociedade e os sujeitos em formação, o que significa entender parte de sua serventia social.

3 Saberes profissionais para ensinar aritmética na formação dos professores dos primeiros anos escolares

A profissão docente está internamente relacionada às disciplinas que dão sentido aos atos da docência. Segundo Hofstetter (2017, p. 18), é legítimo afirmar que há os "saberes para ensinar (saberes profissionais que servem ao ensino, incluindo as didáticas), saberes a ensinar (conteúdos escolares e disciplinares)". Assim, os saberes envolvidos nessa profissão apresentam-se formalizados e sistematizados nas diferentes disciplinas dos cursos de formação de professores.

Apesar da legitimidade, obtida pelas Ciências da Educação no campo da formação, há pontos comuns entre as profissões do ensino e da formação: "há sentido nelas pensarmos conjuntamente para problematizar os saberes a elas relacionados e que fundamentam a sua expertise", especialmente nas instituições responsáveis pela formação para a atuação dessas profissões (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017a, p. 113).

Um dos entraves que envolve a profissão docente é a falta de autonomia dos professores para atuar na regulação de sua própria profissão, a qual é controlada pelo poder regulador e fiscalizador exercido pelo Estado. Nóvoa (1991), ao postular a respeito da primordialidade dos professores criarem seus próprios mecanismos de controle do mérito e da qualidade, lembra que a docência possui sua especificidade profissional.

No que diz respeito à formação dos profissionais do ensino, Hofstetter e Schneuwly (2017a, p. 131-132) concebem dois tipos de saberes: “os saberes a ensinar, ou seja, os saberes que são os objetos do seu trabalho; e os saberes para ensinar, em outros termos os saberes que são as ferramentas do seu trabalho”.

Os saberes *a* ensinar se referem aos saberes produzidos historicamente por diversos estudiosos de uma determinada área do conhecimento, como a matemática, e de distintos campos científicos essenciais para a formação dos professores. Enquanto os saberes *para* ensinar são aqueles saberes de natureza profissional, fundamentados nas Ciências da Educação. Eles evidenciam especificamente à docência, ou seja, são as ferramentas de trabalho “filiam-se a disciplinas de formação pedagógica oriundas das ciências da educação, como a pedagogia e suas ramificações” (PINTO, NOVAES, 2018, p.140).

Hofstetter e Schneuwly (2017a) utilizaram, a princípio, a expressão saberes, considerando os saberes de forma diferente daqueles tratados nas pesquisas que abordam o ponto de vista da prática, os saberes da ação, tendo como fonte de pesquisa vivências e experiências do docente. Em virtude disso, tratamos aqui dos saberes *para* ensinar matemática, ou seja, dos saberes profissionais que, uma vez objetivados, são formalizados em cursos de formação, de alguma maneira materializados nos documentos normativos, programas de ensino, manuais pedagógicos.

O processo de objetivação dos saberes para a profissionalização, em especial os saberes pertinentes à atuação docente, pode ser determinado por uma investigação sócio-histórica. Os estudos que permeiam a objetivação dos saberes, envolvem tempo relativamente longo, situações de decantação, de estabilização, de consensos sobre determinados saberes que vão ganhando formas sistematizadas para se tornarem referência à formação de professores (VALENTE, 2019).

Os saberes, teorizados por pesquisas do campo historiográfico, colocam em conformidade os saberes instituídos, objetivados diante daqueles saberes da ação, que são “considerados como ‘saberes escondidos', saberes da experiência, saberes informais, vindos de competências adquiridas na ação e pela ação. Os saberes teóricos tradicionalmente vistos como saberes disciplinares, quer sejam tomados como saberes disciplinares da pesquisa ou do ensino" (BARBIER, 2014 *apud* VALENTE, 2019, p. 12, grifos dos autores). Já os saberes objetivados, como afirmado anteriormente, encontram-se fixados em diretrizes oficiais, em programas de ensino, em livros e manuais pedagógicos, dentre demais documentos. Eles são referências, num datado tempo, para o exercício docente.

O saber *a* ensinar é o conteúdo de uma determinada disciplina, podendo ser o mesmo em diferentes unidades escolares, porém a forma de ser ministrado pode ser distinta e depende de como ele é mobilizado na ação docente. O estudo histórico da estruturação e da alteração de um saber *para* ensinar ganha contornos mais bem delineados no momento em se articula com o *saber a* ensinar, alcançando, com isso, *status* profissional. Segundo Hofstetter e Schneuwly (2017), os saberes *para* ensinar são conceituados como, saberes sobre "o objeto" do trabalho de ensino e de formação, sobre as práticas de ensino e sobre a instituição que define o seu campo de atividade profissional.

Os saberes *para* ensinar, caracterizados como um extenso conjunto de saberes, portanto, ganham sua completude, quando associados a determinada disciplina. São essenciais na formação de qualquer professor, pois o capacita para poder dar profissionalidade aos saberes *a* ensinar. Todavia, alertam os autores, não basta considerá-los apenas a partir de sua mobilização na prática pedagógica, pois ele se compõe de saberes formalizados, objetivados e passíveis de serem estudados na análise de seu papel nas profissões do ensino e da formação. Particularizando a ampla definição apresentada por Hofstetter e Schneuwly (2017a), uma matemática *para* ensinar articula os saberes pedagógicos, psicológicos, antropológicos e didáticos à matemática *a* ensinar, transformando-a, pelo processo de objetivação em objeto de ensino.

Com relação ao ensino que era ofertado nas escolas normais, os pesquisadores Bertini, Morais e Valente (2017, p. 12) afirmam que "as escolas normais oferecem uma formação tanto geral como profissional", ou seja, a formação geral se ocupava em ministrar os conteúdos a serem aprendidos – saberes *a* ensinar –; e a formação profissional, da maneira como concretizar o ensino, do modo como levar esse conhecimento até o aluno – saberes *para* ensinar.

Tendo como foco a formação profissional inicial de um professor em formação, segundo Hofstetter e Schneuwly (2017a, p. 133-134), "formar, como qualquer atividade humana, implica dispor de saberes para sua efetivação, para realizar essa tarefa, esse ofício específico. E esses saberes constituem ferramentas de trabalho, neste caso saberes para formar ou saberes para ensinar".

A preocupação com o processo de formação do futuro professor vem ganhando muitos estudos, inclusive com vertentes encaminhadas em sentidos opostos, como por exemplo: no sentido "instrumentalista", a formação é articulada aos conhecimentos cotidianos, e a aquisição do saber é individual, ocorrendo de acordo com as necessidades próprias do indivíduo; no sentido "neoconservador": o saber *para* ensinar e o saber *a* ensinar são, de certa forma, a mesma coisa, logo não há a necessidade de transformar os saberes para que estes sejam ensináveis (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017a). Pensando por esse prisma, os saberes *para* ensinar seriam inúteis.

Especificamente no caso da matemática, segundo Santos e Lins (2016 *apud* VALENTE, 2017a), existem duas concepções sobre a matemática na formação dos professores. Uma delas entende que há somente uma matemática, pois, a matemática do nível superior se difere da matemática da escola básica apenas pelo estágio de complexidade em que se ministram os conteúdos. E "quem domina o mais avançado, logicamente terá ciência do menos avançado. Finalmente, tem-se uma única matemática dosada em vários anos e graus escolares" (VALENTE, 2017b, p. 204). A outra concepção aponta a existência de diferentes matemáticas, "a matemática acadêmica" e a "matemática escolar", as quais têm necessidades e finalidades distintas.

Recuperando a história da formação dos professores, a princípio ela se dava pelas escolas normais, mais tarde pelos cursos de habilitação específica de magistério e, atualmente, pelas escolas de nível superior, as licenciaturas. No caso da formação oferecida pelas escolas normais, inicialmente, eram ministrados os saberes *a* ensinar, advindos das disciplinas escolares e característicos das instituições, e os saberes profissionais, aqueles voltados *para* ensinar, a exemplo da disciplina matemática, eram relegados ao diretor da instituição ou aos profissionais trazidos pelo diretor para palestras pedagógicas na escola (VALENTE, 2017b).

Tendo em mente a importância dos estudos históricos sobre os saberes profissionais para as discussões atuais a respeito da formação de professores que ensinam matemática, Valente (2017b) afirma que as questões ligadas à matemática *para* ensinar são muito relevantes na formação dos professores, mas tal aspecto da formação não é identitário do educador matemático. A natureza dessa profissão filia-se mais intimamente aos saberes *a* ensinar matemática.

Como afirmado, os saberes *para* ensinar pertencem ao campo de formação profissional, enquanto os saberes *a* ensinar referem-se ao campo disciplinar de referência. Durante o processo de formação dos professores, tanto os saberes *a* ensinar como os saberes *para* ensinar precisam estar presentes. Sendo assim, poderia nos ser questionado se um saber *a* ensinar, sob a ponto de vista do formador, não seria capaz de apresentar-se na forma de um saber *para* ensinar no ofício do pretenso professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental? Segundo Valente (2017b, p. 211), em termos dos saberes específicos para ensinar, "os saberes para a profissão da docência, tendo em conta o nível primário, o da formação de professores primários, historicamente tem-se dois modelos: o das escolas normais e o das escolas de nível superior que formam professores para atuarem nos primeiros anos escolares".

As ciências da educação desempenham um papel muito importante no processo de profissionalização de professores para os anos iniciais do Ensino Fundamental, enquanto as disciplinas de referência constituem a ideia-chave da identidade profissional dos professores dos anos finais do Ensino Fundamental. Nessa fase de escolarização, à medida que os saberes se diferenciam, as identidades profissionais, ao permanecerem atreladas aos saberes *a* ensinar na sua disciplina, acabam diminuindo a legitimidade dos saberes *para* ensinar, ocasionando assim um traço comum ao professor dos anos finais da Educação Fundamental (LUSSI BORER, 2017), ou seja, eles se ocupam muito mais dos saberes *a* ensinar e muito menos dos saberes *para* ensinar.

Lussi Borer (2017), ao analisar a evolução dos saberes, contidos em programas de formação de professores para o ensino primário e para o secundário, na Suíça, entre o final do século XIX e a primeira parte do século XX, identificou que havia uma articulação entre os saberes do campo profissional (saberes profissionais ou saberes *para* ensinar) com os saberes de disciplinas de referências (saberes *a* ensinar). Verificou dois modelos para a profissão da docência na escola primária: o modelo "normal" (de nível secundário) e o modelo "superior" (de escolas de nível superior). No caso das escolas de nível secundário era ofertada uma formação que compreendia tanto disciplinas de caráter de formação geral, como disciplinas do campo das ciências da educação, de caráter formação profissional. Nesse modelo, a formação profissional tinha pouca ligação com saberes das ciências da educação, visto que ela geralmente estava a cargo do diretor da escola.

Em relação ao Brasil, Valente (2017a) conta que não havia referência a saberes profissionais – matemática *para* ensinar –, na primeira escola normal, criada no Brasil em 1835, tão somente os saberes quanto às quatro operações e as proporções (saberes *a* ensinar). Os saberes *para* ensinar chegavam aos normalistas por meio do diretor (considerado um *exper*), responsável em promover encontros e reuniões para discutir o ensino e o aproveitamento escolar.

Há um diferencial entre os termos saberes *para* ensinar e saberes *para* ensinar uma certa disciplina, em nosso caso, a aritmética *para* ensinar. Não se trata de um jogo de palavras, mas sim, de um desdobramento de significado fundamental no estudo historiográfico. Com isso, "instala-se um novo campo de investigações que remete ao estudo, em perspectiva histórica, dos processos de elaboração de cada uma dessas matemáticas, bem como a investigação das dinâmicas de articulação entre a matemática a ensinar e a matemática para ensinar" (VALENTE, 2019, p. 19).

Do modo que aponta Chervel (1990), se a educação não é um simples lubrificante, ela é indissociável da disciplina. Sob este enfoque, os saberes *para* ensinar trazidos pelas ciências da educação unem-se aos saberes *a* ensinar de estabelecida disciplina, fundamentando os saberes *para* ensinar dessa disciplina, como é o caso da aritmética *para* ensinar.

Para a compreensão dos saberes *a* e *para* ensinar, é mister discutir a base teórica que sustenta uma tentativa de determinar a expertise do especialista em educação, ou melhor o papel desempenhado pelos *experts.* Para Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017, p. 57), "o sentido amplo dado à noção de expertise: uma instância, em princípio reconhecida como legítima atribuída a um ou a vários especialistas - supostamente distinguidos pelos seus conhecimentos, atitudes, experiências -, a fim de examinar uma situação, de avaliar um fenômeno, de constatar fatos". Esta expertise é solicitada pelas autoridades do ensino tendo em vista a necessidade de tomar uma decisão, a solicitação de expertise, participa decididamente da produção de novos saberes no campo pedagógico.

Morais (2018, p. 18) compreende "o expert em educação como vetor de objetivação de saberes no campo profissional, na formação e no ensino", assim, além da autoria de manuais, o expert deverá ter atuado diretamente na formação de professores primários e influenciado – por meio de convite político - direto (ou indiretamente) na constituição de políticas educacionais de determinada época. Assim, o *expert* em educação é o indivíduo que conhece perfeitamente o ofício docente e nele se destaca, tendo um papel fundamental como organizador entre seus pares na instituição, assim como a circulação dos saberes profissionais lá produzidos. Como Hofstetter e Schneuwly (2017a), consideramos a noção de *expertise* como aquela reconhecida como legítima, atribuída a um ou a vários especialistas.

Esses especialistas distinguem-se por seus conhecimentos, suas atitudes, suas experiências na análise de uma situação, na avaliação de um fenômeno, na constatação de fatos. Os *experts* conhecem bem seu ofício e nele se destacam, aliando saberes da profissão com os da disciplina. O conhecimento dos experts não vem essencialmente de um conhecimento exaustivo da literatura, mas de uma familirialidade – muitas vezes de segunda mão, e sempre modulada pelas opiniões de outros experts – com um subconjunto da literatura (COLLINS; EVANS, 2010, p. 56).

A análise da constituição da *expertise* ajuda a perceber os movimentos de objetivação e institucionalização dos saberes *a* e *para* ensinar. Ademais, assim como os saberes *para* ensinar mais gerais são produzidos ou reelaborados pelos "experts em educação", a aritmética *para* ensinar é produzida e/ou ressignificada pelos "experts em ensino de aritmética", a partir das adaptações feitas das ideias pedagógicas para didatizar a matemática *a* ensinar.

Assim, estamos entendendo a aritmética *para* ensinar, caracterizada por saberes para ensinar mais gerais, advindos de disciplinas filiadas às ciências da educação que, amalgamados à aritmética *a* ensinar, aos saberes superiores que darão sustentação ao saber a ser ensinado, permitirá modificar os saberes em objetos de ensino. Enfim, a aritmética *para* ensinar se configura como um quadro de saberes, elaborado do âmbito profissional do professor e mobilizado na construção de uma estrutura teórica para o ensino de aritmética, isto é, representa as *expertises* necessárias para o ensino de aritmética.

Valente (2017b, p. 216, grifos do autor) conceitua a matemática *para* ensinar, e assinala que "se o 'saber a ensinar' constitui o objeto de trabalho docente, o 'saber para ensinar' traduz-se como um saber capaz de tomar esse objeto constituindo-o como um *ensinável*, um saber como instrumento de trabalho". Assim, os saberes *para* ensinar são institucionalizados pelas ciências da educação, pelos campos disciplinares e pelas didáticas das disciplinas, logo, compõem-se, dentre outras coisas, do conhecimento do objeto de ensino e da capacidade de torná-lo ensinável. Eles precisam tornar-se referendados por um cenário regularizador, tornando-se saberes *para* ensinar uma certa disciplina, como exemplo a aritmética *para* ensinar.

Um aspecto importante ressaltado por Chervel (1990), ao propor o estudo histórico das disciplinas escolares, é que cada disciplina pertence a um campo próprio, tem problemáticas próprias, contudo, isso não impede que se analisem os traços comuns entre elas. De igual modo, a história de qualquer disciplina reside na história dos seus conteúdos, portanto cabe analisar a relação entre os objetivos que originam cada uma e os resultados concretos a que elas chegam.

Assim, o ensino de cada disciplina ganha conotações e encaminhamentos distintos, ainda que agregada em uma mesma vaga pedagógica. Por exemplo, a didática da matemática é distinta da didática da química, porque cada uma delas contém as particularidades dos saberes que se deseja explicar e, além disso, da série ao qual este saber se direciona. Em suma, o ensino de cada disciplina tem especificidades que demandam uma didática própria para aquele ensino. Contudo, apesar dessas especificidades, as didáticas especiais também conservam elementos da didática geral, principalmente em relação aos métodos que possivelmente podem ser utilizados em diferentes disciplinas do ensino primário, como por exemplo o método intuitivo.

Na busca pela aritmética *para* ensinar, em manuais pedagógicos, consideramos, assim como Burke (2016), que os saberes estão envolvidos em processos históricos, cuja caracterização leva em conta as experiências dos sujeitos e os saberes científicos envolvidos. O processo de sistematização que ocorre no âmbito das práticas transforma informações em saberes. Esse movimento é designado por Burke (2016) como "cientifização" e abrange quatro fases distintas, denominadas de recompilação, análise, disseminação e emprego.

4 A aritmética para ensinar na formação de professores do ensino primário

Analisamos os manuais pedagógicos: A aritmética na "Escola Nova", de Everardo Backheuser, publicado em 1933 pela Livraria Católica; A nova metodologia da aritmética, de Edward Lee Thorndike, traduzido para o português e publicado pela Livraria Globo; E a Metodologia da Matemática, de Irene de Albuquerque, editado em 1951 pela Conquista. A escolha destas obras, se justifica por conta da definição de regras que, supostamente, seriam as ideais para conduzir o ensino ou por abordarem métodos específicos da escola primária, pois de acordo com Silva (2005, p. 53), "os manuais pedagógicos manifestaram rituais das aulas ministradas junto aos normalistas quando explicaram determinadas ideias e sugeriram procedimentos e atividades a serem reproduzidos futuramente pelos estudantes",

Temos ciência que, com o decorrer das análises, poderíamos nos deparar, ou não, com uma estabilização dos saberes em questão, de modo a delinear uma vulgata de saberes. Chervel (1990, p. 210) coloca que, além de constatar a sua existência, "a descrição e a análise dessa vulgata são a tarefa fundamental do historiador de uma disciplina escolar"

Com relação a possível identificação, orientações – aritmética *para* ensinar – que se assemelham nos manuais de didática especial a serem analisados, Chervel (1990, p. 210, grifo do autor) afirma que "o estudo dos conteúdos beneficia-se de uma documentação abundante à base de cursos manuscritos, manuais e periódicos pedagógicos. Verifica-se aí um fenômeno de 'vulgata', o qual parece comum às diferentes disciplinas".

Nesta pesquisa, elementos presentes nos manuais que, inicialmente nos deem indícios da constituição teórica levantada por Bertini, Morais e Valente (2017), ao tratarem da matemática *para* ensinar. Posteriormente, voltamos nosso estudo para um saber específico, a aritmética *para* ensinar, cujas características dos saberes profissionais a serem ensinados nos primeiros anos escolares, foram confirmadas, pela adoção dos manuais em cursos de formação de professores do ensino primário. Assim, focalizando os elementos que evidenciem: métodos, processos, modos de planejar, conduzir e avaliar o ensino e a aprendizagem da aritmética destinada aos alunos dos anos iniciais de escolarização.

Nos manuais pedagógicos analisados neste estudo, a aritmética *a* ensinar – os conteúdos a serem trabalhados – apresenta-se articulada à aritmética *para* ensinar – as ferramentas para efetivar o ensino. Nesse processo, saberes objetivados e em condições de serem ensinados nos primeiros anos escolares, revelam-se como um novo saber, como tem sido discutido a partir dos aportes teóricos de Hofstetter e Valente (2017).

Nesta etapa, a análise comparativa dos diferentes manuais, embasada em referenciais da constituição dos saberes profissionais da docência, nos permite comparar elementos resultantes da articulação entre a aritmética *a* ensinar com elementos da aritmética *para* ensinar.

Preliminarmente, elaboramos o Quadro 1, visando destacar os conteúdos *a* ensinar e as ferramentas *para* ensinar aritmética nos primeiros anos escolares, presentes em cada manual examinado.

Quadro 1 – Objetos de ensino e ferramentas de trabalho docente em destaque nos manuais pedagógicos

Manual Pedagógico	**Objetos de ensino**	**Ferramentas de trabalho**
A aritmética na “escola nova” (1933)	Noções de número Algarismos Números par e ímpar Adição Subtração Multiplicação Divisão Frações Regra de três Porcentagens Noções de matemática financeira	Ensino em conjunto Ensino por meio dos jogos e materiais manipuláveis Contextualização do ensino com situações cotidianas Cálculo mental Ensino pela observação (intuitivo) Resolução de problemas
A nova metodologia da aritmética (1936)	Adição Subtração Multiplicação Divisão Frações Números decimais Regra de três Porcentagens Unidades de medidas	Contextualização do ensino com situações cotidianas Adequação do rol de conteúdos e linguagem Ensino por meio dos jogos e materiais manipuláveis Atividade mental Ensino pela observação (intuitivo) Resolução de problemas
Metodologia da Matemática (1951)	Noções de número Contagem Adição Subtração Multiplicação Divisão Frações Números decimais Regra de três Porcentagens Noções de matemática financeira Cálculo mental	Adequação do rol de conteúdos e linguagem Ensino gradativo Contextualização do ensino com situações cotidianas Ensino por meio dos jogos e materiais manipuláveis Cálculo mental Resolução de problemas

Fonte: Elaborado pelo autor.

O Quadro 1, ao elencar objetos de ensino e ferramentas de trabalho do professor, ressaltando a aritmética *a* ensinar e a aritmética *para* ensinar, presentes em cada um dos manuais analisados, nos permite avançar na compreensão de como as duas aritméticas (*a* e *para* ensinar), colocaram em relação dois campos disciplinares, o da matemática e o das ciências da educação, alinhando-os ao campo da docência para a produção de um saber profissional, cujos indícios estão presentes nos manuais pedagógicos do período escolanovista. Valente (2019), já afirmara que a articulação dos saberes *a* ensinar com os saberes *para* ensinar objetiva a produção de saberes profissionais, fundamentais para o professor ensinar aritmética nos primeiros anos escolares.

Os manuais pedagógicos, aqui analisados, trazem indícios de que seus respectivos autores defenderam a importância da formação de professores primários, indicando uma aritmética *para* ensinar, visto que pontuaram a necessidade de habilidades para além do domínio dos conteúdos da disciplina.

O Quadro 1, ao caracterizar objetos de ensino e ferramentas da ação docente, indicando conteúdos e estratégias didáticas, mobilizados pelos autores nos manuais destinados à formação de professores do ensino primário, sinalizam para o passo seguinte do processo de produção de um saber profissional. Movimento em direção a uma sistematização da aritmética *para* ensinar, resultante da fusão dos objetos de ensino com as estratégias didáticas, dando um sentido mais amplo aos saberes que ultrapassando o teor didático, assumem um *status* profissional, apresentando-se como um saber indispensável ao professor que ensina aritmética nos primeiros anos escolares. Orientações que, para além da resolução de questões, estão comprometidas com um ensino contextualizado, alinhado a situações cotidianas dos alunos; um ensino intuitivo e reflexivo que reconhece o aluno como sujeito de sua aprendizagem. Um ensino que, para além da observação de objeto e imagens, vale-se de uma variedade de jogos e materiais manipuláveis apresenta-se, de forma sistematizada nos manuais pedagógicos analisados.

Podemos observar no Quadro 2 que, saberes *para* ensinar, aqui denominados de aritmética *para* ensinar, quando observados comparativamente, apresentam, alguns elementos semelhantes e outros tantos, diferenciados. Contrastes que, numa comparação mais avançada, nos permitiram considerar as sistematizações presentes em cada manual pedagógico.

Quadro 2 – Sistematizações da aritmética para ensinar

Aritmética para ensinar	**Backheuser (1933)**	**Thorndike (1936)**	**Albuquerque (1951)**
Ensino em conjunto	O ensino coordenado de todas as disciplinas	-	-
Ensino por meio dos jogos e materiais manipuláveis	O jogo compreendido como uma conquista da pedagogia, uma tradução pedagógica da fase fantasista da criança.	Utilização de atividades lúdicas e materiais manipuláveis, para incentivar o interesse dos alunos na aritmética	Deveriam ser utilizados para fixação ou treino da aprendizagem, por meio do lúdico. Utilizar os sentidos da criança (ver, pegar, sentir, manipular) em prol da aprendizagem.
Contextualização do ensino com situações cotidianas	Os problemas devem ser ligados a vida, levando os alunos as necessárias soluções pelo interesse que tenham em várias situações diárias.	Dar um sentido real ao que se era ensinado nas aulas de aritmética, a “aritmética para a vida”	Utilizar situações do cotidiano dos alunos, para elaboração de problemas, fazendo com que eles entendam a presença e importância dos mesmos.
Cálculo mental	A ser realizado em grupos, com questionamentos individuais, objetivando segurança e rapidez nas operações.	Desenvolver atividades mentais como sendo um jogo intelectual, em que o aluno consiga visualizar todos os passos necessários para	Utilizado para fixação e treino, por meio de exercícios sistematizados, para os quais os alunos empreguem processos

Resolução de problemas	Ensino por meio de escritas que estimulem a capacidade mnemônica dos alunos, para a realização das operaçõe s.	Questões em que os alunos precisariam realizar reflexões para formular a solução.	Exercícios não mecanizados, que levem o aluno a raciocinar para além das “continhas”.
Adequação do rol de conteúdos e linguagem	-	O ensino deve ser planejado, compatibili zando conteúdo com explicação verbal e escrita do professor, a fim de não dificultar a aprendizagem dos alunos.	O professor deve possuir um conhecimento global da aritmética a ser ensinada nas diversas turmas, para adequá -la a seus alunos.
Ensino pela obs ervação (intuitivo)	Ensino por meio da observação, permite um melhor aprendizado dos alunos visuais.	Utilização da observação de figuras e objetos, que possam retratar ou estar presentes em situações cotidianas dos alunos.	-
Ensino gradativo	-	-	Introduzir os conteúdos com conceitos e exemplos mais fáceis, elevando o grau de dificuldades de acordo com o desenvolvimento dos alunos.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Vistos com "caráter de generalização" (LIMA; VALENTE, 2019, p. 941), a aritmética *para* ensinar apresenta-se como um saber profissional dos tempos escolanovistas. Com sistematizações diferenciadas, observam-se, nos Quadros 1 e 2, inúmeras similaridades em relação aos objetos de ensino, assim como em relação às ferramentas a serem mobilizadas pelos docentes. Contudo, nota-se nos manuais analisados, uma notória conformidade com o ideário da Escola Nova, seja em relação aos métodos de ensino, à estreita relação da psicologia com a pedagogia, o que condiciona as atividades ao desenvolvimento das potencialidades dos alunos, com uso de diferentes recursos materiais em sala de aula para auxiliar a aprendizagem da aritmética.

Além disso, há uma constância nas orientações dadas pelos autores dos manuais analisados, dando indícios de uma estabilização de certos elementos que caracterizam a aritmética *para* ensinar no lapso temporal das edições dessas obras. De acordo com Chervel (1990, 203), pode ser compreendido como uma vulgata dos saberes envolvidos na aritmética *para* ensinar, "o qual parece ser comum às disciplinas, em cada época, o ensino dispensado pelos professores é, grosso modo, idêntico, para a mesma disciplina e para o mesmo nível. Todos os manuais, ou quase todos dizem então a mesma coisa, ou quase isso".

Constata-se que as três obras apresentam, mesmo que com suas particularidades textuais, elementos comuns para a formação e orientação de professores que esninariam aritmética nas escolas primárias. Elementos como o ensino com uso de jogos, atividades contextualizadas ao cotidiano da criança, o cálculo mental, problemas com questões que estimulem a reflexão e o raciocínio das crianças. Elementos que caracterizam um saber profissional, ou seja, uma aritmética *para* ensinar nos primeiros anos escolares.

5 Conclusão

Iniciamos nossa pesquisa com o objetivo de analisar elementos dos saberes profissionais, presentes em manuais de Didática da Matemática, especificamente nos editados, no Brasil, entre 1930 e 1960, aqui concebidos como um saber *para* ensinar aritmética nos primeiros anos escolares. Trata-se de elementos de um saber específico da formação de professores do ensino primário, resultante da articulação entre o objeto de ensino (aritmética *a* ensinar) e as ferramentas mobilizadas no ensino pelos docentes (aritmética *para* ensinar). Tendo em vista que as propostas educativas dos manuais pedagógicos de Didática de Matemática ao articular campos disciplinares distintos (educação e matemática) produzem um novo saber, um saber profissional apropriado para ensinar matemática nos primeiros anos escolares, ou seja, uma aritmética *para* ensinar.

Defendendo a hipótese de que a profissionalização dos docentes que ensinam aritmética, na escola primária, requer a compreensão dos distintos saberes – saberes *a* e saberes *para* ensinar, envolvidos na formação docente e como estes foram mobilizados e se articularam na construção de um novo saber, ou seja, uma aritmética *para* ensinar, como indicam os manuais pedagógicos analisados. Assim, expressa que os ideais e princípios da Escola Nova, movimento que teve grande acolhida no ensino primário, consolidou nos cursos de formação de professores para o ensino primário, um saber profissional, ou seja, uma aritmética *para* ensinar.

Nesse sentido, uma aritmética *para* ensinar, resultante da articulação entre o campo disciplinar de referência (matemática) e o campo das ciências da educação (pedagogia), alinhada ao campo da docência, apresenta-se atenta ao desenvolvimento da criança, ao ensino por meio de jogos apropriados para aprender conceitos matemáticos, aos materiais manipuláveis que estimulam o raciocínio das crianças; à contextualização do ensino com situações cotidianas vividas pelos alunos; ao desenvolvimento do cálculo mental durante as aulas e à inserção da resolução de problemas aritméticos envolvendo situações do interesse dos alunos..

O fato dos manuais editados entre 1930 e 1960, conterem elementos semelhantes, ou quase semelhantes, no que se refere à aritmética da formação de professores, ou seja, a aritmética *para* ensinar no curso primário, constituiu-se uma vulgata, de acordo com Chervel (1990).

Considerando a importância da formação de professores primários no que se refere a esse novo saber, os autores dos manuais pedagógicos analisados valorizaram habilidades profissionais, para além do domínio dos conteúdos, rompendo com tradições anteriores que priorizavam a decoração, a excessiva repetição de exercícios e a prática mecânica dos cálculos aritméticos. Destacando orientações para conduzir o ensino da aritmética escolar, no que se refere aos métodos, processos, formas e modos de planejar, conduzir e avaliar o ensino, saberes de uma Didática Geral, os autores indicaram um conhecimento mais especializado, resultante do diálogo entre a ciência de referência (Matemática) e as ciências da educação, especialmente no que diz respeito às contribuições advindas da Psicologia da Educação.

Desta forma, pode-se perceber o quanto as orientações oriundas dos manuais estavam comprometidas com os avanços das ciências da educação, especialmente no desempenho da Psicologia Experimental, na constituição dos saberes profissionais de futuros professores do ensino primário, nas escolas normais durante a vaga pedagógica denominada Escola Nova.

Tais afirmações decorrem dos aportes teórico-metodológicos que nos auxiliaram na análise dos manuais pedagógicos selecionados, por meio de conceitos trazidos por Hofstetter e Schneuwly (2017a), que apresentam os saberes para ensinar como aqueles sobre o objeto de trabalho do professor, as práticas de ensino, entre as quais estão os métodos e procedimentos; em Bertini, Morais e Valente (2017), que destacam que o saber para ensinar matemática se relaciona com as perspectivas didático-pedagógicos na formação do professor que ensina matemática; em Valente (2017a), o qual nos apresenta a matemática para ensinar, como sendo a objetivação da integração existente entre a matemática a ensinar e o saber para ensinar matemática.

Assim, a aritmética para ensinar, constituída nos manuais pedagógicos destinados à formação de professores primários e utilizados nas escolas normais do período da vaga pedagógica Escola Nova, contém em sua essência, saberes de caráter profissional da docência, objetivados e sistematizados para a prática do ensino da aritmética.

Após a análise comparativa dos manuais pedagógicos: A aritmética na Escola Nova, de Everardo Backheuser; A nova metodologia da aritmética, de Edward Lee Thorndike; Metodologia da Matemática, de Irene de Albuquerque, editados respectivamente em 1933, 1936 e 1951, foi possível, destacar a sistematização dos elementos constitutivos da aritmética para ensinar, indicada pelos autores, para a formação de professores que ensinariam a aritmética aos alunos do ensino primário, assinalada no Quadro 2.

A caracterização de uma aritmética para ensinar deixa evidente que a articulação entre o campo disciplinar de referência (matemática) e o campo das ciências sociais (educação), alinhada ao campo da docência, aponta que a formação dos professores estava atenta ao desenvolvimento da criança, ao ensino por meio de jogos apropriados para aprender conceitos matemáticos, à materiais manipuláveis que estimulassem o raciocínio das crianças, à contextualização do ensino com situações cotidianas vividas pelos alunos, ao desenvolvimento do cálculo mental nos processos de aprendizagem matemática, e à inserção da resolução de problemas aritméticos envolvendo situações do interesse dos alunos.

Estas orientações, presentes nos manuais pedagógicos que possuíam quase duas décadas de diferença das datas de edição. Essa assiduidade, denota a presença de uma vulgata, sistematização de uma aritmética para ensinar, mobilizada pelos manuais pedagógicos destinados a formação de professores primários, editados segundo alguns preceitos oriundos do Movimento da Escola Nova.

Cientes da complexidade que envolve o ato de ensinar, também, da existência das muitas relações entre saberes advindos da aritmética e das ciências da educação, o estudo realizado nos permite afirmar que ainda há múltiplas dimensões a serem investigadas com objetivo refletir sobre a aritmética *para* ensinar, considerando que os saberes nela contidos e que foram inventariados a partir dos manuais pedagógicos analisados, constituíram, em tempos escolanovistas, o pilar indispensável para o professor ensinar aritmética na escola primária.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, I. **Metodologia da Matemática:** para o uso de professore primários, orientadores de Ensino e alunos das Escolas Normais. Rio de Janeiro: Conquista, 1951.

BACKHEUSER, E. **A aritmética na "Escola Nova"**: A nova didática da aritmética. Rio de Janeiro: Livraria Católica, 1933.

BERTINI, L. F.; MORAIS, R. S.; VALENTE, W. R. **A matemática a ensinar e a matemática para ensinar**: novos estudos sobre a formação de professores. São Paulo: Livraria da Física, 2017.

BLOCH, M. **Apologia da História ou o ofício do historiador**. Tradução: André Telles, Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2002.

BURKE, P. **O que é história do conhecimento?** Tradução: Claudia Freire. 1. ed. São Paulo: Editora Unesp, 2016.

CARNEIRO, R. S. **O método intuitivo na aritmética de Calkins e Trajano**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Severino Sombra, Vassouras-RJ, 2014.

CERTEAU, M. **A escrita da história**. Tradução: Maria de Lourdes Menezes. 2. ed., Rio de Janeiro, RJ: Forense Universitária, 2007.

CERTEAU, M. de. **A invenção do cotidiano:** 1. Artes de fazer. Petrópolis, RJ: Vozes, 1994.

CHARTIER, R. **A história cultural: entre práticas e representações**. Tradução: Maria Manuela Galhardo. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil S. A., 1990.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. In: **Teoria & Educação**, Porto Alegre: Pannonica, n 2, p.177 - 229, 1990.

COLLINS, H.; EVANS, R. **Repensando a expertise**. Tradução: Igor Antônio Lourenço da Silva. Belo Horizonte: Fabrefactum, 2010.

HOFSTETTER, R. **Saberes em (trans)formação no contexto da profissionalização dos professores e dos pesquisadores em**

educação. In: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (orgs.) **Saberes em (trans)formação:** tema central da formação de professores. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017b. p. 15 - 19.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. Disciplinarização e disciplinação: as ciências da educação e as didáticas das disciplinas sob análise. In: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (orgs.) Saberes em (trans) formação: tema central da formação de professores. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017b. p. 21 - 54.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: HOFSTETTER, R. VALENTE, W. R. (org.). **Saberes em (trans)formação: tema central a formação de professores**. 1 ed. São Paulo: Editora da Física, 2017a. p. 113 - 172.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B.; FREYMOND, M. Penetrar na verdade da escola para ter elementos concretos de sua avaliação – A irresistível institucionalização do expert em educação. In: HOFSTETTER, R. VALENTE, W. R. (org.). **Saberes em (trans)formação: tema central a formação de professores**. 1. ed. São Paulo: Editora da Física, 2017. p. 55 - 112.

HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (orgs). **Saberes em (trans)formação:** *tema central da formação de professores*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. Tradução: Gizele de Souza **Revista Brasileira de História da Educação**, Campinas, SP: Autores Associados, n. 1., p. 9-44, 2001.

LIMA, E. B.; VALENTE, W. R. O saber profissional do professor que ensina matemática: considerações teórico-metodológicas. In: **Argumentos Pró-Educação,** v. 4, n. 11, p. 928-943, maio - ago. Pouso Alegre – MG, 2019.

LUSSI BORER, V. Saberes: uma questão crucial para a institucionalização da formação de professores. In: HOFSTETTER, R. VALENTE, W. R. (org.). **Saberes em (trans)formação: tema central a formação de professores**. 1 ed. São Paulo: Editora da Física, 2017. p. 173 - 199.

MORAIS, R. S. Experts. In. VALENTE, R. W. (org.). **Cadernos de Trabalho II**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018.

NÓVOA, A. O passado e o presente dos professores. In: NÓVOA, A. (org.). **Profissão Professor**. Porto: Porto Editora Ltda, 1991. p. 9- 32.

PINTO, N. B. História das disciplinas escolares: reflexão sobre aspectos teórico-metodológicos de uma prática historiográfica. **Revista Diálogo Educação**, Curitiba, v. 14, n. 41, p. 125-142, jan./abr. 2014.

PINTO, N. B.; NOVAES, B. W. D. Caracterização de saberes profissionais da matemática para ensinar nos primeiros anos escolares: anotações metodológicas. In.: **HISTEMAT**, ano 4, n. 1, p. 139-153, 2018.

SILVA, V. B. **Saberes em viagem nos manuais pedagógicos**: construções da escola em Portugal e no Brasil (1870-1970). Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.

THORNDIKE, E. L. **A nova metodologia da aritmética**. Tradução de Anadyr Coelho. Porto Alegre: Livraria do Globo, 1936.

VALENTE, W. R. A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: os saberes para a formação do educador matemático. In: HOFSTETTER, R; VALENTE, W. R. **Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores**. São Paulo: Editora Livraria da Física, p. 113-172, 2017a.

VALENTE, W. R. Considerações sobre a Matemática Escolar numa abordagem Histórica. **Cadernos de História da Educação**, n. 3, jan./dez. 2004.

VALENTE, W. R. et al. **A matemática na formação de professores e no ensino**: processos e dinâmicas de produção de um saber profissional, 1890-1990. In: VALENTE, W. R.; BERTINI, L. F.; PINTO, N. B. A.; MORAIS, R. S. Projeto Fapesp. São Paulo, 2017.

VALENTE, W. R. Interrogações Metodológicas. REVEMAT - **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v.2, n.2, p.28-49, UFSC: 2007. (Texto elaborado para as atividades desenvolvidas junto ao grupo de estudo de história da educação matemática coordenado pelo Prof. Dr. José Manuel Matos, da Universidade Nova de Lisboa, em junho de 2005).

VALENTE, W. R. Os saberes para ensinar matemática e a profissionalização do educador matemático. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 17, n. 51, p. 207-222, jan./mar. 2017b.

VALENTE, W. R. Saber objetivado e formação de professores: reflexões pedagógico-epistemológicas. In. **Revista História da Educação** (on- line), v. 23, p. 1-12. e77747. UFRGS, 2019.

VIÑAO, A. História das disciplinas escolares. Tradução: Marina Fernandes Braga. R**evista Brasileira de História da Educação**, n. 18, p. 173 – 215, set./dez. 2008, p. 173 – 215.

REFERÊNCIA DA TESE

CARNEIRO, Rogerio dos Santos. **Uma aritmética para ensinar em manuais de didática da matemática, publicados no Brasil (1930-1960)**. 2021. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática. Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2021.

APRESENTAÇÃO DOS AUTORES:

Rogerio dos Santos Carneiro

Doutor em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), pela Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Professor Adjunto na Universidade Federal do Norte do Tocantins (UFNT), Araguaína, Tocantins, Brasil. Endereço para correspondência: Avenida Paraguai, esq. Rua Uxiramas s/n, Setor Cimba, Centro de Ciências Integradas (CCI/Cimba), Araguaína, TO – Brasil, CEP: 77827-050.

E-mail: rogeriocarneiro@uft.edu.br
Lattes: http://lattes.cnpq.br/6059313467968676
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5387-0435

Neuza Bertoni Pinto

Doutora em Educação pela Universidade de São Paulo (USP). Professora Colaboradora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática –PPGECEM / REAMEC (UFMT), Cuiabá, Mato Grosso, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Prof. Arthur Loyola, 85, ap. 53, Cabral, Curitiba, Paraná, Brasil, CEP: 80035-100.
E-mail: neuzabertonip@gmail.com
Lattes: http://lattes.cnpq.br/9122972761409214
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9224-3020

- PARTE 2 -

Ensino e aprendizagens de matemáticas

CAPÍTULO 7 - A ASSOCIAÇÃO ENTRE AS HABILIDADES DE ESCOLHER A OPERAÇÃO EM QUESTÕES ENVOLVENDO NÚMEROS NATURAIS E QUESTÕES ENVOLVENDO NÚMEROS DECIMAIS

Thiago Beirigo Lopes
Pedro Franco de Sá

Resumo:

Devido à constante indagação dos estudantes sobre uma questão ser "de mais", ser "de menos", entre outros, e os números decimais poderem ser vistos como extensão dos números naturais, o objetivo de pesquisa consistiu em analisar se a habilidade de escolher a operação em questões matemáticas que envolvem números naturais está associada à habilidade de escolher da operação em questões matemáticas que envolvem números decimais. Para tanto, foram aplicados 2 testes e 1 questionário em 207 estudantes de uma escola pública. Os testes continham questões aditivas e questões multiplicativas, estratificados em questões aritméticas ou algébricas com números naturais ou decimais. O questionário teve finalidade de estabelecer relação os resultados dos testes e fatores socioeducacionais. Os resultados, após realização do teste Qui-Quadrado, indicam que a escolha da operação em questões com números naturais está associada com a escolha da operação em questões com números decimais e que fatores relacionados entre estudante com a matemática e seu estudo influenciam na escolha da operação.

Palavras-Chave: Escolha da operação; Números naturais; Números decimais; Questões aditivas; Questões multiplicativas.

1 Introdução

Nas aulas de matemática que o autor desse trabalho de tese lecionou no ensino fundamental em uma escola pública municipal eram constantes os questionamentos sobre o tipo de operação a ser utilizada. “Essa continha é de mais ou de menos?”, “Esse problema usa multiplicação ou divisão?”, “Está escrito ‘ganhou’, então a questão é de mais.”, “Está escrito que ela ‘dividiu’, então nessa questão usa divisão”, dentre várias outras perguntas e afirmações eram realizadas e nem sempre a resposta satisfazia aos questionamentos, pois havia questões com os termos ganhou e dividiu em que não cabiam a utilização da operação de soma e de divisão de forma direta. Assim, perguntas inocentes que pareciam simples e com respostas evidentes, causavam desconforto ao serem respondidas de forma obscura ao estudante. Então é perceptível que não é fácil explicar ao estudante que algumas questões com o termo “ganhou” são resolvidas com adição e outras com o mesmo termo são resolvidas com subtração. Se tal situação não é simples de ser explicada, ser compreendida também não deve ser.

Dentre as possibilidades de ensino a serem exploradas, há a percepção da continuidade e ampliação do sentido de número dos estudantes de ensino fundamental (dos naturais para os decimais), em que os números decimais se integram à vida do estudante. Ainda, possuem a característica de ser uma extensão tanto dos números naturais quanto dos números racionais e podem ser interpretados sob qualquer uma dessas perspectivas. Como extensão dos números naturais, os decimais podem ser considerados como uma ampliação do sistema de numeração de base dez ao incluir os décimos, centésimos, milésimos, etc.

Quanto às operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, os números decimais mantêm algoritmos similares aos utilizados para operar com números naturais com algumas adaptações, pois em alguns casos necessita-se de regras adicionais. Desde a década de 1980, para Greer (1987)já era estabelecido que a escolha da operação para solucionar uma questão verbal que envolvia uma única operação era frequentemente afetada pelos tipos de números no problema. Pois nos naturais o estudante esperava que o resultado aumentasse ao efetuar uma multiplicação e diminuísse ao efetuar uma divisão e, nos decimais, nem sempre isso ocorre. No entanto, isso nem sempre ocorre com todos os números racionais.

Em uma observação mais específica realizada por Greer (1987), é apontado que a escolha de diferentes operações ocorre mesmo quando dois problemas, diferindo apenas nos números envolvidos, são justapostos e a atenção é chamada para a similaridade entre eles. Ou seja, mesmo entre questões matemáticas similares em que diferem entre si somente o tipo de número utilizado, o estudante pode escolher operações distintas para resolvê-las.

Devido às situações de escolha operação em sala de aula citadas anteriormente e os decimais poderem ser vistos como extensão dos números naturais mantendo a base algorítmica de suas operações, a pesquisa realizada teve como objetivo analisar se a habilidade de escolha da operação em questões matemáticas que envolvem números naturais está associada à habilidade de escolha da operação em questões matemáticas que envolvem números decimais. Para atingir esse objetivo, optou-se pelo uso de testes como instrumento metodológico de pesquisa para nortear a investigação.

Antes de prosseguir, é importante destacar que no texto é utilizado o termo 'número decimais' para representar os 'números racionais em sua representação decimal', tal escolha foi realizada para fluidez de leitura (ou legibilidade) do texto para o leitor.

2 Estudos sobre ensino de números decimais, questões aritméticas e questões algébricas

A pesquisa mais antiga encontrada foi uma referência que Zweng (1979) fez à Burch (1953) ao destacar que o autor descobriu que responder às perguntas do tipo 'o que é dado?' ou 'o que encontrar?' podem auxiliar no desempenho na resolução de questões matemáticas, mas também é prejudicial. Burch (1953) formulou a hipótese de que, ao responder as perguntas como 'o que é dado?', os dados são removidos do contexto da questão e, portanto, as relações que fornecem as informações para a escolha da operação são perdidas.

Já Nesher e Teubal (1975) realizaram um experimento sobre o uso de 'palavras-chave' para ensino de resolução de questões. Os pesquisadores indicam que esse experimento torna aparente que palavras-chaves específicas têm bastante influência na determinação da escolha da operação. No entanto, afirmam que, embora a escolha influenciada pela formulação verbal específica da questão pode não suprir as demandas reais da tarefa, não há razão para ignorar essas palavras-chave.

Ainda de acordo com Nesher e Teubal (1975), quanto à solução de questões matemáticas, é necessário levar em consideração que a utilização de um limitado vocabulário específico e a utilização de palavras-chave em muitos casos resulta em um modelo artificial de estabelecimento das questões matemáticas e podem derivar questões que não fazem relação com a linguagem cotidiana. Além disso, as palavras-chave também podem influenciar na escolha da operação matemática a ser utilizada para solucionar a questão, operação essa que pode não solucionar corretamente a questão. Pois escolher a operação apenas com base nas palavras-chave pode levar a um equívoco de conversão entre a formulação verbal do problema e sua expressão matemática (NESHER; TEUBAL, 1975).

Bell, Swan e Taylor (1981), em seu estudo, destacam ser evidente a necessidade de trabalhar diretamente na escolha da operação, bem como nos subconceitos subjacentes que são necessários a partir da compreensão da questão. Também indicaram que havia a necessidade de realização de mais experimentos para pesquisar sobre as estratégias gerais de uso de números e problemas aritméticos de uma única operação, assim como para tentar separar os efeitos dos vários aspectos do ensino, pois essas lacunas no aprendizado podem perpetuar em toda carreira escolar do indivíduo, ou seja, a "persistência das mesmas hierarquias de dificuldade até a idade adulta mostra como, mesmo quando noções mais avançadas estão disponíveis, os estudantes tentam métodos que causam menos desgaste cognitivo antes de adotar os mais difíceis" (BELL *et al.*, 1989, p. 447).

Assim, há a possibilidade de traçar uma completude entre a insuficiência de resolver questões unicamente por meio de palavras-chave, como defendido por Nesher e Teubal (1975) e que pode ter as mesmas consequências do defendido por Burch (1953), e a insuficiência de formação de conceitos e subconceitos das operações para compreensão das questões matemáticas, por não poder trabalhar isoladamente cada operação, como defendido Bell, Swan e Taylor (1981). Isto porque a compreensão do problema que não seja somente por observação de palavras-chave está em íntima relação com os conceitos e subconceitos formados sobre as operações.

Em sua pesquisa, Schwartz e Budd (1981) relatam que após os estudantes compreenderem completamente o que a questão matemática está solicitando, a escolha de qual operação matemática usar deve ser uma etapa um pouco menos difícil. Mas, antes disso, os estudantes necessitam saber quais operações existem, quais são seus símbolos e o que as operações realmente fazem. Mais especificamente, os estudantes devem saber que a adição existe e que junta itens ou grupos de itens. A veracidade deste exemplo se estende às operações de subtração, multiplicação e divisão.

Ainda, os pesquisadores citados no parágrafo imediatamente anterior indicam a necessidade do estudante de conseguir fazer uma estimativa do valor do resultado da questão para que consiga determinar logicamente se sua escolha de operação está correta. Assim como essa estimativa auxilia o estudante a verificar sua resposta quando a resolução for concluída. Do mesmo modo, ainda segundo os pesquisados, se um estudante não for capaz de pelo menos fornecer respostas estimadas que estão na direção da resposta esperada na questão, ele pode não compreender adequadamente a operação. A dificuldade na estimativa também pode indicar uma falta de compreensão do problema ou que, mesmo que a escolha da operação possa ter sido correta, os números errados foram selecionados para aquela operação (SCHWARTZ; BUDD, 1981).

Afekenstam e Greger (1983) afirmam que o resultado da avaliação realizada indicou que o foco dos estudos sobre resolução de questões matemáticas não deve ser em questões com uma operação que podem ser resolvidos de forma direta, mas em questões que os autores chamaram de não rotineiras (que não são questões análogas às resolvidas como exemplos), exigindo do estudante mais do que somente a aplicação de uma operação aritmética. Ainda de acordo com os autores, as dificuldades com problemas não rotineiros pareciam estar enraizadas no equívoco de muitos estudantes ao pensarem que 'resolver questões matemáticas' significava apenas escolher a operação aritmética correta e aplicá-la aos números fornecidos pela questão.

Os pesquisadores Bell, Fischbein e Greer (1984) realizaram um estudo que pesquisou sobre o tipo de número utilizados em questões matemáticas. Ao fazer referência aos efeitos dos tipos de números envolvidos nos cálculos, uma tendência consistente foi a dificuldade dos estudantes realizaram multiplicação e divisão por números entre 0 e 1. Além disso, conforme indicado pelos autores, é evidente que a operação escolhida pelos estudantes durante a resolução de questões com uma operação pode ser influenciada por uma série de fatores que não foi foco da investigação realizada. Bell, Swan e Taylor (1981) indicam que alguns fatores se devem a conceitos equivocados, como a multiplicação sempre tornar o valor inicial maior ou a divisão sempre tornar um valor inicial menor, e são levados para estágios de estudos mais elevados se não forem corrigidos em um estágio inicial. Essas considerações também são realizadas por Prediger (2009).

A ideia da necessidade de estudantes conseguirem realizar estimativas do resultado, defendida por Schwartz e Budd (1981), pode encontrar dificuldades nas situações descritas por Bell, Fischbein e Greer (1984), em equívocos conceituais como a hipótese de que a multiplicação 'sempre aumenta' e divisão 'sempre diminui'. No entanto, ambas ideias podem ser complementares, compreendendo-se que o estudante necessita realizar estimativas já com o conceito de que ao multiplicar por valores entre 0 e 1, o crescimento ou diminuição será inversa em relação aos números maiores que 1. Cabe destacar que essas concepções são facilmente assimiláveis para questões do tipo aritmético, no entanto há uma considerável possibilidade de realizar estimativas não serem eficientes em questões do tipo algébrico.

Em relação à resolução de questões com números com vírgula, Fishbein *et al* (1985) ainda complementa que uma multiplicação por 0,22 ou não ter significado intuitivo não é dizer que não tem significado matemático, pois os estudantes sabem bem que e são expressões matemáticas legítimas. Mas quando os dados das questões envolvem esses tipos de números, esses estudantes podem não ser capazes de compreender a questão para entender sobre qual operação realizar.

Nesse contexto de tipos de números na questão, Greer (1987) afirma que já foi consistentemente estabelecido que a escolha da operação de um aluno para a solução de uma questão verbal de uma operação é frequentemente afetada pelos tipos de números utilizados. Uma observação mais pontual é que a escolha de diferentes operações ocorre mesmo quando dois problemas diferindo apenas nos números envolvidos são justapostos e a atenção é chamada para a similaridade entre eles. Ou seja, em questões com escritas idênticas em que diferem somente os tipos de números utilizados, os estudantes podem escolher operações distintas para a resolução.

Em uma perspectiva emocional em relação à escolha da operação, Marshall (1989) indica que havia evidências de ligações afetivas ao componente planejamento, que está inserido dentro dos processos para resolução da questão. O pesquisador cita o exemplo de um estudante que frequentemente encerrava seus comentários sobre a solução de cada questão com afirmações negativas, como "Provavelmente está errado" e "Estou indo muito mal". A maior parte desses comentários parecia fazer referência à sua escolha de operação e foram feitos depois que ela descreveu por que escolheu usar uma operação aritmética específica.

A situação do tamanho da quantidade ao qual o número representa foi um dos resultados de estudo obtido por Martinez (1995), que contrapôs o estudo de Hart (1981) que afirmava haver influência do tamanho da quantidade ao qual o número representa na escolha da operação apropriada para resolver questões com uma operação, assim questões com números que representam quantidades menores eram mais fáceis de reconhecer. Obstante a isso, Martinez (1995) indicou que no teste final, as diferenças entre os itens paralelos que continham números pequenos e grandes, respectivamente, foram da ordem de 1,5%.

3 Questões aritméticas e questões algébricas

Com base nos estudos de Vergnaud (2009) sobre sua Teoria dos Campos Conceituais, Sá (2003) desenvolveu um estudo sobre as questões que envolvem as quatro operações aritméticas fundamentais e sua pluralidade de significados, que interferem diretamente na formalização de conceitos.

Ao tratar de questões que envolvem as operações aritméticas fundamentais, o estudo de Sá (2003) assinala relações em dois aspectos:

o aspecto semântico, relacionado à pergunta que a operação responde, e o aspecto simbólico, concernente ao resultado da manipulação dos símbolos envolvidos na realização de cada operação e pode ser feito unicamente consultando a tabuada da operação, ou seja, sem nenhuma interpretação.

Diante disso, Sá e Fossa (2012) apresentam a existência de duas categorias de questões verbais: as questões aritméticas e as algébricas. Estes estão relacionados à sua modelação, isto é, a conversão dos dados semânticos para linguagem matemática. Nas questões aritméticas a incógnita fica isolada em um dos membros da igualdade, sendo utilizada para indicar o resultado da operação. Ainda, segundo Sá e Fossa (2008, p. 269) as questões aritméticas são aquelas "[...] que, em sua resolução operacional, não são usadas de maneira implícita ou explicita as propriedades aditivas ou multiplicativas da igualdade".

Já nas questões algébricas, a pergunta não está isolada em um dos membros da igualdade, e esta é utilizada para indicar a relação de equilíbrio exigida entre os dados. De acordo com Sá e Fossa (2008, p. 270), são aquelas "[...] em que, na sua resolução operacional, são usadas de maneira explícita ou implícita as propriedades aditivas ou multiplicativas da igualdade".

Neste tipo de problema, ao contrário do que acontece com as questões aritméticas, Sá (2003, p. 78) indica que na maioria das vezes "[...] a escolha da operação é feita com base na propriedade da operação inversa". Em colaboração, Sá e Fossa (2008, p. 269) afirmam que "[...] o uso da operação inversa, para manter a validade da igualdade, é a essência do método de resolver equações e uma das características da álgebra é a resolução de equações".

Com isso, pelas modelações anteriores, é possível perceber a identificação da operação é determinada por seu enunciado, enquanto questões algébricas utilizam uma operação, visto que, embora a modelação indique a existência de uma operação, não necessariamente, esta será utilizada na resolução, ou seja, usa a operação, mas não é daquela operação.

Em relação à escolha da operação Sá, (2003, p. 65) indica que "a escolha da operação não depende só da análise semântica do enunciado, mas também do conhecimento, intuitivo ou formal, do princípio fundamental da contagem". Ainda, afirma que nas questões do tipo algébrico, ao contrário do que acontece com as questões do tipo aritmético, a escolha da operação é realizada com base na propriedade da operação inversa.

4 Produção de informações

A produção dos dados ocorreu durante o primeiro bimestre de 2020 em uma escola estadual situada na região metropolitana de Belém/PA. Os participantes da pesquisa foram estudantes cujo único requisito para poderem participar da pesquisa foi estarem matriculados no 6º ano do ensino fundamental dessa escola. A escolha de estudantes de 6º ano se deu por constar nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que no fim do segundo ciclo é esperado que os estudantes já tenham adquirido competências e habilidades para resolver questões envolvendo operações com números decimais.

Para poder realizar a aplicação dos testes e o questionário, foi necessário solicitar permissão à gestão escolar, sob a responsabilidade do diretor, e aos professores titulares das turmas. Para que a solicitação fosse aceita, foi necessária uma explanação sobre os objetivos da pesquisa, em que não seria avaliado desempenho da escola ou dos professores com a realização dos testes. A escola contava com 4 turmas de 6º ano no período matutino e 2 turmas de 6º ano no período vespertino. No total, foram 207 estudantes que participaram de pelo menos 1 das atividades.

Todas as atividades relacionadas com a pesquisa foram realizadas no interstício de um mês. Em cada turma, as atividades foram iniciadas com apresentação do pesquisador realizada pelo professor titular da turma, em que o pesquisador explicou sobre a pesquisa com destaque para seus pontos principais como objetivo, resultado esperado e a importância dos estudantes nesse processo. Então foi solicitado que cada responsável pelo estudante assinasse o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e que cada estudante, visto que todos eram menores de 18 anos, assinassem o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE). Para a atividade da assinatura, foi disponibilizada a semana para sua conclusão, pois alguns estudantes faltavam, esqueciam os documentos em casa ou até perdiam e necessitavam de outra cópia. Assim, foi possível maximizar a quantidade de estudantes interessados com participar da pesquisa, não havendo responsáveis que não permitiram que estudantes participassem e nem estudantes que se recusassem a participar. Não foi utilizado qualquer tipo de subsídio como avaliação ou outro meio para que houvesse participação dos estudantes, sendo de vontade espontânea.

Na semana seguinte, foram iniciadas as aplicações dos testes nas turmas e na mesma semana aplicados os questionários aos estudantes. Como todas as turmas contavam com 3 encontros semanais para as aulas de matemática, esses 3 instrumentos não foram aplicados no mesmo dia, com algumas exceções de estudantes que faltaram e fizeram algum desses itens, um imediatamente após o outro, até a semana seguinte.

A primeiro teste aplicado foi o aditivo, no qual foi solicitado aos estudantes que resolvessem a questão mostrando os cálculos e não somente o resultado final. Mas ainda houve alguns casos somente com o resultado. No próximo encontro foi realizado o teste multiplicativo, quando foi solicitado o mesmo do teste aditivo, e no último encontro da semana foi aplicado o questionário, no qual foi solicitado que fossem preenchidas todas as perguntas e ainda assim houve questão sem resposta. É importante destacar que em todas as turmas as aplicações duraram no máximo uma hora-aula e os estudantes não tiveram auxílio no que tange especificamente a responder as questões dos testes.

4.1 Elaboração do teste aditivo

Para ser realizada a interpretação dos resultados, além de uma consistente fundamentação teórica em relação ao objeto a ser estudado e sob o ponto de vista da abordagem quantitativa, a aplicação de testes consiste em uma alternativa para compor uma base para a interpretação de resultados (GOMES, 2009).

Como parte da pesquisa, foi selecionado o instrumento tipo teste que, de acordo com Marconi e Lakatos (2002), são instrumentos utilizados com a finalidade de obter dados que permitam, dentre outros, mensurar o rendimento, a competência e a capacidade individual, em um modelo quantitativo. Com base nas autoras supracitadas, o teste realizado é uma mescla dos testes do tipo aptidão, em que se procura prever a capacidade de rendimento de um indivíduo ao executar uma tarefa específica. Conforme Quadro 1.

Quadro 1 - Equilíbrio das questões em relação à sua estrutura aritmética ou algébrica - Fonte: Elaborado com base em Sá e Fossa (2008).

		Questões	**Sentença**	**Tipos de números envolvidos**
Questões Aditivas	Questões Aritméticas	Questão 1: Ana tem 6 reais e sua irmã tem 5 reais. Quanto elas têm juntas?	6+5= ?	Natural + Natural = Natural
		Questão 4: Maria tem R$6,22 e sua irmã tem R$4,88. Quanto elas têm juntas?	6,22+4,88= ?	Decimal + Decimal = Decimal
		Questão 2: Ane tem 12 brinquedos. Carla tem 4 brinquedos a mais que Ane. Quantos brinquedos tem Carla?	12+4= ?	Natural + Natural = Natural
		Questão 5: Lúcio tem 7,8 metros de corda. Mateus tem 4,1 metros da mesma corda a mais que Lúcio. Quantos metros dessa corda tem Mateus?	7,8+4,1= ?	Decimal + Decimal = Decimal
		Questão 3: Lucas tem 152 bolinhas de gude. Marina tem 78 bolinhas de gude a menos que Lucas. Quantas bolinhas de gude tem Marina?	152-78= ?	Natural + Natural = Natural
		Questão 6: Heloisa tem 4,3 metros de fita. Deu 2,4 metros dessa fita para sua irmã. Com quantos metros de fita ficou Heloísa?	4,3-2,4= ?	Decimal - Decimal = Decimal
	Questões Algébricas	Questão 7: Dani tinha 12 canetas. Ganhou mais algumas de seu pai e ficou com 21 canetas. Quantas canetas ela ganhou de seu pai?	12+?= 21	Natural + Natural = Natural
		Questão 10: João tinha 13,2 metros de linha de pipa. Ganhou mais alguns metros dessa linha de seu pai e ficou com 19,3 metros. Quantos metros dessa linha João ganhou de seu pai?	13,2+ ?= 19,3	Decimal + Decimal = Decimal
		Questão 8: Marcos ganhou uma quantia em dinheiro de sua mãe. Deu 6 reais para seu irmão e ainda ficou com 14 reais. Quanto Marcos ganhou?	?-0=14	Natural - Natural = Natural
		Questão 11: Marcos ganhou uma quantia em dinheiro de sua mãe. Deu R$ 5,80 para seu irmão e ainda ficou com R$14,20. Quanto Marcos ganhou?	?-5,80= 14,20	Decimal - Decimal = Decimal
		Questão 9: João tinha 72 figurinhas. Vendeu algumas para Maria e ainda ficou com 29. Quantas figurinhas João vende a Maria?	72-?=29	Natural - Natural = Natural
		Questão 12: João tinha 22,3 metros de fio elétrico para construir sua casa. Utilizou parte desse fio e ainda sobrou 6,2 metros. Quantos metros de fio João utilizou na construção de sua casa?	22,3-?=6,2	Decimal - Decimal = Decimal

Portanto, como pode ser percebido nas questões, para manter a característica sobre quantidade de números naturais e decimais, não foi elaborada alguma questão que envolvesse ambos, ou seja, não foram utilizados números naturais e decimais na mesma questão.

4.2 Elaboração do teste multiplicativo

A elaboração dos testes multiplicativos se deu com o mesmo referencial teórico dos aditivos. Com base nessa concepção, cada dupla de questão foi elaborada com o propósito de diagnosticar se o estudante que escolhe corretamente a operação com números naturais também o faz com os decimais. Também foi tomado cuidado para manter as questões sob a forma Extensivo × Intensivo = Extensivo ou Extensivo ÷ Intensivo = Extensivo, pois crê-se que essa seja a sentença natural para os estudantes (SÁ, 2003). Ou seja, um estudante na fase inicial dos seus estudos não imagina naturalmente que vai dividir uma quantidade de bolinhas por outra quantidade de bolinhas que vai resultar quantidade de potes que comportarão essas bolinhas, nesse estágio imagina que divide as bolinhas pela quantidade de potes e resulta a quantidade de bolinha em cada pote. As questões são mostradas no Quadro 2.

Quadro 2 - Equilíbrio das questões em relação à sua estrutura aritmética ou algébrica

<table>
<tr><th colspan="2"></th><th>Questões</th><th>Sentença</th><th>Tipos de números envolvidos</th></tr>
<tr><td rowspan="12">Questões Multiplicativas</td><td rowspan="6">Questões Aritméticas</td><td>Questão 1: Uma barra de chocolate custa 6 reais. Quanto pagarei se comprar 9 dessas barras?</td><td>9x6=?</td><td>Natural x Natural = Natural</td></tr>
<tr><td>Questão 4: Uma caixa de bombons custa R$8,45. Quanto será pago se comprar 12 dessas caixas?</td><td>12x8,45-?</td><td>Natural x Decimal= Decimal</td></tr>
<tr><td>Questão 2: Débora enche três garrafas de leite a cada minuto. Quantas garrafas de leite encherá em 12 minutos?</td><td>3x12-?</td><td>Natural x Natural = Natural</td></tr>
<tr><td>Questão 5: Suzy enche 10 copos de suco a cada minuto. Quantos copos de suco ela encherá em 5,5 minutos?</td><td>10x5,5-?</td><td>Natural x Decimal=Natural</td></tr>
<tr><td>Questão 3: Lucas tem18 litros de óleo. O óleo será dividido em 9 latas iguais. Quantos litros de óleo caberá em cada lata?</td><td>18÷9-?</td><td>Natural ÷ Natural = Natural</td></tr>
<tr><td>Questão 6: Lucas tem 3,9 quilogramas de farinha. Essa farinha será dividida em 3 potes iguais. Quantos quilogramas de farinha vão ser colocados em cada pote?</td><td>3,9 ÷3-?</td><td>Decimal ÷ Natural = Decimal</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Questões Algébricas</td><td>Questão 7: Comprei cinco camisas de mesmo preço. Se gastei um total de 70 reais quanto custou cada?</td><td>5x?=70</td><td>Natural x Natural = Natural</td></tr>
<tr><td>Questão 10: Comprei cinco camisas de mesmo valor por R$73,50. Quanto custou cada uma?</td><td>5x?-73,50</td><td>Natural x Decimal = Decimal</td></tr>
<tr><td>Questão 8: O quíntuplo de um número é 30. Qual é esse número?</td><td>?x5-30</td><td>Natural x Natural = Natural</td></tr>
<tr><td>Questão 11: O triplo de uma certa quantidade é 12,6. Qual é essa quantidade?</td><td>?x3-12,6</td><td>Decimal x Natural = Decimal</td></tr>
<tr><td>Questão 9: Distribui 28 brinquedos igualmente entre algumas crianças. Cada criança recebeu 4 brinquedos. Quantas crianças participaram da distribuição?</td><td>28÷?=4</td><td>Natural ÷ Natural = Natural</td></tr>
<tr><td>Questão 12: Ana distribuiu igualmente 2,8 litros de refrigerante entre algumas crianças. Cada criança recebeu 0,2 litros de refrigerante. Quantas crianças participaram da distribuição?</td><td></td><td>Decimal ÷ Decimal = Decimal</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado com base em Sá e Fossa (2008).

Como pode ser percebido nas questões, foram elaboradas questões que envolvessem somente números naturais, somente números decimais e esses dois tipos números.

4.3 Elaboração do questionário

A autora Vieira (2009) define o questionário como um instrumento de pesquisa constituído por uma série de questões sobre um tema específico, em que esse instrumento é apresentado aos participantes da pesquisa para que respondam às questões e entreguem o questionário preenchido de volta ao pesquisador, que transforma as respostas em estatísticas.

De acordo com Marconi e Lakatos (2002), e reforçado por Fachin (2006), o questionário deve ser limitado em extensão e em finalidade, pois se for muito extenso pode ocasionar fadiga e desinteresse ou se curto demais pode ter o risco de não obter informações suficientes. Ainda segundo as autoras, o questionário "obtém respostas que materialmente seriam inacessíveis" (MARCONI; LAKATOS, 2002, p. 99). Ainda, Gil (2008, p. 127) afirma que é "necessário considerar que de modo geral os respondentes não se sintam obrigados a responder ao questionário. Por essa razão convém que sejam incluídas apenas as questões rigorosamente necessárias para atender aos objetivos da pesquisa".

Quanto à forma de resposta do pesquisado, as perguntas componentes de um questionário podem ser classificadas em dois tipos de questões: abertas ou fechadas. As perguntas abertas, de acordo com Marconi e Lakatos (2002, p. 101), "[...] são as que permitem ao informante responder livremente, usando linguagem própria e emitir opiniões". Sampieri, Collado e Lucio (2013, p. 239) indicam que essas perguntas "não delimitam de antemão as alternativas de resposta, por isso o número de categorias é muito elevado; na teoria, é infinito, e pode variar de população a população".

Já as questões fechadas são apresentadas por Marconi e Lakatos (2002, p. 101-107) como "aquelas em que o informante escolhe sua resposta entre duas opções: sim e não" e as perguntas de múltipla escolha são "perguntas fechadas mas que apresentam uma série de possíveis respostas, abrangendo várias facetas do mesmo assunto”. No entanto, Sampieri, Collado e Lucio (2013, p. 235) apresentam as perguntas fechadas como as que “contêm categorias ou opções de resposta que foram previamente delimitadas” e indicam que pode haver mais de uma possibilidade de resposta. Então para compor o questionário utilizado nessa pesquisa de tese, foi elencado o tipo de questões fechadas com várias escolhas pré-definidas.

Além do dito anteriormente, Fachin (2006) indica que ao elaborar um questionário, deve ser considerado seu propósito. Reforça que essa é uma das partes mais delicadas e que as perguntas devem ter um propósito para se atingir o que se quer pesquisar. Com base nessas orientações, o questionário é apresentado com a indicação do propósito de cada pergunta. Conforme Quadro 3

Quadro 3 - Questões que compõem o questionário utilizado na pesquisa

	Descrição da questão	**Finalidade da questão**
Referentes ao estudante e familiares	1. Idade: _____ anos	Verificar se a idade tem interferência nos resultados da pesquisa realizada.
	2. Gênero: ☐ Masculino ☐ Feminino	Verificar se o gênero interfere nos resultados da pesquisa realizada.
	3. Em qual tipo de escola você estudou o ano passado? ☐ Municipal ☐ Estadual ☐ Federal ☐ Particular	Verificar se a esfera de administração escolar interfere nos resultados da pesquisa realizada.
	4. Você é repetente dessa série? ☐ Não ☐ Sim	Verificar se a idade tem interferência nos resultados da pesquisa realizada.
	5. Você trabalha de forma remunerada? ☐ Não ☐ Sim ☐ Às vezes	Verificar se o exercício de atividade remunerada realizada pelo estudante interfere nos resultados da pesquisa realizada.
	6. Você costuma fazer compras? ☐ Não ☐ Sim ☐ Às vezes	Verificar se a atividade de fazer compras e usar valores monetários interfere nos resultados da pesquisa realizada.
	7. Qual a escolaridade do seu responsável masculino? ☐ Fundamental Incompleto ☐ Fundamental ☐ Médio ☐ Superior	Verificar se devido à pessoa paterna há interferência nos resultados da pesquisa realizada.
	8. Qual a escolaridade do seu responsável feminino? ☐ Fundamental Incompleto ☐ Fundamental ☐ Médio ☐ Superior	Verificar se devido à pessoa materna há interferência nos resultados da pesquisa realizada.
	9. Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática no dever de casa? ☐ Professor Particular ☐ Pai ou mãe ☐ Irmão ou irmã ☐ Ninguém ☐ Outro:___	Verificar se a pessoa que ajuda nos deveres de casa interfere nos resultados da pesquisa realizada.

Referentes à relação do estudante com a matemática e seu estudo	10. Você gosta de Matemática? ☐ Não gosto ☐ Gosto um pouco ☐ Gosto ☐ Gosto muito	Verificar se o gosto do estudante pela Matemática causa interferência nos resultados da pesquisa realizada.
	11. Você tem dificuldade em aprender Matemática? ☐ Não ☐ Um pouco ☐ Sim	Verificar se a dificuldade do estudante em aprender Matemática interfere nos resultados da pesquisa realizada.
	12. Você se distrai nas aulas de matemática? ☐ Não, eu sempre presto atenção ☐ Na maioria das vezes eu me distraio ☐ Sim, eu não consigo prestar atenção	Verificar se a concentração do estudante durante as aulas de Matemática interfere nos resultados da pesquisa realizada.
	13. Com que frequência você estuda matemática fora da escola? ☐ Todos os dias ☐ Somente nos finais de semana ☐ Só na véspera da prova ☐ Não estudo fora da escola	Verificar se algum dos modelos de estudos em casa interfere nos resultados da pesquisa realizada.
	14. Geralmente, como são suas notas em matemática? ☐ Acima da média ☐ Na média ☐ Abaixo da média	Verificar se se o quantitativo numérico de avaliação interfere nos resultados da pesquisa realizada.
	15. Qual operação você mais tem dificuldade em matemática? ☐ Adição ☐ Subtração ☐ Multiplicação ☐ Divisão	Verificar se o aprendizado em alguma operação matemática específica interfere nos resultados da pesquisa realizada.

Referentes à prática docente no estudo de matemática	16. As aulas de matemática despertam sua atenção para aprender os conteúdos ministrados? □ Não □ Sim □ Às vezes	Verificar se a atratividade nas aulas de Matemática interfere nos resultados da pesquisa realizada.
	17. Quais formas de atividades e/ou trabalhos seu(sua) professor(a) de matemática mais utiliza para avaliação da aprendizagem? □ Provas/Simulados □ Testes semanais □ Seminários □ Pesquisas □ Projetos	Verificar se as atividades realizadas em sala de aula interferem nos resultados da pesquisa realizada.
	18. Como a maioria das suas aulas de matemática são iniciadas? □ Iniciam pela definição seguida de exemplos e exercícios □ Iniciam com a história do assunto para depois explorar os conceitos □ Iniciam com uma situação problema para depois introduzir o assunto □ Iniciam com um modelo para situação e em seguida analisando o modelo □ Iniciam com jogos para depois sistematizar os conceitos	Verificar se a introdução realizada pelo professor nas aulas interfere nos resultados da pesquisa realizada.
	19. Como o(a) seu(sua) professor(a) costuma praticar o conteúdo de matemática? □ Apresentar uma lista de exercícios para serem resolvidos □ Solicitar que os alunos procurem questões sobre o assunto para resolver □ Apresentar jogos envolvendo o assunto □ Não propõe questões para praticar o conteúdo estudado □ Solicitar que os alunos resolvam os exercícios do livro didático	Verificar se o modelo utilizado para praticar o conteúdo estudado em sala interfere nos resultados da pesquisa realizada.

Fonte: Elaborado com base em Silva (2015b).

Conforme pode ser observado no Quadro 3, o questionário foi composto por 19 questões que são enquadradas em 3 grupos, a saber: 1) Questões pessoais referentes ao estudante; 2) Questões referentes à relação do estudante com a matemática e seu estudo; e 3) Questões referentes à prática docente no estudo de matemática.

Com esses grupos de questões, acredita-se a observação sobre as dimensões do contexto estudantil.

4.4 Teste Qui-Quadrado como instrumento de análise dos dados produzidos

Normalmente a estatística está associada a números, tabelas, gráficos e símbolos matemáticos que são utilizados no momento de organizar e apresentar os dados de uma pesquisa quantitativa. Mas, como indica Barbetta (2012, p. 15), "a estatística pode estar presente nas diversas etapas de uma pesquisa social, desde o seu planejamento até a interpretação de seus resultados, podendo, ainda, influenciar na condução do processo da pesquisa".

Ainda de acordo com o Barbetta (2012, p. 227), um instrumento bastante utilizado em pesquisas sociais é o Teste Qui-Quadrado, que "pode ser usado em problemas de pesquisas com amostras independentes com a variável resposta qualitativa (categórica)". Como exemplo, pode ser utilizado na comparação entre métodos de ensino para estudantes, cuja variável resposta é o resultado aprovado ou reprovado. Outro exemplo: na comparação das populações de homens e mulheres quanto ao voto em uma determinada eleição, com variável resposta sendo votou ou não votou em determinado candidato.

O Teste Qui-Quadrado, representado por , é um teste estatístico aplicado a dados categóricos para avaliar quão provável é que qualquer diferença observada aconteça ao acaso. Mais especificamente, Levine et al (2008) indica ser um teste de hipóteses que tem objetivo de encontrar um valor de dispersão para duas variáveis categóricas nominais e avaliar a associação existente entre variáveis qualitativas. O Teste de Qui-Quadrado é considerado um teste não paramétrico, pois não depende de parâmetros populacionais como a média e a variância (LEVINE *et al*., 2008). O princípio que serve de base para esse teste é a possibilidade de comparar proporções e possíveis divergências entre as frequências observadas e as frequências esperadas em um determinado evento. Esse teste é útil a variadas áreas de pesquisa, como saúde, economia, ciências naturais e biológicas, entre outras.

O Teste de Qui-Quadrado pode ser utilizado em dois casos: 1) Para verificar se a frequência com que um determinado acontecimento observado em uma amostra se desvia significativamente ou não da frequência com que ele é esperado; e 2) Para comparar a distribuição de diversos acontecimentos em diferentes amostras, a fim de avaliar se as proporções observadas destes eventos mostram ou não diferenças significativas ou se as amostras diferem significativamente quanto às proporções desses acontecimentos (LARSON; FARBER, 2010).

5 Análises e Resultados

Para análise dos resultados tabulados obtidos no teste aditivo, no teste multiplicativo e no questionário, foi escolhido o Teste Qui-Quadrado. Essa escolha se deu devido aos instrumentos utilizados gerarem informações não-paramétrica, não-normal e a possibilidade de informar se os dados são dependentes ou independentes (questões com números naturais e questões com números decimais) e, para atingir o objetivo da pesquisa realizada, foi estabelecido $\alpha = 0{,}05$ para o p-valor obtido no teste, que remete a uma confiança de 95% no estabelecimento de hipóteses.

Para realizar o Teste Qui-Quadrado foi utilizado o programa Prism em sua versão 8.2 para o sistema operacional Windows, desenvolvido por GraphPad Software. A escolha desse software se deu por, apesar de ser em língua inglesa, este ter uma interface bem intuitiva e possuir recurso de Prism Labs, que é um novo modo de detectar ajustes "ruins", além de fornecer indicação de ajuste no teste ou um teste mais apropriado conforme os dados introduzidos no software (GRAPHPAD SOFTWARE, 2020).

5.1 Análise do teste aditivo

O Quadro 4 mostra uma síntese do Teste Qui-Quadrado realizado com as questões aditivas analisadas anteriormente, em que fica evidente que em questões aditivas há a associação procurada para todos os tipos de questões, tanto em questões aritméticas quanto em questões algébricas.

Quadro 4 - Síntese do Teste Qui-Quadrado realizado com as questões aditivas

Questões	**Tipo de questão**	**Qui-quadrado obtido (X^2>3,841)**	**Significância obtida (P-valor<0,5)**	**Associação**
1 e 4	Aditiva aritmética	20,120	<0,0001	Há associação
2 e 5	Aditiva aritmética	17,200	<0,0001	Há associação
3 e 6	Aditiva aritmética	8,773	0,0031	Há associação
7 e 10	Aditiva algébrica	35,890	<0,0001	Há associação
8 e 11	Aditiva algébrica	8,415	0,0037	Há associação
9 e 12	Aditiva algébrica	21,950	<0,0001	Há associação
1 a 6	Aditiva aritmética	48,990	<0,0001	Há associação
7 a 12	Aditiva algébrica	59,990	<0,0001	Há associação
1 a 12	Aditiva aritmética ou algébrica	125,300	<0,0001	Há associação

Fonte: Dados da pesquisa.

Conforme o objetivo traçado na pesquisa, com esses Testes Qui-Quadrados realizados, pode ser concluído que a escolha da operação em questões aditivas com números naturais está associada à escolha da operação em questões aditivas com números decimais, seja na relação individual das questões, na relação em questões aditivas aritméticas, na relação em questões aditivas algébricas ou em todas as relações aditivas estudadas.

Também, ao realizar uma comparação entre questões aditivas aritméticas e questões aditivas algébricas, pode ser percebida a diminuição de estabelecimentos de relações de acertos na escolha da operação das questões aritméticas (natural para decimal) para as questões algébricas (natural para decimal). Sem considerar as relações de escolha de operação entre naturais e decimais, os resultados dos estudos de Jucá (2014) e Santos (2017) já indicaram que há dificuldade maior em resolver questões do tipo algébrico em comparação às questões do tipo aritmético.

A menor dificuldade em resolver questões do tipo aritmético em relação às questões do tipo algébrico reforçam a ineficiência de resolução de questões matemáticas baseada diretamente nas palavras-chave. Essa situação já era observada em vários estudos descritos anteriormente, como Nesher e Teubal (1975), Bell, Swan e Taylor (1981), Justo (2004), Guimarães (2009), Moretti e Brandt (2014), Miranda (2014), Beck e Silva (2016) e Xin (2019).

5.2 Análise do teste multiplicativo

Conforme o objetivo traçado na pesquisa, com esses Testes Qui-Quadrados realizados, como nos testes aditivos, pode ser concluído que a escolha da operação em questões multiplicativas com números naturais está associada à escolha da operação em questões multiplicativas com números decimais, seja da relação individual das questões, da relação em questões multiplicativas aritméticas, da relação em questões multiplicativas algébricas e em todas as relações multiplicativas estudadas. A síntese dos resultados é apresentada no Quadro 5.

Quadro 5 - Síntese do Teste Qui-Quadrado realizado com as questões multiplicativas

Questões	**Tipo de questão**	**Qui-quadrado obtido (X^2>3,841)**	**Significância obtida (P-valor<0,5)**	**Associação**
1 e 4	Multiplicativa aritmética	59,190	<0,0001	Há associação
2 e 5	Multiplicativa aritmética	23,290	<0,0001	Há associação
3 e 6	Multiplicativa aritmética	45,500	<0,0001	Há associação
7 e 10	Multiplicativa algébrica	67,450	<0,0001	Há associação
8 e 11	Multiplicativa algébrica	48,060	0,0037	Há associação
9 e 12	Multiplicativa algébrica	24,210	<0,0001	Há associação
1 a 6	Multiplicativa aritmética	132,200	<0,0001	Há associação
7 a 12	Multiplicativa algébrica	137,300	<0,0001	Há associação
1 a 12	Multiplicativa aritmética ou algébrica	306,700	<0,0001	Há associação

Fonte: Dados da pesquisa.

Também como nos testes aditivos, ao realizar uma comparação entre questões multiplicativas aritméticas e questões multiplicativas algébricas, pode ser percebida a diminuição de estabelecimentos de relações de acertos na escolha da operação das questões aritméticas (natural para decimal) para as questões algébricas (natural para decimal). Sem considerar as relações de escolha de operação entre naturais e decimais, além do teste aditivo realizado anteriormente, os resultados dos estudos de Jucá (2014) e Santos (2017) já indicaram que há dificuldade maior em resolver questões do tipo algébrico em comparação às questões do tipo aritmético.

Além das comparações entre questões aritméticas e questões algébricas, agora há a possibilidade de fazer comparação entre as questões aditivas e questões multiplicativas. Novamente os resultados obtidos nessa pesquisa convergem com os dados obtidos nos estudos de Jucá (2014) e Santos (2017), em que os estudantes mostram maior dificuldade nas questões multiplicativas do que nas questões aditivas.

Novamente, assim como nos testes aditivos, no teste multiplicativo houve menor dificuldade para resolver as questões do tipo aritmético em relação às questões do tipo algébrico. O que, conforme indicado anteriormente, pode ser vestígios relacionados à ineficiência de resolução de questões matemáticas baseada diretamente nas palavras-chave, como estudado por como Nesher e Teubal (1975), Bell, Swan e Taylor (1981), Justo (2004), Guimarães (2009), Moretti e Brandt (2014), Miranda (2014), Beck e Silva (2016) e Xin (2019).

5.3 Análise do questionário

Para realizar a análise dos questionários com o auxílio do Teste Qui-Quadrado, é necessário estabelecer um parâmetro referente aos acertos e erros no estabelecimento de escolha da operação em questões com números naturais e em questões com números decimais. Então foram estabelecidos dois grupos conforme os 178 questionários respondidos, o primeiro grupo denominado 'Recorte Positivo' é composto pelos estudantes que estabeleceram corretamente 50% ou mais a escolha da operação nas questões espelho do teste aditivo (pelo menos 3 de um total de 6) e 50% ou mais a escolha da operação nas questões espelho do teste multiplicativo (pelo menos 3 de um total de 6). Os dados totais são apresentados no Quadro 6.

Quadro 6 - Representação quantitativa referente aos Recortes Positivos e Negativos

Recorte	**Quantidade de estudantes**	**Representação proporcional**
Recorte Positivo (Acertou mais que 50% ou mais em cada teste)	72	40,45%
Recorte Negativo (Acertou menos que 50% em cada teste)	106	59,55%
Total	178	100,00%

Fonte: Dados da pesquisa.

Outras simulações de recortes com 1 a 6 acertos no estabelecimento de relações entre as questões espelho do teste aditivo e do teste multiplicativo também são mostradas no Quadro 7.

Quadro 7 - Representação quantitativa referente a outros Recortes Positivos e Negativos conforme acertos mínimos

Acertos mínimos de escolha da operação nas questões espelho no teste aditivo e no teste multiplicativo	**Recorte Positivo (Igual ou acima da quantidade de acertos estabelecida)**	**Recorte Negativo (Menor que a quantidade de acertos estabelecida)**
1	136 (76,40%)	42 (23,60%)
2	107 (60,11%)	71 (39,89%)
3	72 (40,45%)	106 (59,55%)
4	50 (28,09%)	128 (71,91%)
5	22 (12,36%)	157 (87,64%)
6	5 (02,81%)	173 (97,19%)

Fonte: Dados da pesquisa.

Em relação à tabulação dos questionários, houve estudantes que deixaram questões em branco. Portanto os valores quantitativos totais dos obtidos em cada questão podem variar a cada questão, mas sempre menores que o total de 173 questionários respondidos. Assim como no Teste Aditivo e no Teste Multiplicativo, as questões deixadas em branco não foram utilizadas na realização do Teste do Qui-Quadrado.

Antes de iniciar as análises, é fundamental destacar que as hipóteses estabelecidas pelos testes se restringem ao espaço amostral pesquisado. Desse modo, não há embasamento para generalizar os resultados para o universo. Uma situação para exemplificar essa restrição à amostra da pesquisa é a forma predominante na indicação dos estudantes sobre o modo que o professor costuma praticar o conteúdo estudado, em que 141 dos 172 estudantes que responderam essa questão indicaram o mesmo item. Logo, em alguma situação hipotética em que há mais variações nas indicações dos estudantes em relação ao modo do professor praticar o conteúdo estudado, os resultados podem ser diferentes dos obtidos nessa pesquisa.

Com o intuito de realizar uma síntese dos Testes Qui-Quadrado sobre as questões, o Quadro 8 mostra os resultados obtidos a cada questão que compunha o Questionário com a realização de separação por grupo de questão, questão e resultado do Testes Qui-Quadrado.

Quadro 8 - Síntese dos Testes Qui-Quadrado por questão

	Descrição da questão	**Resultado do Teste Qui-Quadrado**
Referentes ao estudante e familiares	1. Idade	Não há associação
	2. Gênero	Não há associação
	3. tipo de escola você estudou o ano passado	Não há associação
	4. é repetente dessa série	Não há associação
	5. trabalha de forma remunerada	Não há associação
	6. costuma fazer compras	Não há associação
	7. escolaridade do seu responsável masculino	Não há associação
	8. escolaridade do seu responsável feminino	Não há associação
	9. Quem lhe ajuda nas tarefas de matemática no dever de casa	Não há associação
Referentes	10. gosto de Matemática	Há associação
	11. dificuldade em aprender Matemática	Há associação
	12. se distrai nas aulas de matemática	Há associação
	13. frequência você estuda matemática fora da escola	Há associação
	14. como são suas notas em matemática	Há associação
Referentes à prática docente no estudo de matemática	15. operação que mais tem dificuldade em matemática	Não há associação
	16. As aulas de matemática despertam sua atenção para aprender os conteúdos ministrados?	Não há associação
	17. Quais formas de atividades e/ou trabalhos seu(sua) professor(a) de matemática mais utiliza para avaliação da aprendizagem?	Não há associação
	18. Como a maioria das suas aulas de matemática são iniciadas	Não há associação
	19. Como o(a) seu(sua) professor(a) costuma praticar o conteúdo de matemática?	Não há associação

Fonte: Dados da pesquisa.

Os estudantes que participaram da pesquisa são produtos da comunidade no qual estão inseridos e cercados por fatores internos e externos a eles. Na convivência no seu lar, com seus familiares, à convivência no ambiente escolar, com demais estudantes e com profissionais da educação, são encontradas as experiências que moldam o ser social desse indivíduo, que desenvolvem sua capacidade cognitiva, comportamental, social e emocional. O

Quadro 8 coleciona questões que envolvem os fatores domiciliar, emocional e escolar do estudante, classificando-os em três grupos de questões.Os resultados mostrados no Quadro 8 trazem o destaque de que todas as questões que compõem cada um dos três grupos tiveram o mesmo resultado para o Teste Qui-Quadrado. Ou seja, todas as questões componentes do mesmo grupo obtiveram o mesmo resultado "Não há associação" ou "Há associação". Desse modo, o resultado do Teste Qui-Quadrado é indicado no Quadro 9.

Quadro 9 - Resultado por grupo de questões

Grupo de Questões	**Resultado do teste Qui-quadrado**
Referente ao estudante e famíliares	Não há necessidade
Referente a relação do estudante com a matemática e seu estudo	Há associação
Referente a prática docente no estudo de matemática	Não há associação

Fonte: Dados da pesquisa.

Portanto, sem a intenção de generalizar para todos os estudantes e inferindo indicações em que são resguardadas ao grupo estudados, pode ser percebido com os resultados obtidos pelo Questionário que os fatores que definem como o estudante se relaciona com a matemática e seu estudo exercem associação na escolha das operações durante a resolução de problemas matemáticos. Enquanto fatores externos ao estudante, como atividades comerciais, o nível de ensino estudado por seus responsáveis ou o método de aula do professor em sala, não foram indicados como fatores influenciadores na pesquisa.

O fato de a todo momento ser destacado o cuidado para se atentar às limitações dessa pesquisa é que esses resultados são inerentes a esses estudantes, pois, como um exemplo, há marcas contrastantes nesses estudantes, justificadas talvez por serem da mesma escola, na qual se observa uma tendência de indicarem um volume grande do mesmo item em alguma questão específica, em que estudantes acertaram ou erraram a escolha da operação ao terem o mesmo processo de ensino nessa escola, algo que tem a possibilidade de não ocorrer caso a pesquisa seja realizada com um grupo de estudantes com maior variação nas respostas dos itens de algumas questões.

6 Conclusão

Considerando-se a experiência de anos lecionando nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio, foi constante a observação de estudantes com dificuldades em resolver questões relativamente simples que envolvam álgebra para aquele nível de ensino. Diante dessas dificuldades está a escolha da operação a ser utilizada em determinadas questões matemáticas, situação essa que se aprofundava quando as operações necessárias eram de multiplicação ou divisão.

Ainda na Introdução, foram lembradas frases que os estudantes enunciavam quando o autor da pesquisa ainda atuava no ensino fundamental de uma escola municipal. As perguntas e afirmações eram em relação a qual operação deveria ser empregada na resolução de algum problema específico. “Essa continha é de mais ou de menos?”, “Esse problema usa multiplicação ou divisão?”, “Está escrito ‘ganhou’, então a questão é de mais.”, “Está escrito que ela ‘dividiu’, então nessa questão usa divisão”, dentre várias outras perguntas e afirmações. As respostas dadas pelo professor podem nem sempre satisfazer o estudante, pois como usar a subtração em uma questão que indica que alguém ganhou algo? Ou como usar multiplicação em uma questão que claramente alguém dividiu algo? Então as noções de questões aritméticas e algébricas podem servir de embasamento para o professor explicar o motivo pelo qual algumas questões com o termo “ganhou” são resolvidas com adição e outras com o mesmo termo “ganhou” são resolvidas com subtração. Assim como algumas questões com o termo “dividiu” são resolvidas com divisão e outras com o mesmo termo “dividiu” são resolvidas com multiplicação.

Diante dessa problemática, essa pesquisa analisou os testes aditivos, os testes multiplicativos e os questionários aplicados à estudantes de uma escola pública. Os resultados desses testes e questionários foram analisados estatisticamente pelo Teste Qui-Quadrado. Assim, essa pesquisa foi elaborada com o objetivo de analisar se a escolha da operação em questões matemáticas que envolvem números decimais está associada à escolha da operação em questões matemáticas que envolvem números naturais.

Diante desse objetivo, pode ser estabelecido que a pesquisa realizada o atingiu de forma satisfatória, pois os dados obtidos pelos testes compostos por questões aditivas e os testes compostos por questões multiplicativas do tipo aritméticos e do tipo algébrico com números naturais e com números decimais, após processamento do Teste Qui-Quadrado, indicaram que há associação estatística entre a escolha da operação tanto em questões com números naturais como em questões com número decimais.

Ainda, foi realizada a aplicação do questionário em que pôde ser constatado que as motivações dos estudantes que obtiveram sucesso nos testes (o parâmetro estabelecido foi acerto igual ou maior que 50% de cada teste) estão associados, para esse grupo de estudantes pesquisados, com fatores individuais da relação do estudante com o estudo e com a matemática.

Ao realizar o Teste Qui-Quadrado nos dados de todas as questões espelho, de questões agrupadas por Questões Aritméticas e Questões Algébricas e de todas as questões como um único grupo, os resultados no Campo Conceitual Aditivo puderam mostrar que a escolha da operação está estatisticamente associada em questões com números decimais e questões com números naturais.

Ainda nos testes com questões aditivas, pôde ser observado que há mais erros em Questões Algébricas Aditivas do que em questões Aritméticas Aditivas, esse resultado corrobora com os resultados das pesquisas de Jucá (2014) e Santos (2017).

Os resultados no Campo Conceitual Multiplicativo puderam mostrar que a escolha da operação está estatisticamente associada em questões com números decimais e questões com números naturais. Nesses testes multiplicativos foi possível averiguar que a quantidade de erros em Questões Algébricas foi maior do que a quantidade de erros em Questões Aritméticas. Tal fato também é convergente com os resultados das pesquisas de Jucá (2014) e Santos (2017).

Em comparação com os resultados dos testes aditivos, pôde ser percebido que a quantidade de erros em Questões Multiplicativas é maior do que a quantidade de erros em Questões Aditivas. Desse modo, tem-se que as Questões Aditivas Aritméticas são as que tiveram menos erros e as Questões Multiplicativas Algébricas são as que tiveram mais erros.

Portanto, disso, pode ser concluído que as Questões Aditivas oferecem menos dificuldade ao estudante que as Questões Multiplicativas e as Questões Aritméticas oferecem menos dificuldade ao estudante que as Questões Algébricas. Que, em sua combinação, as Questões Aditivas Aritméticas são as que oferecem menor dificuldade de resolução e as Questões Multiplicativas Algébricas são as que oferecem maior dificuldade de resolução. Mais uma vez indo de encontro aos resultados já obtidos por Jucá (2014) e Santos (2017).

Em relação aos resultados dos testes, há a necessidade de destacar que alguns estudantes deixaram algumas questões em branco, o que não permitiu uma análise sobre erro e acerto visto que não há a possibilidade de compreender o motivo pelo qual determinada questão tenha ficado em branco, seja por não conseguir escolher a operação ou não querer responder à questão mesmo sabendo como o fazer. Assim, teria sido interessante voltar ao lócus de pesquisa para realizar uma entrevista com o estudante, mas tal oportunidade foi perdida devido à pandemia de covid-19.

Já os resultados dos questionários mostraram que, para esse grupo específico de estudantes, os itens referentes à relação do estudante com a matemática e seu estudo estão estatisticamente associados à escolha da operação pelo estudante. Há a necessidade de contextualizar esses resultados, pois não há base para afirmar que em um outro contexto social os fatores que não geraram influência para esse grupo de estudantes também não gerariam para outro grupo de estudantes. Para exemplificar, o item sobre a atuação do professor em sala de aula pode não ter influenciado os resultados desse grupo de estudantes por serem somente 1 professor na mesma escola e, diante de estudantes de uma mesma comunidade e com os mesmos materiais disponibilizados pela instituição de ensino, podem ter a mesma postura em suas aulas. Assim, como todos os estudantes tiveram experiências muito semelhantes com o mesmo professor, a postura do professor não deve influenciar nos resultados. Assim, se fosse em outro contexto, outros estudantes, com mais professores e mais escolas envolvidas o resultado em relação os itens do questionário podem ser diferentes.

Com a tese "A habilidade de escolher corretamente a operação em questões de uma operação que envolvem números decimais está estatisticamente associada com habilidade de escolher corretamente a operação em questões de uma operação que envolvem números naturais" provada nessa pesquisa, é esperado que o trabalho docente tenha também foco na escolha da operação de questões matemáticas com números naturais e que, após os estudantes estarem familiarizados com essa escolha, a transição da resolução de questões com números naturais para a resolução de questões com números decimais pode ser mais específica sobre os procedimentos das operações com números decimais do que na escolha da operação para resolver questões matemáticas, pois se o estudante estiver familiarizado com a escolha da operação ao estudar questões com números naturais, essa familiaridade de escolha da operação é estendida ao estudo com questões com números decimais.

Pesquisas posteriores podem estudar pontualmente como explorar a escolha da operação em casos específicos ao serem compostas com números decimais. Um exemplo desse tipo de pesquisa foi a de Bell, Fischbein e Greer (1984) que já evidenciaram uma maior dificuldade em resolver questões multiplicativas em que os números decimais entre 0 e 1, pois conforme Bell, Swan e Taylor (1981) e Prediger (2009), fatores devidos a conceitos equivocados, como a multiplicação sempre tornar o valor inicial maior ou a divisão sempre tornar um valor inicial menor, são levados para estágios de estudos mais elevados se não forem corrigidos em um estágio inicial.

Outra oportunidade de pesquisa é analisar se o estudante acertar a operação, ele também resolve corretamente a questão matemática indicada. Em que, ainda, pode realizar um comparativo entre questões com números naturais e questões com números decimais.

Por fim, devido a pesquisa aqui relatada ter um resultado baseado em uma amostra que não permite a generalização do resultado. Estudos posteriores, com amostras maiores que envolvam escolas e estudantes de outros estados regiões necessitam ser realizadas para que se possa afirmar ou não o resultado neste trabalho.

REFERÊNCIAS

AFEKENSTAM, Adolf; GREGER, Karl. Some aspects of children's ability to solve mathematical problems. **Educational Studies in Mathematics**, v. 14, n. 4, p. 369-384, 1983.

BARBETTA, Pedro Alberto. **Estatística aplicada às Ciências Sociais**. 8ª. ed. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2012.

BECK, Vinícius Carvalho; SILVA, João Alberto. A busca por valor desconhecido em problemas aditivos: uma possibilidade de desenvolvimento do pensamento algébrico na alfabetização. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 9, n. 1, p. 64-85, 2016.

BELL, Alan et al. Children's performance on multiplicative word problems: elements of a descriptive theory. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 5, p. 434-449, 1989.

BELL, Alan; FISCHBEIN, Efraim; GREER, Brian. Choice of operation in verbal arithmetic problems: the effects of number size, problem structure and context. **Educational Studies in Mathematics**, v. 15, p. 129–147, 1984.

BELL, Alan; SWAN, Malcolm; TAYLOR, Glenda. Choice of operation in verbal problems with decimal numbers. **Educational studies in Mathematics**, v. 12, n. 4, p. 399-420, 1981.

BURCH, Robert L. Formal Analysis as a Problem Solving Procedure. **Journal of Education (New England)**, v. 136, p. 44-47, 1953.

FACHIN, **Odília. Fundamentos de Metodologia**. 5ª. ed. São Paulo: Saraiva, 2006.

FISCHBEIN, Efraim et al. The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 6, n. 1, p. 3-17, 1985.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6ª. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GOMES, Romeu. Análise e interpretação de dados de pesquisa. In: DESLANDES, Suely Ferreira; GOMES, Romeu; MINAYO, Maria Cecília (Org.). **Pesquisa social:** teoria, método e criatividade. Petrópolis: Vozes, 2009. p. 79-108.

GRAPHPAD SOFTWARE. **Prism Labs**. GraphPad, 2020.

GREER, Brian. Nonconservation of multiplication and division involving decimals. **National Council of Teachers of Mathematics**, v. 18, n. 1, p. 37-45, 1987.

GUIMARÃES, Sheila Denize. Problemas de estrutura aditiva: análise da resolução de alunos de 3ª série do ensino fundamental. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 4, n. 1, p. 5-17, 2009.

HART, Kathleen M. **Children's understanding of mathematics**. London: John Murray, 1981.

JUCA, Rosineide De Sousa. **Um estudo das competências e habilidades na resolução de problemas aritméticos aditivos e multiplicativos com os números decimais**. 2014. 283 f. Belém: Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2014.

JUSTO, Jutta Cornelia Reuwsaat. **Mais. ou menos?**.: a construção da operação de subtração no campo conceitual das estruturas aditivas.

2004. 131 f. Porto Alegre: Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004.

LARSON, Ron; FARBER, Betsy. **Estatística aplicada**. Tradução de Luciane Ferreira Pauleti Vianna. 4ª. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

LEVINE, David M. et al. **Estatística**: teoria e aplicações. Tradução de Teresa Cristina Padilha de Souza. 5ª. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Metodologia do trabalho científico**. 5ª. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2002.

MARSHALL, Sandra P. Affect in schema knowledge: source and impact. In: MCLEOD, Douglas B.; ADAMS, Verna M. (Org.). **Affect and mathematical problem solving: a new perspective**. New York: Springer-Verlag, 1989. p. 49-58.

MARTINEZ, Enrique Castro. **Niveles de comprensión en problemas verbales de comparación multiplicativa**. Granada: Comares, 1995.

MIRANDA, Mirtes de Souza. **Uma investigação sobre a (re)construção do conhecimento de professores participantes de um grupo que estuda o campo conceitual aditivo**. 2014. f. São Paulo: Dissertação (Mestrado) - Universidade Bandeirante Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014.

MORETTI, Méricles Thadeu; BRANDT, Celia Finck. Dificuldades na resolução de problemas aditivos a uma operação: ponto de encontro esclarecedor à luz da noção de congruência semântica. **Acta Scientiae** v. 16, n. 3, p. 553-577, 2014.

NESHER, Perla; TEUBAL, Eva. Verbal cues as an interfering factor in verbal problem solving. **Educational Studies in Mathematics**, v. 6, p. 41–51, 1975.

PREDIGER, Susanne. "…Because 'of' is always minus…": students explaining their choice of operations in multiplicative words problems with fractions. In: TZEKAKI, Marianna; KALDRIMIDOU, Maria; SAKONIDIS, Haralambos (Org.). **Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Thessaloniki, Greece: [s.n.], v. 4, 2009. p. 401-408.

SÁ, Pedro Franco de. **Os problemas envolvendo as quatro operações e a unidade do pensamento linear**. 2003. 203 f. Natal: Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rrio Grande do Norte, Natal, 2003.

SÁ, Pedro Franco de; FOSSA, Jhon Andrew. Uma distinção entre problemas aritméticos e algébricos. **Revista Educação em Questão**, Natal, v. 33, n. 12, p. 253-278, dez. 2008.

SÁ, Pedro Franco de; FOSSA, John Andrew. Arithmetic word problems and algebra word problems. **Estudos em Educação Matemática**, v. 5, n. 1, p. 38-53, 2012.

SAMPIERI, Roberto Hernández; COLLADO, Carlos Fernandez; LUCIO, Pilar Baptista. **Metodologia de Pesquisa**. 5ª. ed. Porto Alegre: McGraw-Hill, 2013.

SANTOS, Robério Valente. **O ensino de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais com números naturais**. 2017. 393 f. Belém: Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2017.

SCHWARTZ, Stuart E.; BUDD, Diane. Mathematics for handicapped learners: a functional approach for adolescents. **Focus on Exceptional Children**, v. 13, n. 7, p. 1-12, 1981.

SILVA, Benedita das Graças Sardinha da. **Ensino de problemas envolvendo as quatro operações por meio de atividades**. 2015. 223 f. Belém: Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2015b.

VERGNAUD, Gérard. **A criança, a matemática e a realidade:** problemas do ensino da matemática na escola elementar. Tradução de Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: UFPR, 2009.

VIEIRA, Sonia. **Como elaborar questionários**. São Paulo: Editora Atlas, 2009.

XIN, Yan Ping. The effect of a conceptual model-based approach on 'additive' word problem solving of elementary students struggling in mathematics. **ZDM**, v. 51, n. 1, p. 139-150, 2019.

ZWENG, Marilyn J. One point of view: the problem of solving story problems. **The Arithmetic Teacher**, v. 27, n. 1, p. 2-3, 1979

REFERÊNCIA DA TESE:

LOPES, Thiago Beirigo. **A associação entre as habilidades de escolher a operação em questões envolvendo números naturais e questões envolvendo números decimais**. 2020. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática. Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2020.

APRESENTAÇÃO DOS AUTORES:

Thiago Beirigo Lopes

É Doutor em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (2020). Atualmente é Professor EBTT de Matemática efetivo com dedicação exclusiva do Instituto Federal de Mato Grosso - IFMT. Também é Editor-Gerente da Revista Prática Docente (ISSN 2526-2149) e Líder do Grupo de Pesquisa Ensino de Ciências e Matemática no Baixo Araguaia, registrado no CNPq. Incentivador de Acesso Aberto para publicações científicas. Endereço para correspondência: Av. Vilmar Fernandes, 300, Bairro Santa Luzia,

Campus do IFMT, Confresa, Mato Grosso, Brasil, CEP: 78.652-000.
E-mail: thiago.lopes@ifmt.edu.br
Lattes: http://lattes.cnpq.br/6989605096245375
ORCID: http://lattes.cnpq.br/4323922632919962

Pedro Franco de Sá

É Doutor em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2003). Professor Titular de Educação Matemática do Departamento de Matemática, Estatística e Informática desde 2013. Endereço para correspondência: Tv. Djalma Dutra, s/n, Bairro Telegrafo, Belém, Pará, Brasil, CEP: 66.000-000.

E-mail: pedro.sa@uepa.br
Lattes: http://lattes.cnpq.br/4323922632919962
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8986-2787

CAPÍTULO 8 - PROCESSOS DE SUPERAÇÃO DOS OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS NA HISTÓRIA DO CONCEITO DE LIMITE DE FUNÇÃO: potencialidades conceituais e didáticas para a formação de professores de matemática

Mônica Suelen Ferreira de Moraes
Iran Abreu Mendes

Resumo:

As dificuldades em Cálculo no Ensino Superior têm sido muito discutidas em diversos estudos em Educação Matemática e apontam para o fato de que o ensino e a aprendizagem das noções envolvidas apresentam questões que merecem ser aprofundadas particularmente em relação ao conceito de limite. Neste trabalho tomamos como questão de pesquisa: como os obstáculos epistemológicos foram superados ao longo do desenvolvimento histórico do conceito de limite de função? A partir desta pergunta, delimitamos como objetivo: discutir os processos de superação dos obstáculos epistemológicos, surgidos no desenvolvimento histórico do conceito de limite de função, com vistas a apontar potencialidades para a abordagem do tema na licenciatura em matemática. Para alcançar esse objetivo, fizemos uma revisão bibliográfica sobre o desenvolvimento histórico do conceito de limite de função em manuais de história da matemática, publicados em língua portuguesa, espanhola e inglesa, bem como em obras produzidas por filósofos, matemáticos e epistemólogos que se dedicam a estudos sobre o assunto, principalmente no que concerne às contribuições matemáticas produzidas por D'Alembert, Cauchy e Weiertrass. Com base nos princípios referentes à análise de conteúdo, interpretamos os processos de superação dos obstáculos epistemológicos concernentes ao assunto, tanto em sua perspectiva conceitual, como didática.

Palavras-chave: História do cálculo. Limite de função. Obstáculo epistemológico. Ensino de cálculo.

1 Introdução

As dificuldades em aprender e ensinar Matemática no Ensino Superior têm sido muito discutidas em diversos estudos na área de Educação Matemática. No que tange ao Cálculo Diferencial e Integral, várias pesquisas apontam para o fato de que o ensino e a aprendizagem das noções envolvidas apresentam questões que merecem ser aprofundadas, tais como a dificuldade de manipulação algébrica de visualização de funções, de compreender a definição formal de limite, entre outras. Isso porque muitos estudantes apresentam grandes dificuldades no domínio e compreensão desses conteúdos, principalmente na apreensão dos conceitos envolvidos, em função das tarefas que enfocam aspectos operatórios.

O Cálculo, enquanto conhecimento matemático trabalhado na licenciatura, apresenta noções contraditórias às ideias intuitivas dos alunos, como as noções "todo e parte" nos conjuntos infinitos, noções de limite, continuidade, entre outras (SBEM, 2003). Ao refletir sobre o desenvolvimento conceitual de limite, percebemos o entrelaçamento desta noção com os conceitos de variável e continuidade. E no que diz respeito ao seu ensino, entraves marcantes no entendimento de variável e continuidade que se refletem em lacunas na apreensão ao conceito de limite.

Os conceitos que deram início ao Cálculo, variação, continuidade e infinitesimal, levaram séculos para serem aceitos no pensamento matemático ao longo da história. Vários foram os entraves desde o pensamento antigo grego de separar o discreto, ligado ao conceito de número, e o contínuo ligado ao pensamento geométrico, motivado pelo "horror ao infinito", até a invenção e formalização do Cálculo como conhecemos atualmente.

Nos remetemos a esses entraves como obstáculos epistemológicos, no sentido de Bachelard (1996), pois foram conflitos que ocorreram ao longo do desenvolvimento histórico de alguns conceitos matemáticos entre o conhecimento antigo e o novo, o que possibilitou a criação do Cálculo. Bachelard (1996) institui a noção de obstáculo epistemológico no contexto do desenvolvimento da ciência, da produção de conhecimento, não para os processos de aprendizagem. Nesse sentido, Brousseau (1997) apresenta essa noção no âmbito dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, mantendo a ideia do conflito de conhecimentos de estados inferiores, que funcionavam em determinado contexto, mas que em situações de um estado superior, se configura como obstáculo epistemológico.

Diante desta problemática e procurando contribuir na compreensão do desenvolvimento conceitual de limite, tendo em vista a sua importância na formação matemática de professores de matemática, anunciamos a seguinte pergunta de pesquisa: como os obstáculos epistemológicos foram superados ao longo do desenvolvimento histórico do conceito de limite de função? A partir deste problema, delimitamos como objetivo: discutir os processos de superação dos obstáculos epistemológicos surgidos no desenvolvimento histórico do conceito de limite de função com vistas a apontar potencialidades para a abordagem do tema na licenciatura em matemática.

Optamos por analisar a superação dos obstáculos epistemológicos ao longo do desenvolvimento histórico da Matemática, ou seja, no desenvolvimento do conceito de limite, embasados em Bachelard (1996) por entendermos que o conhecimento se constrói a partir da superação desses entraves, que particularmente na Matemática, promove extensão de conhecimento.

Neste sentido, traçamos alguns objetivos específicos: identificar os obstáculos epistemológicos abordados pela produção científica concernente ao conceito de limite; construir uma história acerca do conceito de limite de função, considerando as discussões sobre obstáculos epistemológicos, no sentido de Bachelard (1996); analisar os processos de superação dos obstáculos epistemológicos do conceito de limite de função, tomando como fonte de análise manuais de história da matemática, historiadores e epistemólogos da matemática.

Com isso, defendemos a tese de que o obstáculo epistemológico é uma situação desafiadora que promove a extensão ou ressignificação conceitual em matemática para a superação dos desafios, ou seja, o obstáculo epistemológico, no desenvolvimento histórico da matemática, sempre foi superado na medida em que os estudos foram reformulando princípios, métodos e significados conceituais, convergindo para a ampliação do campo conceitual e avançando em direção à resposta para esses obstáculos. É nessa mesma perspectiva epistemológica que os estudos sobre métodos de ensino, por meio das mais variadas possibilidades didáticas, têm apresentado resultados satisfatórios, mas que não são absolutos nem definitivos, embora viáveis e possíveis de sofrerem transformações didáticas por parte de quem ensina, conforme as necessidades advindas dos desafios surgidos em sala de aula.

2 Fundamentação Teórica

O embasamento teórico deste trabalho permeia a noção de obstáculo epistemológico apresentada por Bachelard (1996) com relação ao desenvolvimento epistemológico de conceitos científicos ao longo da história. A compreensão de Brousseau (1976; 1986; 1997) sobre obstáculo epistemológico, também é evidenciada neste trabalho para que fique clara a diferença conceitual destes dois autores e por quais motivos adotamos Bachelard (1996).

Segundo Bachelard (1996), a noção de obstáculo epistemológico pode ser estudada mediante o desenvolvimento histórico do pensamento científico, sendo que é ao aprofundarmos a noção de obstáculo epistemológico que conferimos pleno valor espiritual à história deste pensamento. Na epistemologia de Bachelard (1996), o desenvolvimento da ciência se dá por um processo descontínuo, no qual há a necessidade de se romper com o conhecimento anterior, para construir um novo. Assim, alguns dos principais obstáculos epistemológicos abordados por Bachelard (1996), que não só causam a estagnação da construção do pensamento científico, mas também contribuem para o seu retrocesso são: experiência primeira; conhecimento geral; obstáculo verbal; conhecimento unitário e pragmático; obstáculo substancialista; obstáculo animista; obstáculos do conhecimento quantitativo.

Assim, alguns dos principais obstáculos epistemológicos abordados por Bachelard (1996), que não só causam a estagnação da construção do pensamento científico, mas também contribuem para o seu retrocesso são: experiência primeira; conhecimento geral; obstáculo verbal; conhecimento unitário e pragmático; obstáculo substancialista; obstáculo animista; obstáculos do conhecimento quantitativo.

Brousseau (1976; 1986; 1997), embasado em Bachelard, transporta essa noção para o âmbito do ensino de Matemática ao afirmar que os obstáculos de origem epistemológica são inerentes ao saber e podem ser identificados ao longo da história da Matemática, quando se observa as dificuldades que os matemáticos encontraram para a compreensão e utilização desses conceitos, pois esse tipo de obstáculo é constitutivo do próprio conhecimento.

É assim que para Brousseau (1986) um obstáculo epistemológico é sempre um conhecimento e não um estado de ausência de conhecimento. Nesse sentido, ainda que os obstáculos possam ser detectados entre as dificuldades, estas deverão ser sempre reformuladas a fim de serem caracterizadas como conhecimentos propriamente ditos. O obstáculo deve possuir tanto um domínio no qual ele se revele pertinente, válido e eficaz, como também um domínio no qual esse mesmo conhecimento se revele inadaptado, falso ou ineficaz e, portanto, uma fonte de erros. O obstáculo é um tipo de conhecimento que oferece uma resistência que deve ser identificada, atestada e explicada.

Para identificação desses obstáculos, Brousseau (1989) propõe um método de pesquisa e indica que devemos encontrar erros sistemáticos e concepções em torno das quais esses erros se agrupam. Em seguida, encontrar obstáculos na história da matemática, e confrontar os obstáculos históricos com os obstáculos que se manifestam no ato da aprendizagem.

Bachelard (1996, p. 28) afirma que “a história da matemática é maravilhosamente regular. Conhece períodos de pausa. Mas não conhece períodos de erro”, nesse sentido, para ele na matemática não há obstáculos epistemológicos. Entendemos que não há obstáculos epistemológicos na matemática porque eles vêm sendo superados ao longo do seu próprio desenvolvimento. Neste sentido, o que estamos denominando de obstáculos epistemológicos, corroborando com as ideias de Bachelard (1996), referem-se às dificuldades enfrentadas e superadas no desenvolvimento dos conceitos matemáticos como é o caso da noção de limite, foco deste artigo.

Sobre esse posicionamento, Asimov (1996) afirma que na matemática, diferentemente de outras ciências, não há correção significativa, só extensão. Cada matemático acrescenta algo ao que já está posto, com uma base sólida e funcional. Também entendemos que a matemática não apresenta crise no seu desenvolvimento, não há ruptura que represente uma modificação extrema, ou seja, mudança de paradigma, no sentido de Thomas Kuhn (1996), que negue o anterior. Esse ponto de vista fortalece a premissa de que a matemática em si não apresenta obstáculos epistemológicos em conceitos já formalizados, pois para desenvolvê-lo, já ocorreu o processo de superação desses obstáculos epistemológicos.

Schubring (2018) também levanta uma reflexão sobre a existência de obstáculos epistemológicos em matemática, questionando se os números negativos podem ser tomados como exemplo de obstáculos epistemológicos. Schubring (2018) apresenta uma análise sobre o desenvolvimento histórico desses números questionando o conceito de obstáculo epistemológico dado como uma "sonolência" individual, considerando que as escolhas realizadas ao longo do desenvolvimento deste conceito foram feitas com pleno conhecimento das epistemologias concorrentes.

Nossa perspectiva de utilização do conceito de obstáculo epistemológico se aproxima da proposta de Schubring (2018) que assume que as reflexões de Bachelard (1996) podem ser usadas para esclarecer as dificuldades dentro dos desenvolvimentos conceituais. Schubring (2018) defende que precisamos estudar os conceitos matemáticos como foram desenvolvidos considerando a época e a cultura na qual se situam.

Nossa intenção nesta pesquisa não foi de reduzir a história como fonte para identificar erros cometidos no passado por matemáticos ao desenvolverem determinados conceitos, mas sim, identificar obstáculos superados ao longo do desenvolvimento do conceito de limite e analisar as formas de superação ocorridas no contexto do desenvolvimento histórico, por entendermos que a Matemática é construída a partir do enfrentamento e superação de obstáculos epistemológicos.

3 Análises e Resultados

Neste tópico apresentamos uma escrita histórica sobre o conceito de limite a partir da análise de manuais de História da Matemática, de obras de historiadores e de epistemólogos da Matemática, com o intuito de evidenciar os processos de superação dos obstáculos epistemológicos deste conceito na construção do conhecimento matemático.

Ao longo da história, percebemos que nas situações problemas que surgiram nas sociedades que estavam sendo formadas, despertaram o interesse pelo desenvolvimento e registro do pensamento matemático, dando início, portanto, aos fundamentos da Matemática. O desenvolvimento do Cálculo seguiu um caminho longo e irregular e, no sentido mais formal, foi moldado no século XVII, no entanto, as questões das quais surgiu haviam sido colocadas mais de dezessete séculos antes do começo de nossa era. Desde sua origem até sua formalização, o seu desenvolvimento se deu advindo das ideias de vários estudiosos.

3.1 Desenvolvimento Histórico do Conceito de Limite: Newton e Leiniz

Até o fim do século XVII, já se tinham feito muitas integrações, muitas cubaturas, quadraturas, processo de diferenciação e muitas tangentes a curvas haviam sido construídas, a ideia de limite já fora concebida e o teorema fundamental reconhecido no âmbito do desenvolvimento do Cálculo. Eves (2011), aponta que "faltava ainda a criação de um simbolismo geral com um conjunto sistemático de regras analíticas formais e também um redesenvolvimento, consistente e rigoroso, dos fundamentos da matéria" (p. 435).

Por volta de 1666, Isaac Newton (1643 - 1727) sintetizou um estudo baseado no que ele chamava de "método de fluxões", no qual as noções de movimento desempenharam um papel central e significativo. O primeiro livro no qual Newton delineia seu cálculo foi o *De analysi per aequationes numero terminorum infinitas*, publicado em 1711, onde o autor descreve a extensão do uso da palavra "análise", argumentando que os algoritmos matemáticos que lidam com processos infinitos são tão respeitáveis quanto aqueles que se aplicam à álgebra ordinária, concedendo assim um espaço considerável ao método das "séries infinitas". Boyer (1959) enfatiza que a contribuição de Newton está no reconhecimento de que tudo isso constitui parte de uma nova análise: a aplicação de processos infinitos ao estudo geral de funções.

Para Baron e Bos (1985), três ideias fundamentaram a invenção do Cálculo por Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1716): seu interesse pelo simbolismo e pela notação vinculada à sua ideia de uma linguagem simbólica geral; o reconhecimento de que somar sequências e tomar as suas diferenças são operações inversas e que a determinação de áreas e a de tangentes são operações inversas; e, o uso de um triângulo característico para deduzir transformações gerais de áreas.

Boyer (1959) destaca que o elemento essencial na invenção do cálculo por Leibniz, foi o reconhecimento, em 1676, de que também estava construindo uma análise nova e universal. Em seus primeiros artigos publicados, Leibniz expôs que seu novo método não apresentava impedimentos para funções irracionais ou transcendentes.

Newton e Leibniz chegaram ao Cálculo através de caminhos diferentes. Não só é diferente a linguagem com que ambos expressaram as ideias fundamentais do Cálculo, mas também em termos de concepção pode-se verificar uma diferença grande entre os seus trabalhos. Tanto Newton quanto Leibniz podem ser considerados como os primeiros a expressar a ideia da reciprocidade entre a diferencial e a integral, que constitui o Teorema Fundamental do Cálculo. Mas as maneiras de ver o Cálculo eram distintas.

A compreensão do significado dessa situação levou cada um deles a desenvolver uma linguagem, uma lógica e um simbolismo para a nova matéria, conforme explica Boyer (1992). No entanto, nenhum dos dois "estavam em condições de apresentar uma fundamentação lógica convincente" (p. 21). Boyer (1992) aponta que Newton chegou mais próximo disso, quando descreveu sua ideia de "primeira e última razões".

Usando notações modernas, Boyer (1959) parafraseia a formulação de Newton descrevendo como a razão das quantidades "evanescentes" e . Newton esclarece que "por razão última das quantidades evanescentes deve-se entender a razão das quantidades, não antes de desaparecerem, nem depois, mas com as quais elas desaparecem" (p. 21).

Fazendo alusão aos fundamentos do novo conhecimento, Newton refere-se por vezes aos infinitesimais, outras aos limites, e ainda, à uma intuição física básica, sendo esta última abordagem a mais adotada posteriormente. Por outro lado, Leibniz e seus seguidores basearam o desenvolvimento da teoria sobre os diferenciais infinitamente pequenos, de primeira e segunda ordem.

Boyer (1959) mostra que, de modo geral, podemos dizer que Newton baseou seu Cálculo em noções de continuidade, enquanto Leibniz tomou como base a ideia discreta das mônadas. Ambas as maneiras de abordar o problema mostraram-se igualmente úteis, pois, enquanto não estava estabelecida a noção de limites, as ideias de movimento contínuo e de infinitésimos discretos surgiram como tentativas de esquematizar as primeiras impressões sensíveis quanto à variação.

Isso explica por que o Cálculo, nos estágios iniciais do seu desenvolvimento, estava cercado de conceitos de geometria do movimento, e com explicações de indivisíveis e infinitamente pequenos, pois estas ideias eram sugeridas pela intuição e experiência de continuidade.

Segundo Boyer (1996), Newton trabalhava com quantidades variáveis com um significado baseado na noção de movimento contínuo, as considerando a partir do movimento contínuo de pontos, retas e planos. Ele não considerava as variáveis como agregados de elementos infinitesimais.

Ao longo de seu trabalho, Newton fez referência aos infinitésimos, mas foi removendo até chegar a considerar que quantidades matemáticas não deveriam ser constituídas por momentos ou partes muito pequenas, mas sim como descritas pelo movimento contínuo. Newton sentia-se incomodado em interpretar suas proposições em termos de infinitesimais, preferindo usar velocidades, que também chamava de movimentos, mutações ou fluxões de quantidades. Assim, Newton refere-se ao seu Cálculo como o *Método das Fluxões*.

Já Leibniz tem outra maneira de encarar as coisas. Para Leibniz, a visualização do Cálculo se dá de forma estática, considerando as variáveis como percorrendo sequências de valores infinitamente próximos. No seu Cálculo há pouco uso de conceitos de movimento.

Conforme Baron e Bos (1985, p. 70), Leibniz entendia como necessários os infinitésimos, e construía sobre eles analogias, buscando uma visualização do Cálculo através de considerações discretas, através do diferencial: "A diferencial de uma variável é a diferença entre dois valores consecutivos de em uma sequência de números infinitamente próximos".

As concepções de Leibniz, quanto ao discreto, e a de Newton, quanto ao contínuo, recaíram na teoria do Cálculo, que posteriormente define melhor o que eram os números reais e a ideia de limite. Portanto, vemos que ambas as abordagens de Newton e Leibniz são caminhos a invenção do Cálculo.

O Cálculo foi um grande instrumento matemático descoberto no século XVII, pois se mostrou notavelmente eficiente para atacar diversos problemas não resolvidos em tempos anteriores. Com isso, diversos pesquisadores da época foram atraídos a utilizá-lo, mesmo que de modo despreocupado com os seus fundamentos, até porque para a concepção matemática da época, o rigor utilizado satisfazia. Segue-se para os séculos XVIII e XIX a tarefa de melhor fundamentar o Cálculo, conforme o que se entendia por rigor em cada época, bem como o refinamento de muitos conceitos importantes de outros ramos da matemática.

3.2 O conceito de limite por d'Alembert, Cauchy e Weierstrass

Apresentamos as concepções de limite tratadas por D'Alembert, Cauchy e Weierstrass a partir de manuais de História da Matemática, Boyer (1996), (1992), Eves (2011), Bos (1985), Roque (2018), Collette (1985, 1993), Cajori (2007), Katz (2010), de maneira integrada, para compreender como a noção de obstáculo epistemológico pode ser observada nas descrições feitas por esses autores.

O primeiro matemático a destacarmos nesta análise é Jean Le Rond D'Alembert (1717 - 1783). Segundo Collete (1985) D'Alembert foi o primeiro a reconhecer a necessidade de uma teoria do limite a fim de oferecer ao Cálculo bases irrepreensíveis, permitindo a transição da filosofia especulativa em direção a uma construção rigorosa. Ele considerava que a fundamentação do Cálculo se encontraria na ideia de limite. Segundo Eves (2011), para D'Alembert era preciso desenvolver uma teoria dos limites bem estruturada para colocar em bases firmes os fundamentos da análise.

Em um artigo sobre a "diferencial", D'Alembert afirmou que "a diferenciação de equações consiste simplesmente em achar os limites da razão de diferenças finitas de duas variáveis na equação", assumindo que "uma quantidade é alguma coisa ou é nada", oposto ao ponto de vista de Leibniz e Euler, excluindo a noção de diferenciais como grandezas infinitamente pequenas (BOYER, 1996, p. 311). Neste mesmo artigo, D'Alembert:

> Concordou com Euler em que não existia qualquer absurdo em considerar o rácio 0:0 porque este pode de facto ser igual a qualquer quantidade que seja. Mas a ideia central do cálculo diferencial é que é o limite de um certo rácio à medida que as quantidades envolvidas se aproximavam de 0 (KATZ, 2010, p. 749).

O método de D'Alembert para limites é muito parecido com o método da primeira e última razões (CAJORI, 2007). Segundo Boyer (1996), a expressão "primeira a última razão" de Newton foi interpretada por D'Alembert como um limite em vez de uma primeira ou última razão de duas quantidades que estão apenas surgindo. Na razão limite de Newton, como explica Cajori (2007, p. 342) as magnitudes deles e a razão não são achadas, pois quando são tomados e igualados não existem o arco nem a corda. "A corda e o respectivo arco não são tomados por Newton como sendo iguais antes de tornarem-se nulos, nem depois disto, mas quando se anulam". Para D'Alembert:

> (...) uma grandeza é o limite de outra grandeza quando a segunda pode aproximar-se da primeira tanto quanto se queira, embora a primeira grandeza nunca possa exceder a grandeza da qual ela se aproxima; de modo que a diferença entre tal quantidade e seu limite é absolutamente indeterminável (BARON; BOS, 1985, p. 28).

Boyer (1996) apresenta essa definição da seguinte maneira:

"chamou quantidade o limite de uma segunda quantidade [variável] se a segunda pode se aproximar da primeira de mais perto que por qualquer quantidade dada (sem coincidir com ela)" (p. 311). E Katz (2010), "diz-se de uma magnitude que é o limite de outra magnitude quando a segunda se pode aproximar da primeira dentro de qualquer dada magnitude, por muito pequena que seja, embora a segunda magnitude nunca possa exceder a magnitude de que se aproxima" (p. 750). Eves (2011) não apresenta a definição de limite posta por D'Alembert.

Esta compreensão de limite foi apresentada no verbete "Limite", de 1765, conforme as narrativas de Bos (1985) e Roque (2018), D'Alembert afirma que a quantidade não pode ultrapassar seu limite nem o atingir; o limite sempre se aproxima, chegando cada vez mais perto da quantidade, mas difere sempre dela tão pouco quanto se queira.

Para Boyer (1996), a imprecisão nessa definição foi removida nas obras de matemáticos do século dezenove. Nesta última afirmação, mais uma vez Boyer (1996) não considera o ferramental matemático ou ausência dele na época de D'Alembert criticando a falta de rigor ao enunciar o seu conceito de limite.

Podemos considerar que há um obstáculo epistemológico na associação da passagem ao limite com um movimento físico, quando no momento de "aproximar-se tanto quanto se queira" ou "se aproxima chegando cada vez mais perto da quantidade", enquanto a noção de limite é entendida formalmente como "estática".

Para Collete (1993), a formulação do conceito de limite de D'Alembert sofreu de uma fraseologia insuficientemente definida e as vezes demasiadamente vaga para que fora aceita por seus contemporâneos. A ideia dele, segundo Katz (2010), não foi seguida pelos seus sucessores do século dezoito, perpetuaram-se as ideias de Leibniz e Euler em lugar das ideias mais justas e rigorosas de D'Alembert. Ele propõe a derivada como um limite, e sua definição de limites em termos de uma variável que se aproxima a quantidade fixa tanto como qualquer quantidade dada. Collette (1993) afirma que D'Alembert não inclui a etapa até o limite, mas apresenta a melhor definição de limite da época, dando status a esse conceito como base fundamental para o Cálculo.

D'Alembert afirmava, segundo Roque (2018), que o uso das quantidades infinitamente pequenas pode abreviar as demonstrações, mas que ainda assim elas não devem ser aceitas, já que é preciso deduzir as propriedades das curvas com "todo o rigor" necessário.

Sem os infinitésimos, D'Alembert definiu infinitamente grande em termos de limites. Prosseguiu definindo quantidades infinitamente grandes de ordem superior de modo parecido ao utilizado atualmente ao tratarmos de ordens de infinito em relação a funções.

Boyer (1996) afirma que D'Alembert negava o infinito atual, pois pensava em grandezas geométricas e não na teoria dos conjuntos proposta um século depois. No entato, conforme Collette (1993), D'Alembert não negava a existência do infinito atual, pois para ele, o infinito da matemática é o limite das quantidades finitas, nesse sentido, pode ser igual a um número tão grande quanto se queira. Cajori (2007) esclarece que ele favoreceu a teoria dos limites e considerou o infinito como um nada, a não ser como um limite do qual o finito se aproxima sem nunca o alcançar.

Podemos evidenciar um obstáculo epistemológico neste contexto, dado que a presença da noção de infinitamente pequeno dificultou a noção de limite, mas ao mesmo tempo o infinitesimal também foi um fator de progresso uma vez que a noção de limite foi desenvolvida em parte na reação contra o infinitamente pequeno.

Uma das desvantagens apontadas por Baron (1985) no conceito de limite de D'Alembert é a afirmação de que a variável não pode alcançar seu limite. Entendemos o pressuposto de que as variáveis são contínuas em seus domínios e não ultrapassam certos valores. Nesse sentido, o conceito de limite toca na questão da continuidade referente ao conceito de variável. Sem uma explicação mais sólida sobre isso, o conceito de limite não foi bem aceito.

As terminologias utilizadas para conceituar limite até aqui dão a ideia de movimento no tempo, a variável deve aumentar ou diminuir com relação ao seu limite, mas não deve oscilar, nem voltar, se remetendo a uma noção geométrica da diferença entre uma grandeza variável e uma grandeza constante, se manifestando como mais um obstáculo epistemológico a ser superado posteriormente. D'Alembert, considerando as variáveis como crescentes ou decrescentes, remete a ideia clara de limite como uma fronteira, pois só pode estar situado na fronteira do domínio da variável.

Roque (2018) esclarece que o desenvolvimento das ideias fundamentais do Cálculo não se deu somente no interior da Matemática. Durante os séculos XVII e XVIII, as discussões acerca de sua natureza e legitimidade dos métodos infinitesimais se inseriam em um domínio amplo que incluía além da Matemática, a Filosofia e a Física. Bos (1985) salienta que não havia uma distinção clara entre a análise e campos da Física Matemática. Até neste ponto, o Cálculo lidava principalmente com variáveis, até se desenvolver a noção de função pela utilização desta noção nos diversos campos das ciências naturais, e se entender a ideia de o Cálculo operava com funções.

Faremos um breve comentário de como os autores dos manuais abordam as contribuições de Leonhard Euler (1707 - 1783) para o desenvolvimento do Cálculo, por mais que não tenha uma formulação para a noção de limite por ser determinante a conceituação de função apresentada por este matemático.

Conforme Boyer (1996), Euler tornou o cálculo diferencial e o método dos fluxos parte da "análise", o estudo de processos infinitos, com fundamental importância para a ideia de função definida por ele como "qualquer expressão analítica formada daquela quantidade variável e de números ou quantidades constantes" (p. 306), tornando o cálculo em um campo de estudos primariamente geométrico.

Não foi explicitado por Euler o que ele chamara de expressão analítica, para Bos (1985), mas pareciam incluir expressões algébricas e expressões que envolviam funções elementares transcendentais. Numa posterior explicação de Euler, chamou de função "qualquer variável que dependa de outra de tal modo que, quando a segunda varia, a primeira também varia" (BOS, 1985, p. 36).

Boyer (1996) considera ingênua a atitude de Euler somente considerar funções bem-comportadas. Entendemos esse julgamento feito por Boyer (1996) advindo de um olhar do hoje para o passado, sem valorizar os feitos de Euler pelo que havia disponível na época. Bos (1985) esclarece que Euler supunha que as funções, de modo geral, fossem bem-comportadas, pois tinham as mesmas propriedades que as expressões analíticas mais comuns. Essa suposição remonta a "problemas" de continuidade e diferenciabilidade.

Conforme Bos (1985), Euler afirmou em 1755, em seu livro sobre cálculo, que quantidades infinitamente pequenas não existiam, argumentando que as quantidades menores que qualquer quantidade finita são iguais a zero. Entretanto, para Euler os zeros podem ter uma razão finita. Assumia que diferenciais são símbolos para quantidades que são zero, mas, no entanto, são qualitativamente diferentes.

Segundo Collette (1993), Euler e Lagrange se esforçaram, sem muito êxito, para estabelecer o Cálculo sobre o formalismo do conceito de função analítica. Antes de Cauchy, muitos autores, com excessão de Bolzano, utilizaram a ideia geométrica de limite.

Entre as abordagens de Euler, Roque (2018) observa que a operacionalização algébrica do cálculo de diferenças leibniziano é justificado com argumentos mecânicos, como o da possibilidade de dividir a matéria infinitamente, e teve uma intensa recepção no período da hegemonia do método analítico.

Bos (1985) faz uma reflexão sobre como "pensavam" os matemáticos anteriores a Cauchy sobre a fundamentação do Cálculo. Afirma que os matemáticos supunham que poderiam resolver este "problema" com um argumento profundo e inteligente, a ser posto no início dos livros de Cálculo e tudo que fora estudado estava "correto".

Nesta reflexão, podemos perceber como o autor considera o conhecimento matemático anterior como um obstáculo para a produção do conhecimento novo. Bos (1985) ainda considera que o problema só seria resolvido a partir do desenvolvimento do rigor (fazendo alusão ao rigor do século XIX) na definição dos conceitos básicos da análise.

O segundo matemático a ser destacado neste trabalho é Augustin-Louis Cauchy (1789 - 1857). Segundo Cajori (2007), Cauchy foi um dos líderes na introdução do rigor na análise, pois com ele começou o processo de "aritmetização". teve como motivação para o desenvolvimento de definições mais precisas dos conceitos no âmbito do Cálculo, segundo Boyer (1996), o estudo de variáveis reais e variáveis complexas que não eram possíveis de serem representadas em duas dimensões. Roque (2018) já apresenta como motivação a preocupação didática na maneira como Cauchy propôs reorganizar a análise de modo a explicar melhor seus conceitos básicos.

Para Collette (1993), Cauchy contribuiu de maneira sistemática para instaurar o rigor da análise, pois apresenta na obra *Leçons sur* *le calcul inifinitésimal* publicada, originalmente em 1823, o Cálculo diferencial e integral com grande rigor, e o conceito de limite constitui a pedra angular da sua análise. No prefácio da obra supracitada, Cauchy afirma que seu principal objetivo é "conciliar o rigor com a simplicidade que resulta da consideração das quantidades infinitamente pequenas" (COLLETTE, 1993, p. 311). O principal objetivo dos livros de Cauchy, segundo Bos (1985), seria reconciliar o rigor, da análise, com um entendimento mais simples sobre as quantidades infinitamente pequenas.

Para Cauchy, a variável é uma quantidade numérica indeterminada que inclui todos os valores determinados, sem exceção. As variáveis de Cauchy passavam por vários valores diferentes, mas não atingiam, necessariamente, todos os valores, isto é, elas podiam ser limitadas a um dado intervalo (ROQUE, 2018).

De acordo com Roque (2018), Cauchy definia função a partir da distinção entre variáveis independentes e dependentes: "quando quantidades variáveis são ligadas de modo que, quando o valor de uma delas é dado, pode-se inferir os valores das outras, concebemos ordinariamente essas várias quantidades como expressas por meio de uma delas que recebe, portanto, o nome de 'variável independente'" (p. 332). E as quantidades, expressas por meio da variável independente, são chamadas de funções desta variável.

Cauchy tornou fundamental o conceito de limite de D'Alembert dando-lhe um caráter aritmético mais preciso, dispensando assim a geometria e infinitésimos ou velocidades: "quando os valores sucessivamente atribuídos a uma variável se aproximam indefinidamente de um valor fixo de modo a acabar diferindo dele por tão pouco quanto se queira, este último chama-se o limite dos outros todos (BOYER, 1996, p. 355).

Para Collete (1993), nos textos de Cauchy, o conceito de limite se converte claramente em um conceito aritmético e apresenta o mesmo conceito exposto por Boyer (1996) "quando os valores sucessivamente atribuídos a uma mesma variável se aproximam indefinidamente a um valor fixo, de maneira que chega a diferir tão pouco como se queira dele, este último se chama o limite de todos os demais" (COLLETTE, 1993, p. 312). Cajori (2007, p. 508) também apresenta esta definição de limite trazida por Cauchy: “podemos dizer quando os sucessivos valores atribuídos à variável aproximam indefinidamente de um valor fixo tão pouco quanto se queira, este valor é chamado de limite de todos os outros”. E segundo Katz (2010, p. 913): “se os sucessivos valores atribuídos a mesma variável se aproximam indefinidamente de um valor fixo, de tal modo que difiram dele tão pouco quanto se queira, este último diz-se **limite** de todos os outros”.

Esta definição demonstra para Collette (1993) a ideia intuitiva de limite. Boyer (1992) não considera essa definição aceitável comparado ao que conhecemos como limite atualmente, por não esclarecer os papéis das variáveis dependente e independente, assumindo mais uma vez o olhar para a história com referências a atualidade.

Bos (1985) chama atenção para o conceito de variável de Cauchy ainda sugerir aumento ou decréscimos contínuos, apresentando um conceito de limite muito parecido com o de D’Alembert, sem excluir a possibilidade de a variável alcançar o seu limite, e se utilizando das vantagens da utilização da função e não de variáveis.

Boyer (1996) enfatiza ainda que Cauchy definiu o infinitésimo como uma variável dependente ao passo que outros o entendiam como um número fixo muito pequeno: “diz-se que uma quantidade variável se torna infinitamente pequena quando seu valor numérico diminui indefinidamente de modo a convergir ao limite zero” (p. 355), muito próximo da definição de continuidade que utilizamos hoje. Assim, os conceitos de função e limite de função eram fundamentais no Cálculo proposto por Cauchy.

Ainda sobre o infinitamente pequeno, Cauchy não considera uma quantidade infinitamente pequena como zero, nem como uma quantidade constante menor do que qualquer quantidade finita, mas sim como variável que se aproxima de zero (BOS, 1985).

Com Cauchy o limite se dissocia da ideia de quantidades infinitamente pequenas, como também fornece os elementos necessários para que essas quantidades se separem do aspecto metafísico presente até então. No entanto, conforme Boyer (1992) esta mesma noção de limite, encontra-se associado ainda a ideias intuitivas como valores sucessivos aproximar-se indefinidamente, e diferença tão pequena quanto se queira. Dessa forma, verificamos a presença de ideias de movimento que se caracterizam como obstáculo na definição de limite de Cauchy.

Percebemos um outro obstáculo epistemológico na definição de limite de Cauchy ligada a falta de simbologia adequada, pois ele não deixou clara a dependência entre a vizinhança do ponto em que se calcula o limite e o da proximidade do ponto que é o limite.

Para Roque (2018), ao procurarmos na obra de Cauchy antecedentes das noções modernas em análise, podemos nos deparar com erros que frustrarão nossas expectativas. Concordarmos com a autora ao afirmar que poderia ser mais proveitoso ver Cauchy como alguém que buscava um tipo de rigor que já não era o do século XVIII, fundado na algebrização, mas que também não era o rigor desenvolvido no século XIX.

Eves (2011) cita as contribuições de Cauchy, em 1821, para o Cálculo ao definir então continuidade, diferenciabilidade e integral definida em termos do conceito de limite, enfatizando que Cauchy não havia atingido o verdadeiro cerne das dificuldades na procura de uma fundamentação sólida para a análise, pois a teoria dos limites fora construída embasada em uma noção simples de número real. Eves (2011) não cita as definições dadas por Cauchy, nem aprofunda o assunto.

A noção de limite refere-se a funções cujos valores são pontos e não subconjuntos de um espaço topológico. O termo “diferença” que aparece de diferentes maneiras nas definições de limite deve ser entendido como determinado pela topologia do espaço. Se atualmente a ideia de limite está intimamente relacionada com a operação de fechamento topológico, a intuição geométrica, em algumas situações, influência o pensamento do mais próximo estar associado a fronteira do conjunto. Entendemos essa situação advinda de um obstáculo de cunho geométrico que só poderá ser superado com um conceito bem formado de número real.

Uma das grandes dificuldades da história do conceito de limite, compreendida também como obstáculo epistemológico, nesta altura, era de abstrair do contexto geométrico a cinemática, não para trabalhar a “grandeza”, mas sim os números. A noção de limite precisava destes obstáculos para que pudesse passar de um estágio embrionário para outro de sua construção. O aparecimento do conceito geral de função foi um ponto decisivo que permitiu no século XIX uma clara articulação da noção de limite livre da intuição geométrica e física.

No *Cours d'Analyse* (1821, Cap. II, § 2), Cauchy apresenta a definição de continuidade de função em termos de limite: "a função $f(x)$ é contínua entre dois limites dados, se para cada valor de x que esteja entre estes limites, o valor numérico da diferença $f(x+a)-f(x)$ diminui com de tal maneira que se torna menor do que qualquer número finito" (CAJORI, 2007, p. 535).

Segundo Collette (1993), a definição de continuidade de função de Cauchy teve as ambiguidades eliminadas por Karl Weierstrass (1815 - 1897), que propôs esta definição com o mérito de ser mais precisa e menos ambígua: " $f(x)$ é contínua em $x = x_0$, se para um número positivo arbitrariamente pequeno , é possível encontrar uma vizinhança de x_0 de amplitude δ tal que para todos os valores nessa vizinhança a diferença $|f(x)-f(x_0)| < \varepsilon$ quando $|x-x_0| < \delta$". Weiertrass estende a continuidade da função em um intervalo mostrando que é contínua em cada ponto desse intervalo.

Weierstrass intentou fundamentar a matemática, em particular a análise, com o máximo de rigor possível recorrendo também à intuição. A expressão "uma variável se aproxima de um limite" que se encontra na definição de Cauchy sugere implicitamente o tempo e o movimento. Weierstrass ressalta o conceito aritmético e interpreta simplesmente uma variável como "uma letra que representa qualquer valor de um conjunto dado", eliminando a ideia de movimento (COLLETE, 1993). Para Weierstrass, uma variável contínua é uma variável tal que se x_0 é qualquer valor do conjunto de valores atribuídos à variável e δ é um número positivo qualquer, tem outros valores da variável no intervalo $(x_0-\delta, x_0+\delta)$.

A primeira definição de limite de função em termos de ε e δ proposta por Weierstrass encontra-se em um curso de diferencial em 1861. Conforme Collete (1993), a formulação de Weierstrass precisa a expressão vaga "torna-se e permanece tão pequeno quanto qualquer quantidade dada" encontrada na definição de Cauchy, nestes termos: Se for possível determinar uma quantidade δ tal que para cada valor de h, menor em valor absoluto do que δ , $f(x+h) - f(x)$ é menor do que uma quantidade tão pequena quanto se queira, então se dirá que tem feito corresponder uma variação infinitamente pequena da variável para uma variação infinitamente pequena da função.

Com a noção de limite formulada, Weierstrass (1815 - 1897) formaliza o Cálculo, introduzindo a linguagem dos Épsilons (ε) e Deltas (δ). No tópico denominado "a aritmetização da análise", Boyer (1996) cita as contribuições de Weierstrass para o conceito de limite. Weierstrass tentou separar o Cálculo da geometria e baseá-lo no conceito de número. Percebeu que para fazer isso, era necessário dar uma definição de número irracional independente do conceito de limite. Então, Weierstrass decidiu a questão da existência do limite de uma sequência convergente tomando a própria sequência como número ou limite, corrigindo o erro lógico de Cauchy. Boyer (1996), nesta obra, não apresenta a definição formal de limite dada por Weierstrass.

O problema básico a ser resolvido concernente ao rigor em análise, segundo Bos (1985), estava relacionado ao conceito que quantidade, assumida essencialmente como geométrico até o século XVIII. Ao retirar desse conceito todas as conotações geométricas e tomar quantidade como número real, foi possível formalizar a análise.

Boyer (1992, p. 27), nesta outra obra, evidencia a definição do conceito de limite apresentada por Weierstrass: "diz-se que L é um limite da função $f(x)$ para o valor $x = a$ se, dado qualquer número positivo ε, existe um número positivo δ tal que $|f(x) - L| < \varepsilon$ para qualquer x que verifique $0 < |x - a| < \delta$. Nesta definição, é a função que tem um limite, não a variável. Percebemos que Boyer (1992) enaltece a beleza matemática desta definição, bem como a resolução das lacunas lógicas que ela, juntamente com o desenvolvimento do formalismo de outros conceitos à época resolvem no âmbito da Matemática.

Assim, segundo Eves (2011), Weierstrass defendeu um programa, a aritmetização da análise, no qual o sistema dos números reais fosse rigoroso e hoje a análise pode ser deduzida logicamente de um conjunto de postulados que caracterizem o sistema dos números reais. Eves (2011), Roque (2018), Cajori (2007) e Katz (2010) não apresentam a definição de limite de Weierstrass. Eves (2011) comenta de forma genérica a contribuição de Weierstrass para a formalização deste conceito e Roque (2018) foca no desenvolvimento do conceito de rigor desta época.

Ao observar os modos de apresentação do desenvolvimento do conceito de limite a luz de D'Alembert, Cauchy e Wieirstrass, percebemos, principalmente em Boyer (1996, 1992), Eves (2011), Cajori (2007) e Katz (2010) frases que remetem ao julgamento do passado com os olhos do presente. Roque (2018) e Collete (1993) são mais cuidados e críticos a este modo de analisar a história.

De modo geral, nesta análise percebemos o aspecto dinâmico como obstáculo epistemológico muito presente no conceito de limite até Weierstrass, que se deve, em grande parte, a aproximação dos conceitos matemáticos com outras áreas do conhecimento, que utiliza a Matemática como ferramenta de interpretação de fenômenos, permanecendo, até Cauchy, a questão de saber se uma grandeza variável atingiu o seu limite ou não.

Em seguida, temos os obstáculos relacionados à dificuldade de abstrair da geometria e da cinemática os elementos necessários para se trabalhar com números. Os obstáculos epistemológicos estavam ligados à interpretação geométrica das grandezas, à interpretação dinâmica do conceito de variável, e, às interpretações metafísicas dos conceitos de continuidade. Temos ainda os obstáculos relativos à noção de função que enfatiza a concepção de contínuo, nesse contexto, de Leibniz até Cauchy.

O livro *Conceitos Fundamentais da Matemática* do português Bento de Jesus Caraça, editado em 1951 em Lisboa/Portugal, é uma publicação que instrui o iniciante e requalifica o que já é especialista, ambos interessando-se pela originalidade da obra. Este livro não é apenas uma obra de matemática elementar, mas um livro relacionado à matemática que visa muito mais longe. Sendo a matemática sobretudo constituída de ideias, este livro é um meio de suprir carências e se sentir amplamente recompensado utilizando-o em paralelo com o que vai ou devia ir aprendendo nas aulas.

A análise realizada teve como foco a seção Conceito de Limite que está localizada da página 226 a 254, que é constituinte da *Parte 3 – Continuidade* da referida obra. A seção está dividida em 18 seções (13 a 31), no entanto foi realizada a análise de 8 dessas seções (13 a 21), por serem suficientes para o cumprimento do objetivo nesta pesquisa devido as demais seções serem relacionadas às propriedades de limite.

Na seção *13. Uma sucessão de comportamento Notável* o autor introduz por meio de exemplos que visam uma conclusão de forma intuitiva em que toma como base a sucessão numerável , $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \dots; a_n = \frac{n+1}{n}$, que não se trata evidentemente de uma sucessão infinitésima. No entanto, se for considerada a nova sucessão numerável chega-se à conclusão de que a sucessão é notavelmente um infinitesimal. Em seguida, na seção *14. Outras sucessões de comportamento semelhante*, o autor apresenta outras sucessões semelhantes ao primeiro exemplo dado, como $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots; a_n = \frac{n}{n+1}$.

Em sequência, na seção *15. Significado comum* o autor apresenta uma reflexão em relação às análises realizadas com as sucessões numeráveis e traz a seguinte questão: há sucessões numeráveis a_n em relação a cada uma das quais existe um número L que está relacionado com a sucessão de modo tal que a diferença $a_n - L$ é infinitésima com $\frac{1}{n}$. Ainda nessa seção, o autor começa a introduzir a simbologia da linguagem propriamente matemática, como e $n > n_1 \rightarrow |a_n - L| < \delta$, ainda $n > n_1 \rightarrow L - \delta < a_n < L + ($ . .

Na próxima seção, *16. Primeira definição de limite*, Caraça (1951, p. 231) anuncia uma definição de limite, por meio da generalização do comportamento de sucessões apresentadas anteriormente, em termos de infinitesimais, mantendo o aspecto dinâmico que foi um grande obstáculo epistemológico no desenvolvimento deste conceito. Definição III: Diz-se que a sucessão numerável a_n tem por limite o número L, quando n tende para infinito, e escreve-se

$$\lim_{n\to\infty} a_n = L$$

quando a diferença $a_n - L$ é infinitésima com $\frac{1}{n}$. Que, na prática e conforme for mais conveniente, o autor substitui as expressões explicitadas nas seções 13 e 14. Desse modo

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{n} = 1$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = 1$$

Na seção *17. A noção de limite e o conceito de interdependência,* Caraça (1951) afirma que o que se passa num ponto só pode ser entendido em interdependência com o que se passa em pontos vizinhos. Baseado nisto, anuncia outro conceito para limite “dizemos que a_n tem por limite L se a_n é vizinho de L quando n é vizinho de infinito. Que significa isto? Que L é para sucessão a_n o resultado da interdependência dos seus termos” (p. 233).

Na seção *18. Maneiras de dizer,* o autor segue numa explicação intuitiva sobre noção de limite e de vizinhança do infinito e pelo modo de pronúncia da relação estabelecida na primeira definição de limite. Caraça (1951) dá destaque à expressão “a sucessão numerável a_n tende para L””, refletindo sobre o significado de “tender para ser sinônimo de “aproximar-se de”, e diz que é mais que isso, pois para o autor é aproximar-se no sentido infinitesimal. Ainda nesta seção, o autor esclarece que é frequente ouvir que limite “é aquilo de que uma variável se aproxima indefinidamente sem nunca atingir”, que está errado, pois uma sucessão pode atingir seu limite.

Na abordagem das seções *19. A operação de passagem ao limite* e *20. Outro comportamento possível*, Caraça (1951) destaca que “estas maneiras de dizer são essencialmente *dinâmicas* - fazemos tender, passamos - indicativas duma atitude de espírito muito diferente da simples consideração *estática* dos termos da sucessão” (p. 234). Também é indicado algumas sucessões numéricas em que se faz tender ao infinito podem não ser vizinha de algum número, como $2,4,8,\ldots;\ a_n = 2^n$. O autor supracitado ainda indica que “em linguagem sugestiva podemos dizer que esta sucessão é tal que, quando se avizinha de infinito, a_n *se avizinha também de infinito*” (p. 235).

Caraça (1951), na seção *21. Segunda definição de limite*, ainda apresenta outras duas definições de limite que são complementares à primeira, em que estende o limite à vizinhança do infinito. Desse modo Definição IV e V: Diz-se que a sucessão numerável a_n tem por limite mais-infinito (menos-infinito) quando n tende para infinito e escreve-se

$$\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty \qquad \left(\lim_{n\to\infty} a_n = -\infty\right)$$

quando a todo o número positivo (negativo) se pode fazer corresponder um inteiro n_1 tal que

$$n > n_1 \to a_n > \Delta \qquad (n > n_1 \to a_n < -\Delta)$$

O livro *Ideias fundamentais da matemática*, do autor Manuel Amoroso Costa (1929; 1981) trata-se de um compêndio que reúne suas conferências e cursos ministrados, foi o primeiro livro publicado em língua portuguesa, no Brasil, que dialoga sobre a Filosofia da Matemática. Discutiu temas pouco explorados em sua época como: o que é a descoberta matemática? O que significa demonstrar? O que é definição? O que é rigor? Além de tratar sobre assuntos atuais para a época tal como os fundamentos da Geometria com as formalizações de Pasch, Veblen e Hilbert para a Geometria, Geometrias não-euclidianas e o problema da dimensionalidade. O objetivo da obra, segundo as palavras do próprio autor, era "expor em traços gerais a concepção atual da matemática pura, fruto em grande parte, do trabalho crítico realizado nos últimos cinqüenta anos. [...] mostrar como se apresentam, hoje em dia, o seu método e as suas diretrizes" (COSTA, l981, p. 177).

Nesta obra, Costa (1981) aborda as noções de variável e de limite, afirmando inicialmente que o desenvolvimento histórico da noção de variável se confunde com o da noção de função, e que a noção de limite, tem suas origens históricas nas especulações geométricas de Eudoxio de Cnido, cujo método de exaustão, frequentemente empregado por Arquimedes, é uma das raízes do cálculo infinitesimal na Antiguidade. Prossegue destacando que os gregos já possuíam a concepção de curva como limite de uma sucessão infinita de polígonos. E essa ideia aparece de novo no Renascimento, com o cardeal Nicolau de Cusa.

No Século XVI, Viete obtém a expressão da área de um círculo sob forma de produto infinito. Daí por diante, a ideia de limite se associa mais ou menos explicitamente ao desenvolvimento do algoritmo infinitesimal, desde os indivisíveis de Cavalieri até às fluxões de Newton e aos infinitamente pequenos de Leibniz. Deve-se a Wallis a primeira concepção propriamente aritmética · da noção de limite.

Wallis considera uma sucessão infinita de números $a_1, a_2, \cdots, a_y \cdots$ e um número tal que a diferença $a - a_y$ se torne inferior, em valor absoluto, a qualquer número dado, arbitrariamente pequeno, a partir de um certo valor do índice . Para Wallis, entretanto, como para os geômetras dos Séculos XVII e XVIII, a noção de limite não se desprende da intuição espacial. Esses geômetras aceitavam como evidente que todo o arco de curva geometricamente definido tem um comprimento determinado, que é o limite dos comprimentos dos polígonos inscritos.

É preciso chegar a Cauchy para se encontrar a ideia de que a existência do limite de urna sequência numérica resulta da lei segundo a qual se formam os termos da própria sequência, sem que intervenham razões de ordem geométrica. Cauchy define o número irracional como limite de uma sequência de números racionais, parecendo-lhe, aliás, evidente a existência desse limite.

Em seguida, Costa (1981, p. 259) apresenta a definição para a noção limite junto com a de variável:

> 57. A noção de limite. — Devemos agora introduzir a noção extremamente importante de limite, que se prende à de variável. Suponhamos que o domínio de uma variável x é um conjunto linearmente ordenado . Chamemos segmento de a todo o conjunto cujos elementos se acham situados entre dois elementos dados de . Seja um conjunto linearmente ordenado, do qual é parte integrante. Se é um elemento de , chama-se vizinhança de todo o segmento de tal que a esteja compreendido entre dois elementos quaisquer desse segmento. Diz-se então que é um elemento-limite do conjunto , se na vizinhança de , por pequena que seja, existem elementos de , podendo acontecer que também pertença a . Em outros termos, é um elemento-limite de , quando todo o segmento contendo contém uma infinidade de elementos de . Como caso particular, vejamos o que se entende por limite de uma sequência infinita de números
>
> $$a_1, a_2, \cdots, a_v \cdots$$
>
> Diz-se que tal sequência admite um limite (ou que a tende para a, quando o inteiro v cresce indefinidamente), se, quaisquer que sejam os números e , satisfazendo as desigualdades
>
> $$a' < a < a'',$$

> existe um inteiro n tal que a condição v > n implica
>
> $$a' < a_v < a''.$$
>
> Para exprimir esse fato, escreve-se:
>
> $$a = \lim_{v=\infty} a_v$$
>
> A variável x,, cujo domínio é a seqüência considerada, tende, pois, para o limite , se a diferença $x - a$, a partir de um certo valor do índice , é inferior em valor absoluto a um número positivo ε, tão pequeno quanto se queira. Demonstra-se que a existência e o valor do limite não dependem da ordem em que se consideram os valores da variável. A noção de limite generaliza-se no caso em que *a* é infinito. 'Dizer que se tem $a = +\infty$, equivale a dizer, seja qual for , existe um número tal que, para $v > n$, se tem $a' < a_v$.

Antes de apresentar a noção de limite, o autor, se preocupa em apresentar a noção de variável. Percebemos que Costa (1981) não enfatiza nesta definição a notação mais formal da definição de limite, mesmo com o uso da linguagem matemática, o autor se preocupa em explicar a noção intuitiva de limite sem perder de vista o aspecto estático mais formal do conceito.

Analisamos também a obra *Les Pincipes du Calcul infinitesimal* de René Guénon publicada em 1946 no qual apresenta alguns reflexos negativos da filosofia moderna na matemática e resgata o significado simbólico dos números e da geometria que permitem verificar, segundo o autor, o verdadeiro significado do cálculo infinitesimal.

Percebemos logo no prefácio que o autor faz uma crítica à exclusão do empirismo na produção do conhecimento científico, que nos leva a estendê-la ao excesso de logicismo e formalismo, que no âmbito do cálculo, para Guenón (2007) significa negar a própria prática que permitiu o seu desenvolvimento.

Concernente ao conceito de limite, nos detemos na análise do Capítulo XII da obra intitulado *La noción del limite* e do Capítulo XXIV, *Verdadera concepción del paso al limite* (p. 113-115). A noção intuitiva de limite apresentada por Guénon (2007), enfatiza o aspecto dinâmico presente neste conceito, demonstrando como o autor considera o limite essencialmente como uma quantidade:

> Dito isto, de uma maneira geral, você pode dizer que o limite de uma quantidade variável é outro valor considerado como fixo, quantidade na qual o valor variável é suposto aproximar-se, pelos valores que toma sucessivamente ao longo de sua variação, para diferir tão pouco quanto você quiser, ou, em outros termos, até que a diferença desses dois valores se torna menor do que qualquer quantidade atribuível (GUÉNON, 2007, p. 64).

Guénon (2007) explica que a lógica do "passo ao limite" está ligada a saber precisamente se a quantidade variável, que se aproxima de seu limite indefinidamente, e que, portanto, pode diferir dela tão pouco quanto desejado, de acordo com a definição de limite em si, pode realmente atingir esse limite, isto é, se o limite pode ser concebido como o último termo de uma variação contínua, o autor se posiciona, afirmando que esta é uma solução inaceitável.

Percebemos que, para a noção de limite, Guénon (2007, p. 113) utiliza um encadeamento de ideias que se demonstra uma construção intuitiva deste conceito. Vejamos o exemplo:

> [...] ou não se alcança o limite, e então o cálculo infinitesimal não é mais que o menos grosseiro dos métodos de aproximação; ou sim se alcança o limite, e então se trata de um método que é verdadeiramente rigoroso. Mas temos visto que o limite, em razão de sua definição mesma, não pode ser alcançado nunca exatamente pela variável; como, pois, teremos o direito de dizer que não obstante pode ser alcançado? Pode sê-lo precisamente, não no curso do cálculo, senão nos resultados, porque, nestes, não devem figurar mais do que quantidades fixas e determinadas, como o limite mesmo, e já não variáveis; por conseguinte, é a distinção das quantidades variáveis e das quantidades fixas, distinção ademais propriamente qualitativa, a que é, como já o dissemos, a única verdadeira justificativa do rigor do cálculo infinitesimal.

Russell (2006) discute sobre a crença de que os infinitesimais estavam envolvidos na fundamentação do cálculo diferencial e integral. Desde Leibniz o cálculo diferencial e integral requer quantidades infinitesimais. “Weierstrasss mostrou que isso é um erro: em todos os lugares em que se pensava que ocorriam infinitesimais, o que realmente ocorre é um conjunto de quantidades finitas que têm zero por seu limite inferior” (p. 122).

O autor considera que por meio do cálculo infinitesimal ideias erradas sobre tópicos de matemática tornaram-se enraizadas nas mentes de filósofos profissionais e precisava de esforço para erradicá-las, pois erros incorporados dificilmente morrem “e a tendência é os filósofos ignorarem o trabalho de homens como Weierstrass” (p. 133).

Para Russell (2006) costumava-se pensar que limite era uma noção essencialmente quantitativa. Entendemos esse pensamento como um obstáculo epistemológico superado no desenvolvimento do conceito de limite, e passou-se a conceber o “a noção de limite como puramente ordinal que não envolve quantidade em absoluto”. O autor exemplifica: um dado ponto numa linha pode ser o limite de um conjunto de pontos na linha, sem que necessário introduzir coordenadas ou mensuração ou nada de quantitativo.

Não há nada na noção de limite de uma função que envolva essencialmente número, pois, conforme Russell (2006) as noções de limite e continuidade “envolvem classe infinitas de intervalos, que diminuem sem nenhum limite menor do que zero, mas não envolvem quaisquer intervalos que não sejam finitos”, portanto, estas definições não envolvem infinitesimais.

No livro teoria geral das funções, Paul Du Bois-Reymond (1887), já apresentava uma explicação histórica relacionada à organização sistemática da forma como historicamente emergiu uma teoria matemática sobre o conceito de limite e o enunciado de um princípio geral de convergência de séries, fazendo emergir o tema como uma questão a ser tratada no campo da matemática.

Para Du Bois-Reymond (1887) a Paleogênese do conceito de limite era semelhante, em geral, ao do conceito de magnitude. No entanto ela tinha a individualidade e era apenas na extremidade superior de seu desenvolvimento que os dois conceitos vinham juntos. É nesse momento que pode ter surgido o conceito de grandeza, uma porta aberta para a ampliação da noção de limite.

A esse respeito, Du Bois-Reymond (1887) iniciou sua distinção do que poderia ser compreendido como o conceito de grandeza linear, como uma base para a comparação exata em processo de combinações matemáticas: o empirismo e o idealismo. Neste sentido, o conceito de magnitude ou grandeza linear em si, ofereceu, primeiramente, dois graus de abstração: uma representação de grandeza ingênua (intuitiva) expressa na forma de erros e acertos experimentais; e outra refinada pela ciência da medição e adaptada para fins de comparação acadêmica.

Conforme reitera Du Bois-Reymond (1887), para compreender esse conceito de magnitude na acepção do conceito de limite e para unir as duas formas de pensamento (empirista e idealista), em um controle rigoroso, foi necessário fazer a abstração atingir um terceiro grau, aquele que pertence à teoria do conhecimento, ou seja, a dimensão epistêmica do assunto. Foi o que aconteceu no debate entre os idealistas e os empiristas. Mas, ao mesmo tempo, a metafísica do conceito de limite foi obviamente à exaustão, ou melhor, seguiu em direção ao estudo psicológico do conceito de limite, que deu seus primeiros passos do conceito em direção à superação dos obstáculos epistemológicos surgidos tanto na perspectiva bachelardiana (epistemológica), como de Brousseau (didática e pedagógica), por meio de um exame do conceito de magnitude até alcançar alguma conclusão.

De qualquer forma, naquele momento pareceu ter sido alcançada a aceitação do conceito de limite a nível de um grau em que passou a pertencer à teoria do conhecimento matemático na forma como estava representada, para que não tivesse perdido sua origem. Portanto, quanto ao conceito de magnitude Du Bois-Reymond (1887) distinguiu no desenvolvimento, uma forma de intuição também geral que é o conceito de limite em seu grau primitivo e uma forma científica, cuja composição do referido conceito passou a se mostrar de uma maneira muito notável.

Dessa maneira, Du Bois-Reymond (1887) assevera que o conceito de limite se constitui no prazo consistente com a experiência de um fenômeno cuja variação progressiva não tem fim na expressão sensível nem na série de representações o que essa impressão gera. A esse respeito apresenta uma série de analogias como no fenômeno do instante entre a escuridão da noite e o amanhecer do dia, pois, o tempo suficiente para tal fato acontecer é o limite da clareza do desbotamento do dia, este inversamente é o limite da escuridão que vai embora. Na mesma direção menciona o movimento de um pêndulo até sua parada final, ou o secamento de uma fonte, dentre outros fenômenos que expressem variação instantânea, na forma de fenômenos variáveis que remetem a uma intuição para compreender e explicar o conceito.

Conforme Du Bois-Reymond (1887), o conceito de limite, portanto, decompõe-se em duas partes essenciais: a existência do limite, que trata da natureza das condições sob o qual uma variação tem um limite, e a sua expressão científica como expressão conceitual.

O conceito científico de limite, mostrado inicialmente como uma abstração primitiva extraída, tanto das percepções internas quanto do mundo externo, levou os filósofos e matemáticos às representações geradas absolutamente pelo processo do pensamento, e assim surgiu o conceito científico de limite. Muitas vezes são referidos como limites de séries de valores individuais, como era o caso mais frequente em matemática dos mais antigos, como por exemplo, nas questões da circunferência do círculo considerado como limite de perímetros de polígonos, e nas quadraturas de Arquimedes.

Em outras vezes o limite foi aceito como o termo de uma série de valores contínuos, como na questão concernente à tangente, limite de uma sucessão, e de numerosos limites do cálculo diferencial, que resultou do problema da tangente. Mas em uma teoria abstrata de magnitudes, a existência do limite é sempre traçada de forma simples, e sem discussão do conceito primitivo de limite. O objeto de um problema científico é apenas a natureza das consequências de quantidades, que tem um limite, e essas são as regras práticas, do critério de convergência de operações infinitas sob suposições muito limitadas, e não de um princípio geral, abrangendo todas as sequências de quantidades possíveis, conforme assevera Du Bois-Reymond (1887).

Ao designar por sequências assintóticas aquelas que têm um valor assintótico, ou seja, um limite, e sem exceção o caso em que a sequência oscila em torno de seu valor assintótico, Du Bois-Reymond

(1887) argumenta que seremos capazes de determinar o conteúdo natural do conceito científico de limite. Neste sentido, compreende que a ideia de limite não excede o caso em que a sequência oscila em torno de seu valor assintótico, as provas fornecidas pelas duas intuições fundamentais para a existência do limite de sequências assintóticas o mais simples possível, e em outro as condições necessárias para que uma determinada sequência seja assintótica.

Assim o autor compreende que até o fim do século XVIII o conceito de limite ainda não estava na ordem do dia, ocasionando problemas de aceitação pelos princípios colocados oficialmente pela matemática. Todavia, as discussões geradas pelo assunto viriam a garantir os seus próprios alicerces concernentes a essa teoria que muito fortaleceria a teoria funcional, embora a prova da existência do limite exigiria a elaboração de um teorema decisivo sobre o caráter assintótico de uma sequência que os matemáticos denominaram de princípio geral de convergência e divergência, na segunda metade do século XIX.

Neste sentido, Du Bois-Reymond (1887, p. 135) remete-se a uma demonstração para esclarecer um caso particular do princípio: "uma série $u_1 + u_2 + ... +$ converge se o conjunto de Cauchy $u_m + u_{m+1} + ... + u_n$ sempre se aproxima de zero (tende para zero), e m aumenta indefinidamente". Assim, a explicação do conceito de limite científico estava, então, completada no sentido indicado pela demonstração referente ao princípio geral de convergência e divergência.

Este foi um exercício de como podemos olhar para o desenvolvimento do conceito de limite, com o olhar voltado para a superação dos obstáculos epistemológicos enfrentados. Esperamos em outro momento poder trazer contribuições mais diretas deste olhar para a sala de aula.

5 Considerações

Consideramos o estudo sobre o conceito de obstáculo epistemológico um desafio para o educador matemático, no sentido de se pensar sobre a natureza da matemática e como esse conhecimento se desenvolveu epistemologicamente. Talvez esse desafio seja uma das chaves de superação das dificuldades conceituais e didáticas de muitos professores de matemática em quaisquer níveis de ensino. Por essa reflexão entendemos que este tipo de desafio poderá proporcionar investimentos acadêmicos em busca de contribuições para uma compreensão mais ampla sobre o tipo de conhecimento que o professor de matemática deve desenvolver ao aceitar a tarefa de ensinar.

Neste trabalho nos preocupamos, também, em entender como as escritas elaboradas por autores de manuais de História da Matemática, mesmos sendo criticadas por muitos pesquisadores, são os materiais didáticos que estão disponíveis para que os estudantes de licenciatura em Matemática possam refletir sobre os processos desenvolvimentais das ideias matemáticas na história e assim compreendam como foram superados os obstáculos epistemológicos, na perspectiva de Bachelard, inerentes ao desenvolvimento das ideias de temas como no caso do conceito de limite de função. Percebemos, ainda, a possibilidade de refletir sobre esta temática e nos debruçamos na análise de alguns desses manuais de História da Matemática mais utilizados no Brasil como: Boyer (1992; 1996), Eves (2011), Bos (1985) e Roque (2018), dentre outros, com o objetivo de apresentar um estudo dos obstáculos epistemológicos no desenvolvimento do conceito de limite de função a partir dos referidos manuais com o olhar para a sua superação no processo de formação do conceito.

Embora matematicamente, toda a noção de limite esteja contida na sua definição em e , existe uma lacuna entre o conceito (no sentido intuitivo) de limite, e a definição da noção de limite. Esta lacuna é proveniente do próprio conceito e ao modo que podemos defini-lo. O aspecto dinâmico não é desenvolvido pela definição, que é estática.

Não é incomum o conceito intuitivo de limite e a sua definição formal serem compreendidas de maneira independente. É possível internalizar da definição o suficiente para lidar com a maioria dos exercícios que possamos encontrar durante um estudo a nível de graduação sobre o assunto, sem adquirir necessariamente o conceito intuitivo de limite. Por outro lado, também é possível compreender uma série de aspectos fundamentais do conceito de limite (por exemplo, aproximação), sem entender a definição em e .

Há muita discussão sobre se considerar obstáculos epistemológicos encontrados na história de determinado conceito resistentes nos alunos da atualidade. Não temos essa interpretação determinante da utilização pedagógica do estudo dos obstáculos epistemológicos para o ensino de matemática, mas entendemos que pode ser usado para esclarecer as dificuldades dentro dos desenvolvimentos conceituais. Por isso, a preocupação, no contexto deste trabalho, foi no sentido de compreender como podemos identificar no desenvolvimento histórico das ideias matemáticas, informações que contenham potencialidades que viabilizem a superação dos obstáculos epistemológicos encontrados pelos professores para exercitar o ensino de limite de função nos cursos de licenciatura em Matemática, tendo como fundamento a perspectiva teórica proposta por Guy Brousseau.

Observando alguns embaraços que foram considerados como obstáculos parciais no desenvolvimento histórico-epistemológico do conceito de limite, evidenciados nesta tese, propomos que se faça uma exploração didática do material histórico sobre o desenvolvimento desse conceito e se organize um estudo didático-pedagógico, orientado pelo professor, que possa oferecer aos estudantes de licenciatura em Matemática uma visão mais ampla, localizada e justificada do assunto, em termos sócio-histórico-culturais da construção do conceito de limite e dos entraves encontrados em seu desenvolvimento, bem como dos modos estabelecidos para sua superação e ampliação do processo explicativo acerca desse conceito e suas relações com outros campos da matemática.

Neste sentido, sugerimos que o estudo histórico-temático pode ser iniciado como uma prática investigativa histórica a ser desenvolvida pelos estudantes, na forma de uma pesquisa orientada quanto ao desenvolvimento histórico do conceito de limite. Essa tarefa prática investigativa pode ser organizada entre grupos de estudantes, por meio da subdivisão de temas e subtemas pré-estabelecidos pelo professor, de modo a contemplar toda uma unidade de ensino em um período também pré-determinado, conforme o programa da disciplina de Cálculo.

Neste sentido propomos algumas sugestões como: Invenção do Cálculo, Cálculo de Newton, Cálculo de Leibniz, Conceito de limite de D'Alembert, Conceito de limite de Cauchy, Formalização do conceito de limite etc. Estes temas sugeridos estão focados no estudo das definições de alguns matemáticos quanto ao conceito de limite com o objetivo de possibilitar uma discussão entre as concepções de limite estudados e os conceitos até então compreendidos pelos alunos.

A partir de então, sugerimos que seja realizada, coletivamente em sala de aula, uma discussão acerca das dificuldades ou obstáculos que os matemáticos tiveram para conseguirem chegar à uma definição formal acerca do conceito científico de limite, e de que modo essas dificuldades estão direta ou indiretamente relacionadas com as que são evidenciadas no ensino (prática do professor) e na aprendizagem dos estudantes de licenciatura em matemática na busca de explicar e compreender as definições construídas por eles nas aulas de cálculo, observando os obstáculos que precisaram ser superados na história do conceito de limite e na aprendizagem atual em sala de aula.

As possíveis dificuldades que podem emergir nos diálogos entre os alunos, ou até mesmo podem ser provocadas por reflexões desencadeadas pelo professor, podem ser associadas aos obstáculos identificados na análise dos conceitos de limite de D'Alembert, Cauchy e Weierstrass. Quais as suas aproximações e diferenças com o modo que estudamos hoje? O que faltava, matematicamente, ser desenvolvido para que uma definição se aproximasse mais da outra?

Dando ênfase aos aspectos dinâmicos do conceito de limite, pode ser realizada uma discussão das características de movimento presente na noção intuitiva de limite a partir do contexto histórico do qual se originou, estabelecendo também uma discussão quanto as grandezas atingirem ou não o seu limite. Ressaltamos ainda a importância de se ater no ensino de Cálculo o método geométrico aliado ao método aritmético/algébrico, por cada um proporcionar as interpretações necessárias para a apreensão do conceito de limite.

Outra possível discussão pode ser feita em torno das dificuldades encontradas historicamente de abstrair do contexto geométrico a cinemática, não para trabalhar a "grandeza", mas sim os números, chegando assim, na definição formal de limite. O que significa na definição de limite de função? O que significa na definição de limite de função?

Qual o significado da relação entre e na definição formal de limite de função? Por que devemos buscá-la? São perguntas que podem ser feitas nesta discussão.

Entendemos que os apontamentos dados possibilitam seguir um norte no ensino de limite a partir de “onde o aluno está”, por via do diálogo dos estudantes entre os mesmos e com o professor, permitindo que as compreensões do aluno não se transformem em obstáculos para sua aprendizagem, mas sim, o propulsor para a construção de uma nova compreensão mais sólida mediada pelo professor.

Em termos de aprofundamento teórico para o professor, entendemos que o estudo dos obstáculos epistemológicos superados ao longo do desenvolvimento histórico do conceito de limite proporcione uma visão mais geral do Cálculo e, ao mesmo tempo, mais específica no sentido de possibilitar a criação de ferramentas didáticas mais eficientes para o ensino deste conceito.

REFERÊNCIAS

ASIMOV, Isaac. Prefácio. In: BOYER, Carl. **B. História da matemática**. 2. ed. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1996.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico**. Trad. Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Editora Contraponto, 1996.

BARON, Margaret. E; BOS, H. J. M. **Curso de história da matemática:** origens e desenvolvimento do cálculo. Vol 1-5. Trad. de José Raimundo Braga Coelho. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1985.

BARON, Margaret E.; BOS, Henk Jan Maarten. Newton e Leibniz (Unidade 3). Trad. Rudolf Maier. In: BARON, Margaret E.; BOS, Henk Jan Maarten. **Curso de história da matemática:** origens e desenvolvimento do cálculo. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1985.

BOS, Henk Jan Maarten. O Cálculo do século XVIII: fundamentos (Unidade 4). Trad. José Matoso Miranda Mendes. In: BARON, Margaret E.; BOS, Henk Jan Maarten. **Curso de história da matemática:** origens e desenvolvimento do cálculo. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1985.

BOYER, Carl. B. **The history of calculus and its conceptual development**. New York: Dover publications, 1959.

BOYER, Carl. **B. Cálculo**. Trad. de Hygino H. Domingues. v. 6. São Paulo: Editora Atual, 1992. (Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula).

BOYER, Carl. **B. História da matemática**. Trad. Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1996.

BROUSSEAU, Guy. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. In: Vanhamme e W. Vanhamme (Org.). La problématique et l'enseignement des mathématiques. **Comptes rendus de la XXVIIIe rencontre organisée par la Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques**, p. 101-117. Louvain la Neuve, 1976.

BROUSSEAU, Guy. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. **Recherches em Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v.7.2, 33-116, 1986.

BROUSSEAU, Guy. Obstacles épistémologiques, conflits socio-cognitifs et ingénierie didactique. In: BEDNARZ, Nadine; GARNIER, Catherine. (Eds). **Construction des savoirs:** obstacles et conflits. Montréal, CIRADE, p. 277-285, 1989.

BROUSSEAU, Guy. **Theory of didactical situations in mathematics: didactique des mathématiques**, 1970-1990. Mathematics Education Library, Kluwer Academic Publishers, 1997.

CAJORI, Florian. **Uma história da matemática**. Trad. Lázaro Coutinho. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2007.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Gradiva Publicações, 1951.

COLLETE, Jean-Paul. **Historia de las matemáticas**. Volumen 1. Madrid: Siglo XXI de España Editores, 1985.

COLLETE, Jean-Paul. **Historia de las matemáticas**. Volumen 2. Madrid: Siglo XXI de España Editores, 1993.

COSTA, Manoel Amoroso. **As ideias fundamentais da matemática e outros ensaios**. 3. ed. São Paulo: Editora Convívio/Edusp, 1981. (Coleção Biblioteca do Pensamento Brasileiro, texto 4).

DU BOIS-REYMOND, Paul. **Théorie Générale des fonctions**. Tradução G. Milaud. Nice/França: Imprimerie Niçoise, 1887.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. 5 ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

GUÉNON, René. **Los principios del cálculo infinitesimal**. Madrid: Editora Sanz y Torres, 2007.

KATZ, Victor J. **História da matemática**. Trad. Ana Sampaio e Filipe Duarte. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2010.

KUHN, Thomas s. **A Estrutura das revoluções científicas**. 4. ed. Tradução de Beatriz Vianna Boeira e Nelson Boeira. São Paulo: Perspectiva, 1996 (Série Debates – Ciência).

ROQUE, Tatiana. **História da matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Editora Zahar, 2018.

RUSSEL, Bertrand. **Introdução à filosofia matemática**. Edição e tradução de Augusto J. Franco de Oliveira (CEHFC/UE). Rio de Janeiro: Zahar, 2006.

SBEM. **Subsídios para a discussão de propostas para os cursos de licenciatura em matemática:** uma contribuição da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. São Paulo, 2003.

SCHUBRING, Gert. **Os números negativos***:* exemplos de obstáculos? São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018. (Série história da matemática para professores).

REFERÊNCIA DA TESE

MORAES, Mônica Suelen Ferreira de. **Processos de superação dos obstáculos epistemológicos na história do conceito de limite de função:** potencialidades conceituais e didáticas para a formação de professores de matemática. 2021. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática. Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2021. Disponível em: link para acessar a íntegra da tese.

APRESENTAÇÃO DOS AUTORES:

Mônica Suelen Ferreira de Moraes

Doutora em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), pela Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Professor Adjunto na Universidade Federal do Tocantins (UFT), Arraias, Tocantins, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Juraíldes de Sena Abreu s/n, Setor Buritizinho, Câmpus da UFT, Arraias, Tocantins, Brasil, CEP: 77330-000.

E-mail: monicamoraes@uft.edu.br
Lattes: http://lattes.cnpq.br/8488999128970916
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8806-2027

Iran Abreu Mendes

Doutor em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) e Pós-doutor em Educação Matemática pela UNESP/Rio Claro (2008). Professor Titular do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará (IEMCI), onde atua como pesquisador do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas. Endereço para correspondência: Rua Augusto Corrêa, 01, Guamá, Instituto de Educação Matemática e Científica, Belém, Pará, Brasil, CEP: 66075110.

E-mail: iamendes1@gmail.com
Lattes: http://lattes.cnpq.br/4490674057492872
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7910-1602

CAPÍTULO 9 - A COMPLEMENTARIDADE ENTRE SENTIDO E REFERÊNCIA DOS SÍMBOLOS DA MATEMÁTICA

Geslane Figueiredo da Silva Santana
Michael Friedrich Otte

Resumo:

Esta pesquisa objetivou discutir os reflexos na Educação Matemática com uma abordagem semiótica focada na complementaridade entre sentido e referência dos símbolos da Matemática. Analisamos o desenvolvimento histórico das representações semióticas na Matemática e nas Ciências a partir da Revolução Científica ocorrida no século XVII, período em que, segundo Foucault, baseou-se essencialmente na compreensão da relativa independência entre sentido e referência das representações simbólicas. Examinamos o trabalho de Cassirer, reconhecendo a importância da Revolução Copernicana da Epistemologia de Kant, bem como de Descartes que soube explorar esse novo ambiente criado. Os referenciais teóricos foram Kant (1787/2001), Peirce (1931-1935; 1958) e Otte (1993b; 2003a; 2012). A metodologia está baseada na Semiótica, com o aporte de uma análise que permite o entrelaçamento de eventos e fatos sob uma perspectiva teórica, buscando características complementares. A compreensão complementarista da Matemática, percebida na Teoria Axiomática desenvolvida por Grassmann e a obra de Graeub introduzindo uma nova interpretação da Álgebra Linear, complementar à abordagem vigente à época, também foram estudadas. Como resultado, identificamos implicações para a Educação Matemática, como o fato de que a abordagem semiótica evita a dicotomia usual entre psicologismo e platonismo, oferecendo uma visão sintética de como aprender e conhecer a Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática. Semiótica. Complementaridade. Álgebra Linear.

1 Introdução

Ao refletirmos sobre a relação professor e aluno, na qual ambos precisam estar atentos a uma comunicação dinâmica, compreendemos não ser suficiente, ao final, simplesmente, dizer: Eu não entendo! É preciso assumir uma atitude responsável sobre suas próprias compreensões a respeito da comunicação, do conhecimento e dos significados, posto que a Educação Matemática é um empreendimento interdisciplinar que precisa desenvolver uma metodologia integrada.

Esse fato é amplamente reconhecido desde os primeiros congressos internacionais de Educação Matemática nas décadas de 1960 e de 1970. Todavia, a Educação Matemática ainda não foi capaz de desenvolver uma metodologia integrada. Acreditamos que a Semiótica seja capaz de promover oportunidades para colaborar com o futuro. Conforme Deely (1982), a ascensão da ciência moderna criou uma fragmentação na comunidade intelectual, contudo a Semiótica pode contribuir com novas condições e com possibilidades de cooperações interdisciplinares. Na Semiótica, é possível obtermos uma visão sintética sobre como aprender e conhecer a Matemática, porque ela reconhece o próprio objeto imediato e o sujeito como signos.

Nesse ínterim, a presente pesquisa se justifica pelo interesse em discutir sobre a importância da caraterística complementar entre sentido e referência dos símbolos da Matemática, bem como pelo interesse em contestar a interpretação matemática, na qual se imagina que tudo se resume à equação $A=B$. É vital na Educação Matemática assumir a perspectiva em Matemática como uma atividade humana, estabelecendo conexão com o processo do movimento cognitivo, epistemológico, histórico, social e cultural.

No entanto, para compreender a teia de encadeamentos, na qual está envolta essa atividade dinâmica e interdisciplinar, consideramos ser imprescindível o fortalecimento de estudos teóricos na Matemática com vertentes no campo da Filosofia, da Semiótica e da Epistemológica. Assim, entendemos que a compreensão sobre os signos da Matemática está imersa numa práxis, isto é, em uma atividade, de maneira análoga a um fato científico que surge apenas em relação a uma perspectiva teórica. Assim, os epistemólogos basilares que compõem nosso referencial teórico são Kant (1787/ 2001), Peirce (1931-1935; 1958) e Otte (1993b; 2003a; 2012).

Para nos ajudar a refletir sobre essas questões, consideramos dois problemas norteadores: (i) Como se concebeu a relação sentido e referência das representações ao longo da história? e (ii) Que implicações para a Educação Matemática podem ser geradas a partir de uma abordagem semiótica dos símbolos da Matemática, reconhecendo a Complementaridade entre sentido e referência como foco?

A nossa pretensão (objetivo) nesse trabalho é utilizar a abordagem semiótica peirceana concentrada na Complementaridade entre sentido e referência dos símbolos da Matemática, com a intenção de promover a Educação Matemática.

Por isso, a metodologia fundamentou-se na própria Complementariedade via Semiótica, que permite entrelaçar os acontecimentos e fatos sob uma perspectiva teórica, buscando por características complementares.

Por fim, nas considerações finais, recordamos as duas questões norteadoras da nossa pesquisa; ao respondê-las, apresentamos as considerações com implicações para a Educação Matemática em diálogo com a Complementaridade e a semiótica peirceana. Apontamos nossas limitações e sugestões para estimular futuras pesquisas.

2 Fundamentação Teórica

Os epistemólogos basilares que compõem nosso referencial teórico são Kant (1787/ 2001) em relação com a teoria do conhecimento, em Peirce (1931-1935; 1958) estudamos a Semiótica e com Otte (1993b; 2003a; 2012) a Complementaridade.

O conceito que versa sobre a Complementaridade, abordada nesse escrito, possui uma subjetividade e complexidade profunda. Suas raízes filosóficas esgalham nitidamente na epistemologia de Kant:

> [...] Nosso conhecimento surge de duas fontes básicas da mente; a primeira recebe as concepções (receptividade das impressões), e a segunda é a capacidade de reconhecer um objeto por meio dessas concepções (espontaneidade dos conceitos); a primeira nos dá um objeto, a segunda nos permite pesá-lo em relação àquela concepção. Intuição e conceitos são assim os elementos de todo o nosso conhecimento, de modo que nem conceitos sem as correspondentes intuições, nem intuições sem conceitos podem produzir conhecimento [...]. Sem o sensorial, nenhum objeto se daria para nós e, sem a razão, nenhum poderia ser pensado. Pensamentos sem conteúdo são vazios, intuições sem conceitos são cegas (KANT, 2001, B 75).

No Quadro 1, procuramos representar o conhecimento humano na perspectiva de Kant, por meio das duas fontes do conhecimento.

Quadro 1 - Duas fontes de conhecimento, segundo Kant.

<table>
<tr><td colspan="4">O nosso conhecimento provém de duas fontes fundamentais do espírito.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Primeira: Intuições</td><td colspan="2">Segunda: Conceitos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Consiste em receber as representações (receptividade das impressões)</td><td colspan="2">É a capacidade de conhecer um objeto mediante estas representações (espontaneidade dos conceitos)</td></tr>
<tr><td colspan="2">É nos dado um objeto.</td><td colspan="2">É pensado em relação com aquela representação (como simples determinação do espírito).</td></tr>
<tr><td colspan="4">Intuições e conceitos: Constituem os elementos de todo o nosso conhecimento, de tal modo que nem conceitos sem intuição que de qualquer modo lhes corresponda, nem uma intuição sem conceitos podem dar um conhecimento. Ambos estes elementos são puros ou empíricos:</td></tr>
<tr><td colspan="4">Empíricos, quando a sensação (que pressupõe a presença real do objeto) está neles contida.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Puros, quando nenhuma sensação se mistura à representação.</td></tr>
<tr><td>Intuição Pura - Somente a forma sob a qual , algo é intuído; - a priori</td><td>Intuição empírica
- Relaciona-se com o objeto, por meio de sensação.
- a posteriori.</td><td>Conceito puro
- Somente a forma do pensamento de um objeto em geral;
- a priori.</td><td>Conceito empírico[52]:
- Extraído de experiências externas.
- a posteriori.</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado pela autora (KANT, 2001, B 75).

Assim, conforme Kant, o conhecimento humano surge de duas fontes fundamentais, a saber, intuições e conceitos (KANT, 2001, B 75), em que todos os juízos do sujeito ocorrem por meio da distinção entre juízos analíticos e sintéticos. Nesta configuração identificamos a primeira expressão da Complementaridade com Kant. Entretanto, para Peirce, o pensamento relacional muda o conceito desta distinção entre juízos analíticos e sintéticos.

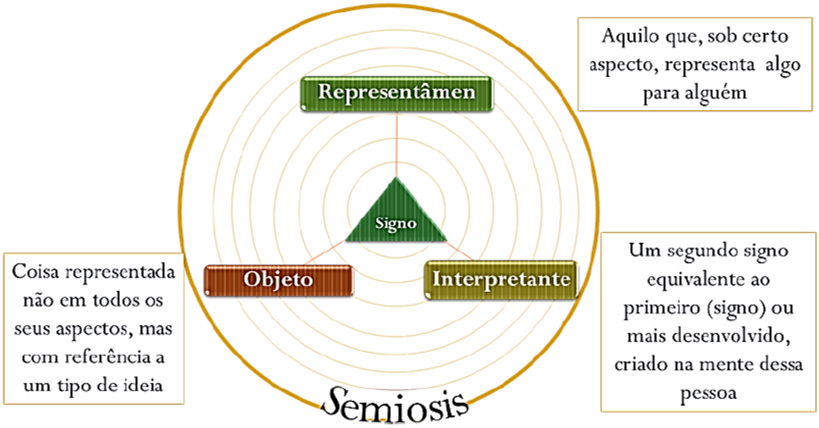
Peirce direcionou seus estudos ao que primeiramente chamou de Lógica e mais tarde de Semiótica. Sua teoria semiótica compreende a pessoa como um ser simbólico, com características específicas e inseridas em um contexto; assim, ensinar algo a alguém significa representar semioticamente. No âmbito do ensino de Matemática, vislumbra-se tanto a necessidade de o professor perceber o educando e a si próprio como ser simbólico, quanto compreender a natureza tríade (*signo-objeto-interpretante*) do objeto e do ensinar Matemática.

Para Peirce, a Semiótica é "[...] simplesmente a ciência do que deve ser. E essa deve ser uma representação verdadeira, na medida em que a representação possa ser conhecida sem qualquer reunião de fatos especiais além de nossa vida cotidiana comum. É, em suma, a filosofia da representação." (PEIRCE, CP 1. 5397, tradução nossa).

O referido autor define um *signo* como uma entidade tripartida, e sua utilização deve denotar um objeto perceptível, imaginável ou mesmo inimaginável. O *signo* não é um objeto, apenas está no lugar do objeto para representá-lo. (PEIRCE, CP 1.564).

A definição peirceana concebe o *signo* em termos de uma estrutura triádica. Para Peirce a tríade fundamental na Semiótica é: "*objeto - signo (ideia) – interpretante.*" (PEIRCE, CP 8.361).

Figura 1 - Apresentação do PowerPoint Relação Tríade Fundamental.



Fonte: Elaborado pela autora.

De forma bem resumida, um *representâmen* “[...] representa o objeto, não em todos os aspectos, mas em referência a um tipo de *ideia*, que às vezes chamo de fundamento do *representâmen*. *Ideia* esta aqui para ser entendida em uma espécie de sentido platônico, muito familiar na conversa cotidiana.” (PEIRCE, CP 2.228, Tradução nossa). Ao posso que o *objeto* de um *signo* não é necessariamente algo dado empiricamente, caso contrário, seria difícil aplicar tais conceitos semióticos à Matemática. E por fim é preciso considerar que para o *interpretante* ser capaz de constituir o *objeto do signo*, deve haver eventos que causam um efeito mental e transmitam algum significado.

Na tentativa de identificar ideias fundamentais, princípios norteadores e problemas essenciais da Educação matemática, Michael Otte estuda a ideia da Complementaridade, como algo similar à uma heurística metodológica, a Complementaridade não é satisfeita ao eliminar contradições, ao contrário, a posição da complementaridade com frequência parece indicar que um grau suficiente de precisão analítica deve ser realizado. A compreensão sobre os fundamentos não é guiada pela ideia de eliminar contradições, mas procurando em uma síntese embarcar forças realmente contraditórias como entidades ou conceitos. (HOFFMANN, LENHAARD, SEEGER, 2005, p. 4).

No artigo "Complementarity, Sets and Numbers" (OTTE, 2003a), Otte apresenta a ideia da Complementaridade atrelada a Semiótica de Peirce, visando à notoriedade do papel do signo e das representações em relação à comunicação e à atividade matemática, em que para que um objeto exista, ele deve ser representado.

> [...] porque os signos são ao mesmo tempo usados referencialmente e atributivamente. O conhecimento é uma atividade, ao invés de uma imagem de um espelho de algum mundo existente, e o que subjaz à frequente conversa sobre a existência na Matemática é o fenômeno da objetividade matemática, ao invés de objetos no sentido empírico concreto. Essa visão "pragmática" da Matemática poderia ser reformulada da seguinte maneira: um conceito matemático, como o conceito de número ou função, não existe independentemente da totalidade de suas possíveis representações, mas também não deve ser confundido com nenhuma representação desse tipo (OTTE, 2003a, p. 206, tradução de Dr. Alexandre Silva Abido (UFMT)).

Dessa forma, juntamente com a Semiótica (Peirce) e a Filosofia (Kant), a Complementaridade tem-se mostrado, enquanto metodologia científica e filosófica, muito eficaz para a interpretação de fatos ou conceitos da Matemática, da História da Matemática ou da Filosofia da Matemática ligados a aspectos da construção do conhecimento matemático, afirmando que, para caracterizar conceitos ou ideias ligadas à Educação Matemática, faz-se necessário apresentar características desses conceitos ou ideias que, embora aparentemente contraditórias, se complementam.

3 Metodologia da pesquisa

Em relação metodologia, enquanto método, trabalhamos no sentido de Kant, ou seja, a "Lógica Transcendental Aplicada". Conforme Abbagnano (2007), diz respeito a uma Lógica epistemológica, referente à produção de novos conhecimentos, neste viés, surge a metodologia da Semiótica, que se refere à teoria de operações com símbolos. Peirce, que foi discípulo de Kant, transformou a *Lógica Transcendental* em termos de uma teoria dos signos, isto é, utilizando a interpretação kantiana, percebeu a Lógica em termos da Semiótica como sendo parte daquela definindo-a como uma atividade semiótica.

Assim caracterizamos a semiótica peirceana como um método que envolve a interação entre o sentido e a referência de um signo, no qual a relação triádica fundamental é o "objeto-signo-interpretante." (PEIRCE, CP 8. 361).

Ao passo que a abordagem metodológica (como fazemos?) utilizada nesse trabalho está apoiada na *Complementaridade,* pela qual, para acontecer uma descrição completa de um fenômeno (ou de um conceito), faz-se necessário considerar as características complementares inerentes a esse fenômeno (ou a esse conceito).

4 Análises e Resultados

Apresentamos nossas análises e resultados, por meio de uma breve descrição dos capítulos da nossa tese. É importante ressaltar, que a leitura de alguns conceitos como Complementaridade e Semiótica, da mesma maneira que teóricos, tal qual Kant e Frege, não se constituem uma tarefa fácil. Caso o leitor, encontre dificuldade, sugerimos a leitura da tese, pois lá buscamos interpretar de forma mais didática entrelaçando exemplos e comentários. Por meio de quadros, diagramas e notas de rodapé, desejamos interpretá-los de forma clara, sem perder a essência e a importância.

4.1. Obstáculos para uma abordagem semiótica

No que se refere à Educação Matemática, visualizamos a importância da Semiótica na aquisição do conhecimento tanto na pesquisa como na aprendizagem, o conhecimento não é final, a reposta para o que é um *x* na equação, pode assumir diferentes soluções ou não ter solução, mas também se permite a existência do signo matemático mesmo que não possamos acessá-lo por nossa experiência empírica e sensível. Afinal, a Matemática é também considerada como uma “arte do infinito”. Até mesmo os números reais não podem ser indicados individualmente. Nesse aspecto, a Complementaridade atrelada à Semiótica desvia-se da visão dualista, a qual sempre exige um conhecimento antecipado das coisas que buscamos representar.

Na Matemática, consideramos haver dois principais obstáculos à abordagem semiótica na Educação Matemática, a saber, o matemático platonista e o psicologismo dos professores. Por um lado, o matemático puro ou platonista que assume o conhecimento matemático como completo e acabado, e por outro lado o psicologismo dos professores que valorizam sobremaneira o aluno a ponto de desconsiderarem a própria natureza da Matemática.

No contexto do matemático plantonista, como obstáculo à abordagem semiótica, visualizamos o ser humano enquanto um ser histórico. Todavia, a história pode ser lida de muitas maneiras e são exatamente nas diferenças, nas idas e vindas, nas peculiaridades, nos avanços e retrocessos que se caracteriza a incerteza e se vislumbra a atividade matemática. A importância que atribuímos aos acontecimentos históricos e a reflexão que fazemos sobre eles é que possibilita ao homem ser sujeito social, que depende da comunicação cultural, histórica e social, e é justamente nesse novo contexto que a Educação Matemática ganhou seu espaço.

No ensino de matemática é comum termos professores convictos que a Matemática está pronta e acabada, todos os conteúdos a serem trabalhados estão definidos provados e a função do professor é repassar este belo e engenhoso conteúdo, sendo dispensada a atividade criativa tanto do discente como do docente.

Por exemplo, não querendo aqui generalizar, muitos professores principalmente nas licenciaturas têm este posicionamento, durante as aulas os teoremas são provados na lousa com todo o rigor matemático. Não há uma preocupação com a aprendizagem, é suficiente que o discente decore as demonstrações e resoluções das listas de exercícios para obter boas notas e ser por fim aprovado.

Entretanto o sucesso da Educação Matemática, em grande parte, não apenas depende de revisões de conteúdo e metodologias excessivamente elaboradas, mas da dinamização da própria Matemática ao interagir entre a prática e o conhecimento, ou seja, depende fundamentalmente de o professor reconhecer que a Matemática é parte integrante do conhecimento que se renova e se fortalece por meio das experiências vivenciadas por todos.

Um segundo obstáculo à abordagem semiótica versa sobre o psicologismo dos professores. Neste ínterim, o psicologismo do professor, ao qual se refere este texto, está imerso na práxis que considera sobremaneira o aluno, interessa-se unicamente sobre como o educando aprende, em qual contexto, cultura e comunidade ele está inserido, de tal modo que todo conhecimento e processo de ensino e aprendizagem se tornam um reducionismo, na medida em que buscam explicar todos os elementos da experiência humana apenas a partir da dimensão psicológica da experiência do educando.

Entretanto é preciso observar que a Matemática tem também seus próprios problemas, especialmente no que concerne à natureza da Matemática e, por consequência, sobre seus objetos matemáticos, bem como sobre a interação e relação entre estes. Neste âmbito, as discussões e controvérsias são extremamente importantes, pois auxiliam o professor a compreender os caminhos e problemas envoltos na própria Matemática.

Por exemplo, em lado extremo ao psicologismo, está o matemático, lógico e filósofo Friedrich Ludwig Gottlob Frege (1848-1925), o qual percebia uma concepção bem peculiar em relação ao psicologismo na aprendizagem em Matemática, no parágrafo intitulado "O número é algo subjetivo?" da obra *Os Fundamentos da Aritmética*, referente à descrição subjetiva, em que o número é tido como uma criação do espírito humano. Frege (1980, § 26) afirma que:

> Uma tal descrição dos processos internos que precedem à formulação do juízo numérico, ainda que correta, nunca poderá substituir uma determinação genuína de conceito. Nunca se poderá recorrer a ela para a demonstração de uma proposição aritmética; por meio dela não aprendemos nenhuma propriedade dos números. Pois o número não é mais um objeto da psicologia, ou um resultado de processos psíquicos [...].

De forma enfática, Frege assegura que a Matemática deve recusar qualquer subsídio por parte da psicologia (Ibid., p. 203), pois a Aritmética não tem absolutamente nenhuma relação com sensações e imagens mentais formadas a partir de vestígios deixados por impressões sensíveis anteriores.

Nesse breve contexto, na Educação Matemática, indicamos a necessidade pela busca de mecanismos que transponham a dualidade entre os conceitos e formas apresentados para que professores possam perceber e compreender o que se tem denominado por Complementaridade e, assim, contribuir para uma escola participativa, crítica e responsável por suas escolhas.

Constamos que na abordagem semiótica, o ensino e aprendizagem da Matemática ocorrem como atividade mediadora, considerando tanto o educando, mas não tendencioso ao psicologismo extremo, quanto a natureza da Matemática, não comungando com o platonismo radical, entendendo seus objetos como signos em atividade semiótica e assumindo assim uma perspectiva interdisciplinar.

4.2 As Palavras e as Coisas

Em termos gerais, objetivamos analisar o movimento histórico do signo nas ciências com Foucault que enfatiza a Revolução Científica; e com Cassirer na Filosofia da Matemática como um reflexo da Revolução Copernicana da Epistemologia de Kant.

Michel Foucault publicou, em 1966, o livro *Le Mots et les Choses: Une archéologie des sciences humaines.* Traduzido para o português, em 1981, apresenta como título *As palavras e as coisas: Uma arqueologia das ciências humanas*.

Neste trabalho, percebemos, expressa em termos de um paradoxo, a Complementaridade entre nossos pensamentos e representações ou entre o sentido e referência. Uma das funções que a ciência desempenha permanentemente na cultura humana consiste em unificar habilidades práticas e crenças cosmológicas, a *episteme* e a *techne*. O que apresenta ser de interesse específico são as interações e dependências historicamente variáveis entre esses dois papéis da ciência. Em *As palavras e as coisas*, Michel Foucault caracteriza o desenvolvimento da *episteme* moderna por duas grandes descontinuidades: a primeira inaugura a chamada Revolução Científica e a segunda, no início do século XIX, marca o início da Revolução Industrial e da Era Moderna.

No livro, *As palavras e as coisas*, nosso olhar está na separação entre palavras e coisas, ou poderia ser entre sentido e referência. Nossa leitura não foi conduzida sobre o descortinar da história da ciência ou do conhecimento, mas especialmente sobre como Foucault interpreta as regras para a formação e representação do conhecimento. Em razão disso, na referida obra, entendemos o porquê de Condillac aparecer como mais importante que Galileu e Descartes e, do mesmo modo, Nietzsche mais do que, por exemplo, Hegel.

Como todo pensamento ocorre em termos de signos e todo conhecimento deve ser representado, faz-se necessário adotar uma perspectiva semiótica. E essa abordagem é justificada por Foucault ao descrever a porta para a era clássica caracterizada por uma transformação do signo como um meio de conhecimento para um elemento de representação.

Em 1910, Ernst Cassirer, publica *Substanzbegriff und Funktionsbegriff ntersuchungen uber die Grundfragen der Erkenntniskritik* (O conceito de substância e o conceito de função: estudos sobre as questões básicas da crítica cognitiva). No capítulo 1, *A teoria da conceitualização*, Cassirer nos apresenta uma investigação histórica do conceito do conceito. No percorrer desse caminho, percebemos a importância da Semiótica. Suas considerações sobre as visões e julgamentos acerca do conceito teórico culminam em questões filosóficas e epistemológicas acerca da Complementaridade entre o pensamento e o ser, conhecimento e realidade e, por fim, entre o sentido e a referência do conceito em Matemática. Cada mudança em sua visão fundamental fora acompanhada por novas suposições sobre a natureza e signo do conceito.

Percebemos essas mudanças ao longo da história, concordamos que o conhecimento clássico antes da Revolução Científica do século XVII foi completamente determinado por seu objetivo, assim o que dominou o conhecimento até o Renascimento foi o objeto, do Barroco até a Modernidade o sujeito, ou sua construção do conhecimento, conforme a Revolução Copernicana da epistemologia de Kant, que percebeu exatamente essa ruptura. E o neokantiano Cassirer procurou verificar essa transformação no curso da história.

Em *A Crítica da Razão Pura e as duas fontes de conhecimento matemático*, de Immanuel Kant, trazemos um dos principais referenciais teóricos, Kant, além de autores como Peirce, Cassirer, Foucault dentre outros, que o estudaram intensamente..

Para Kant (2001) o conhecimento surge de duas fontes fundamentais, por assim dizer, intuições e conceitos. Essas duas fontes se correspondem com dois tipos de Lógica, isto é, a Lógica Geral que rege os juízos analíticos e a Lógica Transcendental que gerencia os juízos sintéticos.

A importância é que Kant admite a intuição, ou seja, sem intuição não é possível o conhecimento matemático, assim a Matemática não é uma linguagem construída somente por vários conceitos, como Leibniz a concebeu.

Resumidamente, nesse subtítulo constatamos que a objetividade da Matemática, no contexto da Educação Matemática pode ser seguramente justificada via Semiótica vinculada à Complementaridade, pois o conhecimento na Matemática verifica-se a partir da construção de diagramas, diferentemente da Filosofia ou das Ciências Humanas, em que esse ocorre apenas por meio de conceitos.

Assim analisamos o mérito do trabalho de Foucault ao registrar as mudanças nas relações entre as coisas e suas representações. Introduzindo epistemologias centralizadas no signo. Averiguamos, por meio da descrição de Cassirer, a complexa discussão filosófica sobre a natureza dos signos da Matemática. Verificamos o valor da Revolução Copernicana e Epistemológica de Kant, na qual, o conhecimento possui duas fontes fundamentais, intuições e conceitos, sendo esse uma atividade do sujeito e não um espelho fiel da realidade.

4.3 Descartes: e a Época da Representação

Com Foucault, a *era da representação* foi marcada pelo desejo de representar o objeto de forma mais precisa possível. Havia a necessidade de estabelecer um sentido e referência ao objeto. No contexto da Educação, despertou-se o desejo em representar o conhecimento de forma clara. Para David Émile Durkheim (1858-1917), até o século XVI, as mudanças ocorridas na Educação se desenvolveram de forma muito lenta e sua progressividade girava em torno de uma única e mesma ideia (1938).

> Este já não era o caso no século XVI. Desta vez, a tradição escolar deixa de se desenvolver da mesma forma que no passado, pois uma revolução está a caminho. Ao invés do movimento continuar a seguir, pacífica e silenciosamente, conforme o caminho que percorrera durante os últimos séculos, ao contrário, afastou-se dele de repente e procurou um caminho totalmente novo (DURKHEIM, 1938, p. 7, tradução nossa).

Consequentemente, até o século XVI, no âmbito da Educação, a ideia movia-se lentamente para o inconsciente e aos poucos vinha manifestando a sensação de novas necessidades, seguindo o curso dos acontecimentos até ocorrer uma transformação no cenário da Educação. Para Durkheim (1938), esta mudança foi tão radical que a expressa por revolução educacional. Mais instigante é que, para este sociólogo, essa revolução educacional não apenas antecipa, mas é um dos principais fatores para a Revolução Científica, no século XVIII. Dentre os coadjuvantes literários, está Petrus Ramus (1515-1572), em francês Pierre de la Ramée.

> [...] Desta vez, a tradição da escola deixa de se desenvolver na mesma direção que no passado e uma revolução está em preparação. Em vez de o movimento continuar a seguir, pacífica e silenciosamente, a maneira pela qual esteve envolvido por sete séculos, repentinamente afastou-se e procurou outro rumo inteiramente novo. Sob essas condições, não era mais possível deixar as coisas seguirem espontaneamente o curso normal, pois era necessário, ao contrário, resistir a elas, bloquear seu caminho, revertê-las. No instinto, do hábito adquirido, era necessário se opor a uma força antagônica que só poderia ser a da reflexão. Como o novo sistema ao qual aspirávamos não podia ser alcançado por uma simples e grande transformação do sistema em vigor, era necessário, portanto, começar por construí-lo inteiramente a partir de todas as peças pelo

> pensamento, antes de tentar colocá-lo em prática; e, por outro lado, para dar-lhe uma autoridade que o impusesse aos espíritos, não bastava indicá-lo com entusiasmo, era necessário acompanhá-lo com suas provas, isto é, as razões que o justificavam, em suma, foi necessário fazer a teoria. É por isso que de repente vemos o surgimento de toda uma gama de literatura educacional no século XVI, e esta é a primeira vez na nossa história escolar. É Rabelais, é Erasmus, é Ramus, é Budé, Vivès, é Montaigne, para falar apenas daqueles que são de particular interesse para a França. (DURKHEIM, 1938, p. 7, tradução nossa).

Na relação Petrus Ramus e o Ensino de Matemática, contextualizamos a época da representação, na qual estão inseridos Ramus e Descartes. Com respaldo em Durkheim (1858-1917), ratificamos que toda revolução na Epistemologia segue acompanhada por uma revolução educacional. Na época da representação, essa revolução foi marcada pela preocupação em oferecer uma correta representação, possibilitando melhor aprendizagem. Destacamos Ramus, com importantes contribuições no contexto da Educação Matemática e como um precursor de Descartes.

As contribuições de Ramus ao enfatizar a importância central da Matemática, aliadas ao seu pensamento operacional ao insistir na aplicação da teoria científica e na solução prática de problemas, ajudou a formular a busca pelo conhecimento operacional da natureza, fato que marca a Revolução Científica (MAHONEY, 1970 -1990). Após Ramus, os matemáticos François Viète (1540 - 1603) e Descartes deram continuidade ao processo de organização e influência frutífera da Matemática,

Assim vislumbramos o importante de trabalho de Petrus Ramus e de certo modo a sua influência sobre Descartes. Com Ramus temos a organização, o retorno e a contemplação das obras gregas. A preocupação de Ramus com o Ensino de Matemática é perceptível, também, no trabalho de Descartes que desejava saber como o ser humano adquire conhecimentos novos.

Descartes, percebeu que a essência da Matemática não consistia apenas em estabelecer comparações, mas também em combinação, deste modo, ele realiza uma combinação entre o cálculo e a percepção ou generalização geométrica.

Entretanto no início de sua pesquisa, quando ainda bem jovem, projetou um programa e um método para o qual os problemas relativos à grandeza contínua e discreta pudessem ser tratados analogicamente. Então, programaticamente esboçou suas novas ideias e investigações futuras em uma importante carta a Beeckman em 26 de março de 1619.

Beeckman interpretou o conteúdo dessa carta como sendo desejo de Descartes em reunir perfeitamente a Física à Matemática (ADAM; MILHAUD, 1936). A ideia essencial consistia em estabelecer uma analogia frutífera entre Aritmética e Geometria.

Para alcançar prosseguir com seu projeto, Descartes inicia suas pesquisas. Em *Regulae*, temos uma percepção desse projeto, destacamos sua preocupação referente à aquisição de conhecimentos novos e seguros. E quase 20 anos após escrever a carta a Beeckman, Descartes publicou *La Géométrie* (1637), nessa obra, alguns resultados importantes nos chamam atenção e nos ajudam a compreender as intenções do seu projeto apresentado na referida carta, por exemplo, o modo como Descartes conduziu um método para resolver o problema da duplicação do cubo, cuja solução foi impossível na teoria de Euclides.

A diferença entre a perspectiva analítica de Leibniz e a visão intuitiva e geométrica de Descartes, evidenciam a importância filosófica da percepção entre sentido e referência dos símbolos da matemática.

Em síntese, ressaltamos o grande feito de Descartes ao perceber o potencial da atividade científica e matemática utilizando um símbolo para representar o objeto desconhecido, consequentemente ele introduziu o método experimental no pensamento. Seu trabalho culmina na inovada junção entre Geometria e Álgebra, abrindo caminho para as teorias axiomáticas na Matemática, como a Álgebra Linear.

4.4 A Álgebra Linear

A carta de Descartes escrita a Beeckman, desenha uma analogia entre Aritmética e Geometria. Isso é normalmente interpretado em termos de uma aritmização da Geometria à transformação da Geometria em uma Geometria Analítica. Mas poderia também ser interpretada como uma *geometrização* da Aritmética, porque confronta a ciência na busca pela existência e natureza dos objetos aos quais se refere, bem como por descobrir novas verdades.

Os chamados números imaginários, por exemplo, eram determinados apenas em seu sentido operativo, nenhuma referência objetiva podia ser-lhes atribuída, até que Gauss encontrou uma interpretação geométrica.

No curso histórico da Matemática, a fim de realizar todas as operações algébricas possíveis, novos sinais e números foram sendo introduzidos. As questões relativas à referência desses novos signos passaram a serem levantadas com maior frequência. Atento a esta problemática, Frege tentou resolvê-la de forma conservadora, buscando justificar a aplicabilidade universal da Aritmética com números referentes às extensões de conceitos. Para esclarecer essa questão, em *Fundamentos da Aritmética* (1980), ele exemplifica utilizando o número no contexto de um juízo no qual se evidencia sua original aplicação. Para Frege (1980), o sentido, isto é, a representação em si ou a intenção não é importante, sendo apenas uma maneira pela qual um determinado objeto é apresentado ou dado. Frege não percebeu as transformações que ocorreram na teoria matemática, conforme Cassirer (1953) destacou na transformação do conceito de substância para o conceito de função.

De acordo com Cassirer (1953), até o final século XVIII, os conceitos foram baseados em pensamentos ou conhecimentos como sendo verdadeiros. Consequentemente, noções como as de *axioma* e *hipótese* eram antagônicas mas, após o século XIX, ocorrem transformações, e esses termos passaram a ser concebidos como sinônimos.

A realidade é que os matemáticos pesquisadores desejavam explorar o desconhecido, por isso não aceitaram pacificamente uma espécie de harmonia preestabelecida entre a coisa e o universo dos objetos. E de fato, se desejamos desenvolver a Matemática como uma ferramenta de pesquisa, devemos considerar que o objeto da pesquisa não é conhecido e até mesmo entender que este pode não existir.

Portanto, os matemáticos desde Grassmann à Peirce introduziram algo que Piaget (1977) chamou de *abstração reflexiva*, ou seja, abstração das próprias operações do matemático (BETH; PIAGET, 1961, p. 187). E Peirce havia chamado o mesmo processo de abstração hipostática (PEIRCE, CP 235).

Essa mudança é também perceptível em Foucault (2000), quando relata sobre a separação entre as palavras e objetos ou podemos dizer entre o sentido e a referência. De igual natureza, a nova compreensão da axiomática e a separação da Matemática de aplicações imediatas, bem como de interpretações filosóficas, completam estes desenvolvimentos. E, com base nesta conclusão, podemos compreender melhor a importância da Complementaridade.

A ruptura descrita por Foucault, é reforçada na Matemática por meio de uma mudança no conceito de axioma efetuado por Hermann Günther Grassmann (Graßmann) (1804 – 1877), responsável por criar uma nova noção sobre teoria e relação entre a teoria e a aplicação na Matemática e na Física. Com Grassmann, os axiomas deixaram de ser verdades incontestáveis para ser considerados hipóteses.

Um notável livro moderno, introduzindo todos os conceitos da Álgebra Linear em termos axiomáticos, seguindo a teoria de Grassmann, foi o *Lineare Algebra*, cuja primeira versão fora publicada em 1958, escrito pelo matemático alemão Werner Hildbert Graeub (1925-1991).

Nesse exemplar, a Matemática é trabalhada como um pensamento conceitual. As definições dos conceitos matemáticos são realizadas utilizando o método axiomático o qual consiste em dispor de um conjunto de objetos com suas regras. A genealogia no seguimento da Álgebra Linear apresenta Graeub com seu *Lineare Algebra*, mas este foi aluno de Waerden, o qual estudou com Noether

As tendências estruturalistas na Matemática se tornaram mais importantes com o advento da Matemática Pura por volta da virada para o século XIX. A matemática de pessoas como Cardano, Bombelli, Euler, entre outros, parecia ter ficado presa nos labirintos de cálculos intermináveis até que os esforços de matemáticos, como Galois, Grassmann, Peano, Dedekind, Hilbert e Emmy Noether, libertaram-na.

O método axiomático de David Hilbert (1862-WW943) e Emmy Amalie Noether (1882-1935) foi o auge do pensamento relacional na Matemática. Na Alemanha, esse método passou a ser introduzido nas Universidades, alguns anos após a Segunda Guerra Mundial.

A nova álgebra abstrata de Emmy Noether, aluna de Hilbert, foi inteiramente conceitual. No início do século XX, o movimento de rigor de aritmetização, estava mais preocupado com a ontologia ou, em termos de

Semiótica, com a relação à referência dos símbolos matemáticos. Mas a concepção de Álgebra Moderna desenvolvida por Emmy apresenta uma abordagem epistemológica diferente, a qual é dedicada à generalização conceitual com base em uma forma de pensamento analítico.

Apesar de Emmy Noether ser uma pessoa notavelmente criativa, assumindo uma vasta gama de conceitos matemáticos e reunindo-os de uma forma revolucionária, de acordo com Tent (2008), é importante admitir sua dificuldade para explicar suas construções a outras pessoas, apenas alguns puderam entender bem suas palestras. O holandês Bartel Leendert van der Waerden (1903-1996), aluno de Emmy, foi capaz de apresentar seus conceitos claramente.

De acordo com Waerden (*apud* TENT, 2008, p. 112, tradução nossa), a essência do credo matemático de Noether está contida na seguinte máxima: "Todas as relações entre números, funções e operações tornam-se claras, generalizáveis e verdadeiramente frutíferas apenas quando são separadas de seus objetos particulares e reduzidas a conceitos gerais.".

O trabalho de Waerden foi crucial para apresentação da pesquisa de Emmy, além de influenciar vários matemáticos, entre eles o francês Jean Alexandre Eugène Dieudonné (1906-1992) e o alemão Werner Graeub, este último foi aluno de Waerden. Percebem-se neste ínterim duas importantes ramificações do estruturalismo na Matemática, a saber, o movimento da Matemática Moderna que culminou na reforma do ensino, bem como a Álgebra Linear em termos axiomáticos com Graeub. Assim: "Sua riqueza de ideias bonitas e poderosas, brilhantemente apresentadas por van der Waerden, alimentou uma geração de matemáticos. O impacto imediato do livro é descrito pungentemente por Dieudonné e G. Birkhoff, respectivamente [...]." (KLEINER, 2007, p. 99, tradução nossa). Posteriormente, o grupo dos bourbakistas passou a publicar uma versão estruturalista dessa Matemática Abstrata, mediante os *Elementos de Matemática*, de Nicholas Bourbaki. Esse tratado foi a base com a qual foi construída, na década dos 1950, a reforma da Educação Matemática conhecida como Matemática Moderna (SILVEIRA, 2000). Seus trabalhos apresentam uma Matemática básica, ou seja, a base que todo matemático deve ter, o que eles excluem não significa que não é importante, apenas não faz parte do conhecimento base para todo matemático (DIEUDONNÉ, 1970).

Vamos agora buscar exemplificar, por meio da Álgebra Linear, a importância da Complementaridade entre sentido e referência dos símbolos da Matemática no viés da abordagem semiótica, através de dois exemplos bem concretos e claros para entendermos melhor essa exigência de pensarmos em termos de conceitos teóricos e de pensarmos sobre o pensamento.

Mencionamos primeiramente o exemplo da *Analogia entre os imaginários e os irracionais.* Destacamos a importância da representação geométrica dos números imaginários e a representação, em forma decimal (com vírgulas), para números irracionais. Tanto no caso dos números imaginários como no dos irracionais, houve necessidade de apresentar uma referência para obter um sentido.

A pergunta norteadora foi a respeito da solução para equações do tipo $x^2+1=0$. As soluções para problemas desta natureza foram por muitos anos ignoradas, porque envolviam soluções aparentemente sem lógica ou totalmente inúteis. Os matemáticos consideravam necessário qualificar as quantidades imaginárias pela sua natureza, por isso as consideravam como "[...] 'sofísticas', 'absurdas', 'impossíveis', 'falsas' ou 'imaginárias'." (ROQUE, 2012, p. 448).

Mas o matemático precisou, em certo sentido, ampliar seu universo e encontrar um novo sistema de números, como os números complexos e irracionais. Na realidade, postulou-se essa existência como um elemento ideal ou imaginário. Desde então, o conceito de número se desprende da grandeza e quantidade e passa a ser visto, também, como uma noção abstrata.

Os irracionais começaram a ser aceitos, apenas quando foi possível apresentá-los em forma de uma representação decimal com vírgulas a partir do trabalho do holandês Simon Stevin (1548-1620). Assim o fator essencial para sua aceitação foi a representação. Analogamente os números complexos só foram aceitos após matemáticos como Johann Carl Friedrich Gauss (1777-1855) e Jean-Robert Argand (1768 -1822) apresentarem uma representação geométrica.

Conforme Schubring (2018, p. 6), Argand é "[...] um nome de grande importância na história dos números complexos [...], que contribui decisivamente para a aceitação de tais números como conceitos matemáticos legítimos; o que se dá por meio da representação geométrica dos mesmos.”. Contudo, apenas a publicação do renomado Gauss surtiu grande efeito entre os matemáticos. Efetivamente, os números complexos, nas mãos do famoso Gauss, adquiriram, principalmente, o direito de *cidadania* no mundo, ou seja, a aceitação entre os matemáticos

Assim o pensamento relacional é particularmente importante na Matemática. Números positivos e negativos só fazem sentido do ponto de vista relacional e, para justificar as regras de cálculo para números negativos, fracionários ou imaginários, é preciso representá-los em termos relacionais, como: $3 = 5 + x$; $7x = 3$; $5y = 1$ etc.

Caso contrário, os objetos são simplesmente coisas existentes sem qualquer significado, considerados como surdos, imaginários, irreais e assim por diante. Portanto, tudo o que é inteligível deve ser uma relação ou um *continuum*. Pode haver, por exemplo, indivíduos bons e maus, mas, para entender o que isso significa ser bom ou mal, é preciso levar em consideração a relação ou o *continuum* entre esses extremos. A única maneira produtiva de pensar em distintos existentes é percebê-los em uma relação. Somente as relações podem ser objetivamente compreendidas e comunicadas. Este pensamento relacional é algo que começou a surgir com mais força no final do século XVIII e início do século XIX.

A grande vantagem da Álgebra é ter um objeto desconhecido, o famoso x, que pode representar ou não um objeto, por exemplo, se uma equação não tem solução então x não representa nada. Igualmente aos números imaginários, que precisaram ser vistos apenas como funções, ou seja, como símbolos para calcular, os quais não apresentam uma referência objetiva, por isso, são chamados de imaginários.

Ao invés de procurar construir relações matemáticas, os matemáticos começaram a perguntar primeiro: Será que tal relação é de fato possível? Niels Henrik Abel (1802-1829), em seu livro intitulado *Memória sobre Equações Algébricas, ou Demonstração da Impossibilidade de Resolver a Equação Geral do Quinto Grau*, de 1826, apresentou uma das famosas provas de impossibilidade da Matemática Moderna.

As ideias de Abel não são apenas paradigmáticas para inúmeras provas de impossibilidade, mas também expressam uma característica geral da Matemática Moderna, ou seja, o uso interativo de seus conceitos básicos, como a noção de conjunto ou função. Assim os métodos e fórmulas da Álgebra não são completamente universais, por exemplo, equações de graus superiores a quatro não podem ser resolvidas em radicais.

Os números complexos e a resolução de equações com base no trabalho de Abel auxiliaram no processo de encaminhar a Matemática em dois lados, no pensamento conceitual e na Álgebra Linear.

No segundo exemplo, apresentamos um resultado da teoria dos determinantes, com a prova do teorema que versa sobre a multiplicação de determinantes, tanto na forma geral, marcada por vários cálculos e símbolos matemáticos, como por meio do pensamento conceitual, na perspectiva da axiomática.

Nesse exemplo, o tratamento matemático linguístico e cognitivo pode ser observado por meio do teorema da teoria dos determinantes. Assim, é possível estimular um entendimento conceitual menos empírico e mais apropriado no que diz respeito à questão "O que é realmente a Matemática?", considerando que os termos matemáticos deveriam ser entendidos como processos dinâmicos baseados na interação entre seus aspectos intensionais e extensionais. Como de fato não é possível responder de forma definitiva a pergunta sobre a origem da natureza dos objetos matemáticos e muito menos limitar as interpretações possíveis dos conceitos matemáticos, assim o próprio processo sobre a evolução de conceitos tem uma grande importância para a Matemática como uma atividade humana.

Uma teoria no sentido do estruturalismo moderno, conforme Sneed (1971), é um par composto entre uma estrutura sintática representada por um sistema de axiomas e por um conjunto de aplicações ou modelos possíveis. A Complementaridade entre o sentido dos conceitos matemáticos (isto é, as consequências lógicas dos axiomas) e suas referências, ou seja, a Complementaridade entre intensão e extensão, ocorre de forma diferente nas teorias matemáticas, pois as referências ou *objetos* não são fixados de forma definitiva.

Observe que uma matriz é um objeto matemático organizado em linhas e colunas (LANG, 2003). Não obstante, uma matriz pode significar mais que um esquema de números dispostos em linha e colunas, pode representar transformações lineares, tensores, regimes de produção, conjuntos de vetores etc. Porém o conceito de matriz não existe independentemente de todas essas possíveis representações, mas também não deve ser adotado como sendo uma dessas representações.

De forma sucinta, destacamos a Álgebra Linear como uma área da Matemática com férteis contribuições tanto no campo das aplicações quanto em termos de um novo conceito para teoria, tal como uma estrutura formal. Por meio do trabalho de Grassmann, verificamos a mudança do conceito de axioma, o qual assume uma nova perspectiva, visto que deixa de ser uma verdade incontestável para ser considerado como uma hipótese. E, no livro de Graeub, apresentamos um ótimo exemplo da teoria axiomática, o qual também influenciou o Movimento da Matemática Moderna.

Ancorados na Semiótica peirceana verificamos que, tanto na Epistemologia quanto na Educação Matemática, a característica da Complementaridade revela-se no contexto da mediação entre referência e sentido dos símbolos.

5 Considerações

Neste trabalho, buscamos destacar a Semiótica e a Complementaridade, respectivamente, nas perspectivas de Peirce e de Otte, para, com base nessas concepções, dialogarmos sobre as implicações e relevâncias no contexto da Educação Matemática, no que tange à aquisição do conhecimento na pesquisa e na aprendizagem.

Analisamos o movimento histórico do signo na ciência usando os resultados do livro “As palavras e as coisas”, de Foucault, no qual o autor evidencia as mudanças nas relações entre as coisas e suas representações, descrito por epistemologias centralizadas no signo, ou seja, a maneira como se representava uma coisa se mostrava mais importante do que a própria coisa em si. Considerando a evolução da Filosofia, podemos dizer que a Epistemologia começou substituir a Metafísica como área mais importante.

Verificamos, nesse contexto, o valor da Revolução Copernicana na Epistemologia de Kant, na qual o conhecimento foi concebido como uma atividade do sujeito e não como um espelho fiel da realidade. Averiguamos, por meio da descrição de Cassirer, a complexa discussão histórica e filosófica a respeito da natureza dos conceitos da Matemática e da Ciência.

Constatamos o potencial da atividade científica e matemática, por meio do trabalho de Descartes, ao utilizar um símbolo para representar o objeto desconhecido. Dessa maneira, Descartes introduziu o método experimental no pensamento matemático, no qual encontram-se as raízes da noção moderna para uma teoria axiomática. Apresentamos a Álgebra Linear com a obra de Grassmann, de modo geral, como exemplo dessa evolução.

A Álgebra Linear se destaca como uma área da Matemática com férteis contribuições tanto no campo das aplicações quanto em termos de um novo conceito para a teoria, tal como uma estrutura formal. Com alguns exemplos, como o trabalho de Grassmann e Graeub, ancorados na Semiótica peirceana, verificamos que, tanto na Epistemologia quanto na Educação Matemática, a característica da Complementaridade revela-se no contexto da mediação entre referência e sentido dos símbolos.

A partir dos estudos realizados, constatamos que a concepção sobre sentido e referência esteve atrelada, historicamente, à epistemologia do signo, envolto na cultura e no pensamento de cada época, partindo da configuração na qual sentido e referência não foram distinguidos claramente até o nominalismo moderno, o qual considera os conceitos e os signos como construções mentais do sujeito humano. Em contraste, Peirce identificou a raiz dos signos nos objetos, como perspectivas incompletas e subjetivamente interpretadas. Com isso, a relação entre sentido e referência conecta-se a um processo em semiosis, no qual não há nem sentido nem referência final acerca do objeto.

Assim relembramos as questões postas no início desta tese e procuramos responder de forma simplificada e objetiva. A primeira pergunta: (i) Como se concebeu a relação sentido e referência das representações ao longo da história? Apresentamos três pontos importantes:

Primeiro: para Foucault essa relação entre sentido e referência das representações ao longo da história se concebeu por meio das constantes mudanças na representação das coisas pelas palavras ao longo da história. Destacando a necessidade de se considerar as coisas como signos em um processo que envolve a interpretação do sujeito tanto sobre sentido como referência.

Segundo: para Cassirer essa relação entre sentido e referência das representações ao longo da história se concebeu por meio da complexa discussão histórica e filosófica a respeito da natureza dos conceitos na Filosofia da Matemática. O trabablho de Cassirer se verifica como um reflexo da Revolução Copernicana da Epistemologia de Kant.

Terceiro: em ambos percebemos a importância da semiótica ao destacarem referência (coisas e conceitos) como signos representados por sentido (palavras e funções). Contudo, referência e sentido carecem da interpretação e abstração humana. Essa característica de dependência (carência), de termos aparentemente opostos, mas que se completam para aquisição do conhecimento aponta para complementaridade entre sentido e referência integrados a subjetividade humana. Conforme Kant destacou ao utilizar intuições e conceitos em sua Revolução Copernicana (que assume a importância no sujeito).

Em relação à questão: (ii) Que implicações para a Educação Matemática podem ser geradas a partir de uma abordagem semiótica dos símbolos da Matemática, reconhecendo a Complementaridade entre sentido e referência como foco? Destacamos as principais implicações:

Primeiro: considerar, no âmbito da Educação Matemática, a importância da relação tríade atrelada aos contextos e perspectivas dos interpretantes, em processo semiosis, estabelecendo os mesmos níveis de atenção ao objeto, signo e interpretante. Na tríade objeto-signo-interpretante, Peirce explora a importância da cognição e do conhecimento humano na relação entre sujeito e objeto.

Segundo: considerar os símbolos matemáticos como signos, na multiplicidade da tríade peirceana objeto-signo-interpretante, afastando-se do demasiado psicologismo dos professores, que consideram mais o discente e o seu próprio conhecimento humano que a natureza simbólica da Matemática. O que implica ainda em reconhecer que o professor de Matemática não é um psicólogo, um pedagogo, pai, mãe entre outros; sobretudo ele é um professor de Matemática, tem um compromisso com o discente, mas também com a própria natureza simbólica da Matemática;

Terceiro: desvincular-se do matemático platonista, visto que o sucesso da Educação Matemática, em grande parte, não depende apenas de revisões de conteúdo e de metodologias excessivamente elaboradas, mas da dinamização da própria Matemática ao interagir entre a prática e o conhecimento, ou seja, depende fundamentalmente do professor reconhecer que a Matemática é parte integrante do conhecimento que se renova e se fortalece por meio das experiências vivenciadas por todos. O professor de Matemática não é um matemático puro, ou não deve ministrar aulas tratando a Matemática como algo pronto e acabado;

Nesse contexto, concluímos que a Educação Matemática fundamentada na Semiótica e na Complementaridade abre caminhos para um empreendimento interdisciplinar capaz de promover oportunidades para colaborar com o futuro na pesquisa e aprendizagem.

Ao concluirmos esta tese, reconhecemos a riqueza e grandeza na qual está imersa a nossa proposta, o que nos deu fôlego e motivação para seguirmos. Contudo, entendemos que o conhecimento não é final e muitos assuntos, como a própria Semiótica de Peirce, ainda se constitui um vasto campo de pesquisa a ser explorado, principalmente no campo da Educação Matemática no Brasil. A ideia de escrever sobre Petrus Ramus foi tardia, surgiu praticamente em vias de qualificação. O Prof. Dr. Schubring, na qualificação, fez-nos um relato impressionante sobre a riqueza acerca do trabalho de Ramus, infelizmente não conseguimos, escrever de forma tão valiosa e precisa, inclusive, julgo que esse se constitui um tema com elementos para uma dissertação de mestrado.

Esperamos que este texto promova o fortalecimento da Educação Matemática, na pesquisa e na aprendizagem, em uma perspectiva interdisciplinar.

REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, Nicola. **Dicionário de Filosofia.** 5. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

ADAM, Charles; MILHAUD, Gaston. (ed.). **Descartes Correspondence**. Paris: Alcan, 1936.

BETH, Evert W.; PIAGET, Jean. **Épistémologie mathématique et psychologie**: essai sur les relations entre la logique formelle et la pensée réelle. Paris: Presses Universitaires de France (PUF), 1961.

CASSIRER, Ernst. **Substance and Function and Einstein's Theory of Relativity**. New York: Dover, 1953.

CASSIRER, Ernst. **Substanzbegriff und Funktionsbegriff: Untersuchungen über die Grundfragen der Erkenntniskritik.** Berlin: Verlag von Bruno Cassirer, 1910.

DEELY, J. **Introducing Semiotic**. Bloomington: Indiana University Press, 1982.

DESCARTES, René (1637). **A Geometria**. Trad. José Portugal dos Santos Ramos. *In*: **Cad. Hist. Fil. Ci**., Campinas, Série 3, v. 19, n. 2, p. 221-249, jul./dez., 2009.

DESCARTES, René. **Regras para a Direcção do Espírito.** Tradução de João Gama. Lisboa: Edições 70, 1985.

DIEUDONNÉ, J. The work of Nicholas Bourbaki. **The American Mathematical Monthly,** [S. l.], v. 77, n. 2, p. 134-145, fev. 1970.

DURKHEIM, Émile. **L'évolution pédagogique en France. (**Cours pour les candidats à l'Agrégation prononcé en 1904-1905). 2ª partie: chapitres I a XIII, Paris: PUF, 1938. Disponível em: http://classiques.uqac.ca/classiques/Durkheim_emile/evolution_ped_france/evolution_ped_france.html. Acesso em: 5 dez. 2018.

FOUCAULT, Michel. **Le Mots et les Choses:** Une archéologie des sciences humaines. Paris: Gallimard, 1966.

FOUCAULT, Michel. **As palavras e as coisas**: Uma arqueologia das ciências humanas. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

FREGE, Gottlob. **Os Fundamentos da Aritmética. Uma Inves-**

tigação Lógico-matemática sobre o Conceito de Número. Tradução de Luís Henrique dos Santos. São Paulo: Abril Cultural, 1980. (Coleção Os Pensadores). Disponível em: https://marcosfabionuva.files.wordpress.com/2011/08/os-fundamentos-da-aritmc3a9tica.pdf. Acesso em: 5 dez. 2018.

GRAEUB, Werner Hildbert. **Linear Algebra**. 4. ed. New York: Springer-Verlag, 1975.

GRAEUB, Werner Hildbert. **Lineare algebra**. Berlin / Gottingen/ Heidelberg: Springer-Verlag, 1958.

GRASSMANN, Hermann G. **Lehrbuch der Arithmetik für höhere Lehranstalten.** Berlin: Enslin, 1861.

GRASSMANN, Hermann. **Die lineale ausdehnungslehre, eine neuer Zweig der Mathematik, dargestellt und durch Anwendungen auf die übrigen Zweige der Mathematik, wie auch auf die Statik, Mechanik, die Lehre vom Magnetismus und die Krystallonomie erläutert**. Leipzig: Verlag von Otto Wigand, 1844.

HOFFMANN, Michael H.G.; LENHARD, Johannes; SEEGER, Falk (ed.). **Activity and Sign. Grounding mathematics education**. New York, NY: Springer, 2005.

KANT, Immanuel [1787]. **Crítica da razão pura**. Tradução de Manuela Pinto dos Santos e Alexandre Fradique Morujão. Introdução e notas de Alexandre Fradique Morujão, 5. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2001.

KLEINER. Israel. **A History of Abstract Algebra**. Boston: Birkhäuser, 2007.

MAHONEY, Michael S. Petrus Ramus Biography. **In: Dictionary of Scientific Biography, New York**, 1970-1990. Disponível em: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/DSB/Ramus.pdf. Último acesso em: 16 nov. 2019.

OTTE, Michael Friedrich. **O Formal, o Social e o Subjetivo: uma introdução à Filosofia e à Didática da Matemática**. São Paulo: Editora da Unesp,1993b.

OTTE, M. F.; STEINBRING, H. **Probleme de Begriffsentwicklung. In: Didaktik der Mathematik,** [Eggenstein-Leopoldshafen], v.1, p. 16-25, 1977.

OTTE, Michael Friedrich. **Epistemologia matemática de um ponto de vista semiótico.** Educação Matemática e Pesquisa, São Paulo, v. 3, n. 2, p. 11-58, 2001.

OTTE, Michael Friedrich. **Complementary, Sets and Numbers. Educational Studies in Math**, [S.l.], v. 53, p. 203-228, 2003a.

OTTE, Michael Friedrich. **A Realidade das Ideias: uma perspectiva epistemológica para a Educação Matemática**. Cuiabá: Editora da UFMT, 2012.

PEIRCE, Charles Sanders.: **CP = Collected Papers of Charles Sanders Peirce**. Vol. I-VI, ed. by Charles Hartshorne and Paul Weiß, Cambridge, Mass. (Harvard UP) 1931-1935, Vol. VII-VIII, ed. by Arthur W. Burks, Cambridge, Mass. (Harvard UP), 1958 (quoted by no. of volume and paragraph.

PEIRCE, Charles Sanders.: **W = Writings of Charles S. Peirce. A Chronological Edition**, Vol. 1-5, Peirce Edition Project (ed.), 1982-1994. Bloomington e Indianapolis: Indiana University Press.

PIAGET, J. et AL (1977). **Abstração Reflexionante: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais**. Tradução de Fernando Becker Petronilha da Silva. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática: Uma Visão Crítica, Desfazendo Mitos e Lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012. 178

SCHUBRING, Gert. **A biografia de Argand: as lendas e as fontes**. Revista do Professor de Matemática, Rio de Janeiro, v. 36, p. 2-8, 2018. Disponível em: https://www.13snhct.sbhc.org.br/resources/anais/10/1349713128_ARQUIVO_Argand-GertSchubring.pdf. Acesso em: 18 dez. 2017

SNEED, J. D. **The Logical Structure of Mathematical Physics.** Dordrecht (Holland): D. Reidel Publishing Company / Springer Netherlands, 1971.

TENT, M. B. W. **Emmy Noether: The Mother of Modern Algebra**. Massachusetts: AK Peters, 2008.

Referência da Tese

SANTANA, Geslane Figueiredo da Silva. **A Complementaridade entre Sentido e Referência dos Símbolos da Matemática**. 2019. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática. Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2021.
Disponível em: 5d6caae665a6b2bbf535a6b9856be1a99fa7331e.pdf (ufmt.br).

APRESENTAÇÃO DOS AUTORES:

Geslane Figueiredo da Silva Santana

Doutora em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), pela Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Professor Adjunto na Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), Sinop, Mato Grosso, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Toledo, 735, Jardim Terra Rica 2, Sinop, Mato Grosso, Brasil, CEP: 78557-548.

E-mail: geslanef@hotmail.com.
Lattes: http://lattes.cnpq.br/8713263360849396
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6281-8719

Michael Friedrich Otte

Doutor em Matemática pelas Universidade de Goettingen e Universidade Munster (Alemanha).
E-mail:michaelontra@aol.com
Lattes: http://lattes.cnpq.br/9559913886306408
ORCID: http://orcid.org/0000-0001-6068-7121

POSFÁCIO

A formação de professores, como uma diretriz de transformação para o ensino e a pesquisa em Educação em Ciências e Matemáticas, na Amazônia Legal Brasileira é algo que se almeja há tempos. Em uma região do país marcada por desigualdades de toda ordem, pode-se encontrar diversidade nas motivações, aspirações, desejos e perspectivas esperançosas de uma melhor qualidade de educação e, principalmente, qualidade de vida. Tais características é o que nos move, em sentidos e direções diversas, com base na produção do conhecimento que desenvolvemos e os efeito dessa produção em diferentes possibilidades educacionais e formativas.

A obra intitulada "PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA AMAZÔNIA BRASILEIRA: foco nos resultados de teses de doutorado", apresenta indicadores deste movimento. Tendo por base, produções associadas à diferentes perspectivas de investigações possíveis, revela um conjunto de trabalhos desenvolvidos e perfeitamente conectados, por um de seus propósitos centrais: contribuir para a formação qualificada do professorado que integra as Instituições parceiras da Rede REAMEC. Neste exato momento em que escrevo este posfácio, o Programa REAMEC se aproxima de incríveis 200 teses de doutorado defendidas (muito provavelmente, após a publicação deste livro já terá ultrapassado esta marca). Um volume de produção significativo, nunca antes registrado em Programas de Pós-Graduação vinculados a sua área de conhecimento, representando assim, um esforço sem precedentes, de toda a comunidade que compõe a Rede, como uma contribuição para a redução das assimetrias regionais. Assim, o extrato de produção elencada em seus 9 capítulos, apresenta uma diversidade de abordagens discutidas e problematizadas, a partir das duas linhas de pesquisas que compõem a Rede: i) Formação de Professores para a Educação em Ciências e Matemática; ii) Fundamentos e Metodologias para a Educação em Ciências e Matemática.

Trata-se de um esforço entre Instituições, com características evidentes de um sistema conectado em rede, cujo compromisso assumido e a relação estabelecida nos últimos anos entre seus integrantes, revela a seriedade e a responsabilidade com a formação, a nível doutoral, em busca do cumprimento de uma função social principal que é a qualificação do corpo docente institucional das IFES que fazem parte da Rede e, consequentemente., seus efeitos de repercussão e representatividade (inserção) social, em diferentes níveis institucionais e organizações educacionais.

Naturalmente, o esforço concentrado pela busca de melhores qualificações, passa pela produção gerada, o que torna o campo epistemológico da produção de conhecimento associado, promissor em termos de possibilidades investigativas. Nesse sentido, os trabalhos que compõem essa obra, trazem resultados focando investigações sobre a “Formação de Professores que Ensinam Matemáticas”, por meio de 5 capítulos produzidos e “Ensino e Aprendizagens de Matemáticas” apresentando 4 capítulos desenvolvidos. Toda a produção organizada, nesta obra, apresenta uma síntese estrutural de cada investigação realizada, bem como seus propósitos principais e fundamentos teóricos e metodológicos delineados. Assim, o foco principal desta produção é perceptível, quando são apresentados os resultados, conclusões e desdobramentos possíveis, inerentes aos diversos objetos de investigação propostos e muito bem desenvolvidos.

As pesquisas sobre “Formação de Professores que Ensinam Matemáticas”, organizadas na Parte I do livro, tratam de diferentes abordagens – com foco em processos formativos – como, por exemplo, a busca pela compreensão de conhecimentos profissionais para o exercício da docência na Educação Básica e, particularmente, como estes conhecimentos contribuem para as práticas realizadas, na formação inicial, com o intuito de pensar a própria formação. Compreender aprendizagens possíveis, com base em práticas de numeramento e de saberes potencializados em vivências na formação inicial, bem como os saberes para a docência em Matemática na Educação de Jovens e Adultos (EJA), que emergem – no desenvolvimento do estágio supervisionado – em cursos de Licenciatura em Matemática, são investigações que apresentam um enfoque bem definido de, como aspectos teóricos e metodológicos são delineados visando apresentar contributos para a formação inicial do professor de matemática, em diferentes níveis de ensino, incluindo as séries iniciais.

Em adição, fechando a Parte I, uma das pesquisas apresentadas, procura investigar e fornecer resultados e discussões, sobre aspectos relacionados a características intrínsecas à professores que atuam na formação inicial, em um curso de pedagogia, por meio de narrativas. O penúltimo estudo tem como propósito compreender características bem específicas da identidade profissional de educadores matemáticos, formadores de professores que ensinam matemática. Os resultados destes estudos convergem para a possibilidade de compreender o professor formador, suas vivências e experiências profissionais e, de que forma tais características se tornam parte de todo um processo de desenvolvimento, percepção e constituição da atividade docente. O último estudo apresentado, desenvolve uma investigação analítica de manuais de didática da matemática, publicados no Brasil entre os anos de 1930 e 1960, com foco na aritmética e os saberes docentes necessários e identificados nos mesmos. A pesquisa realizada, apresenta assim, um indicador importante sobre a necessidade de aquisição de distintos saberes profissionais de futuros professores, para os ensinamentos de conceitos matemáticos elementares.

Os resultados apresentados no rol de trabalhos que compõe a parte II, "ENSINO E APRENDIZAGENS DE MATEMÁTICAS" apresentam uma produção composta por aspectos estruturantes relacionais, em operações matemáticas envolvidas em situações problemas, focadas em questões aditivas e multiplicativas, cujos os resultados convergem para as discussões envolvidas nas relações de aprendizagens de conceitos matemáticos básicos, além de investigações sobre a localização de obstáculos epistemológicos possíveis, em determinados tópicos na história da matemática. Assim, identificar e analisar estes obstáculos, possibilita pensarmos em processos de superação dos mesmos, com base em problematizações possíveis, no ensino, via história da matemática, do ponto de vista conceitual e didático. Um outro estudo completa a parte II e encerra esta obra, em que apresenta uma discussão, com base na semiótica, sobre sentido e referência e suas relações com o aprendizado da Matemática, na qual aponta considerações pertinentes e relacionais entre a semiótica e elementos de sentido e significado, em especial, nas aprendizagens envolvidas em conceitos e teorias matemáticas.

Podemos então, com base nessa breve síntese, inferir de como existe uma produção permanente, relevante e significativa de conhecimentos, em relação as questões que perpassam problemáticas diversas em Educação Matemática. Esta amplitude de conhecimentos, caracteriza um movimento diversificado e expansivo de possibilidades de investigações. Se, por um lado, temos um conjunto de resultados que refletem trajetórias e processos formativos em diferentes etapas ou momentos de desenvolvimento profissional do professorado, por outro temos diferentes percepções de técnicas e métodos para o ensino de conceitos, teorias e sistemas de explicações envolvidas no conjunto de produções associadas. Assim, é possível pensar nas conexões entre esses trabalhos envolvendo diferentes propósitos, interesses e objetivos, em um projeto central de transformação e mutação de vivências experienciais, objetivando o aumento da qualidade do ensino e das aprendizagens possíveis, em instituições educacionais, em especial as que integram a Educação Básica. Nesse sentido, a produção apresentada nesta obra é fundamental para a visibilidade e disseminação dos conhecimentos produzidos e derivados das teses de doutorado, inicialmente realizadas.

As informações obtidas, por meio de resultados e conclusões, repercutem no meio acadêmico e social, como fontes de novos conhecimentos e possibilidades de aprendizagens, seja por meios formativos ou apresentando aspectos relacionais envolvendo o ensino e as aprendizagens, para a educação em ciências e a educação matemática.

As pesquisas em educação matemática projetam possibilidades que estão interconectadas com os aspectos e propósitos relacionais com o desenvolvimento profissional e acadêmico e que, por sua vez, podem fornecer uma perspectiva de trabalhos futuros ao Programa e as Instituição que integram a Rede. Em adição, a produção e seus resultados associados, presentes nesta obra, aponta para uma busca incessante de melhorias e desenvolvimento para a Educação Matemática, na Amazônia Brasileira. Sendo, a pós-graduação um dos lugares de excelência da pesquisa e da elaboração de conhecimentos, sua continuidade e disseminação, se reveste de possibilidades, caminhos possíveis e busca de conhecimentos incessantes.

As pesquisas aqui discutidas, possibilitam uma análise mais acurada em relação aos desdobramentos que elas representam, principalmente nos aspectos pertinentes as discussões envolvidas e que dizem respeito aos seus respectivos objetivos e proposições. Muito provavelmente, não há como se esgotar questões que dizem respeito aos propósitos únicos de cada pesquisa aqui socializada, pois, novas epistemologias podem ser configuradas e vislumbradas, com propósitos diversos, principalmente em se tratando de que há uma relação de complementaridade muito evidente em relação às investigações propostas neste livro e as linhas de pesquisas que configuram o Programa REAMEC.

Concluímos este trabalho, na certeza de que, as contribuições que cada pesquisa desta obra apresenta, gera uma importância coletiva para a busca incessante de conhecimentos, ou seja, dificilmente há, apenas, somente a busca de respostas aos objetivos e questões propostas. Uma tese de doutorado tem seu grande valor quando se permite trazer mais perguntas a serem respondidas, do que respostas necessárias, vislumbrando a abertura de novos campos epistemológicos de investigação em Educação em Ciências e Matemática. Considero este um dos maiores objetivos do Programa REAMEC.

José Ricardo e Souza Mafra

SOBRE OS ORGANIZADORES

Marta Maria Pontin Darsie

Doutora em Educação pela Universidade de São Paulo (1998). É professora da Universidade Federal de Mato Grosso desde 1986, e professora pesquisadora do Programa de Pós-Graduação em Educação desde 1999. Foi Coordenadora Geral do Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Matemática- PPGECEM, doutorado da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática - REAMEC. Endereço para correspondência:
Av. Fernando Correa da Costa, 2.367, Bairro: Boa Esperança,: Cuiabá, Mato Grosso, Brasil, CEP: 78060-900.

E-mail: marponda@uol.com.br
Lattes: http://lattes.cnpq.br/8469435827236724
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1255-6546

Dailson Evangelista Costa

Doutor em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), pela Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Professor Adjunto na Universidade Federal do Tocantins (UFT), Arraias, Tocantins, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Juraíldes de Sena Abreu s/n, Setor Buritizinho, Câmpus da UFT, Arraias, Tocantins, Brasil, CEP: 77330-000.

E-mail: dailson_costa@uft.edu.br
Lattes: http://lattes.cnpq.br/9559913886306408
ORCID: http://orcid.org/0000-0001-6068-7121

Thiago Beirigo Lopes

É Doutor em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (2020). Atualmente é Professor EBTT de Matemática efetivo com dedicação exclusiva do Instituto Federal de Mato Grosso - IFMT. Também é Editor-Gerente da Revista Prática Docente (ISSN 2526-2149) e Líder do Grupo de Pesquisa Ensino de Ciências e Matemática no Baixo Araguaia, registrado no CNPq. Incentivador de Acesso Aberto para publicações científicas. Endereço para correspondência: Av.

Vilmar Fernandes, 300, Bairro Santa Luzia, Campus do IFMT, Confresa, Mato Grosso, Brasil, CEP: 78.652-000.

E-mail: thiago.lopes@ifmt.edu.br
Lattes: http://lattes.cnpq.br/6989605096245375
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9409-6140

EDUFT
Conhecimento na palma da mão