

Arlindo José de Souza Júnior  
Deive Barbosa Alves  
Maria Salett Biembengut  
(Organizadores)

# MODELAGEM & CULTURA DIGITAL





Universidade Federal do Tocantins  
Editora da Universidade Federal do Tocantins - EDUFT

Reitor

Luis Eduardo Bovolato

Vice-reitor

Marcelo Leineker Costa

Chefe de Gabinete

Emerson Subtil Denicoli

Pró-Reitor de Administração e Finanças  
(PROAD)

Jaasiel Nascimento Lima

Pró-Reitor de Assuntos Estudantis  
(PROEST)

Kherley Caxias Batista Barbosa

Pró-Reitora de Extensão, Cultura e  
Assuntos Comunitários  
(PROEX)

Maria Santana Ferreira dos Santos

Pró-Reitora de Gestão e Desenvolvimento de  
Pessoas (PROGEDEP)

Michelle Matilde Semiguem Lima Trombini Duarte

Pró-Reitor de Graduação  
(PROGRAD)

Eduardo José Cezari

Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação  
(PROPESQ)

Raphael Sânzio Pimenta

Pró-Reitor de Tecnologia e Comunicação  
(PROTIC)

Ary Henrique Morais de Oliveira

Conselho Editorial

Presidente

Ruhena Kelber Abrão Ferreira

Membros do Conselho por Área

Ciências Biológicas e da Saúde

Eder Ahmad Charaf Eddine  
Marcela Antunes Paschoal Popolin  
Marcio dos Santos Teixeira Pinho

Ciências Humanas, Letras e Artes

Barbara Tavares dos Santos  
George Leonardo Seabra Coelho  
Marcos Alexandre de Melo Santiago  
Rosemeri Birck  
Thiago Barbosa Soares  
Willian Douglas Guilherme

Ciências Sociais Aplicadas

Roseli Bodnar  
Vinicius Pinheiro Marques

Engenharias, Ciências Exatas e da Terra

Fernando Soares de Carvalho  
Marcos André de Oliveira  
Maria Cristina Bueno Coelho

Interdisciplinar

Ana Roseli Paes dos Santos  
Ruhena Kelber Abrão Ferreira  
Wilson Rogério dos Santos



O padrão ortográfico e o sistema de citações e referências bibliográficas são prerrogativas de cada autor. Da mesma forma, o conteúdo de cada capítulo é de inteira e exclusiva responsabilidade de seu respectivo autor.

# MODELAGEM & CULTURA DIGITAL

Copyright ©2023 Universidade Federal do Tocantins

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS - A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizada desde que citada a fonte. a violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184 do código penal.

Diagramação e capa: MC&G Editorial

Arte de capa: MC&G Editorial

Revisão: O conteúdo dos textos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade dos respectivos autores

---

Dados Internacionais de Catalogação na publicação (CIP)

M691 Modelagem e cultura digital [recurso eletrônico] / organizadores : Arlindo José de Souza Júnior, Deive Barbosa Alves e Maria Salett Biembengut.  
– Palmas : EDUFT, 2023.  
Dados eletrônicos (pdf) .

Inclui bibliografia.

ISBN: 978- 65-5390-057-8

1. Computação gráfica. 2. Tecnologias educacionais. 3. Educação – Inovações tecnológicas. 4. Robótica - Estudo e ensino. 5. Matemática - Estudo e ensino - Inovações tecnológicas. I. Souza Júnior, Arlindo José de. II. Alves, Deive Barbosa. III. Biembengut, Maria Salett. IV. Título.

CDD23 : 372 . 358044

---

Bibliotecária Priscila Pena Machado – CRB - 7/6971

Direitos desta edição cedidos à

Editora da Universidade Federal do Tocantins | Eduft

109 NORTE AV NS 15 ALCNO 14 - Campus de Palmas, BL IV

Palmas - TO

CEP 77001-090 - Brasil

Tel.: +55 63 3229-4301

[www.uft.edu.br/editora](http://www.uft.edu.br/editora)

# SUMÁRIO

<b>PREFÁCIO: MODELAGEM NA EDUCAÇÃO: DAS IDEIAS &amp; DOS ALCANCES .....</b>	<b>08</b>
<b>APRESENTAÇÃO .....</b>	<b>12</b>
<b>MODELAGEM &amp; TECNOLOGIAS DIGITAIS NAS CIÊNCIAS E MATEMÁTICA:</b>	
<b>UMA DIRETRIZ AO 'SABER ↔ FAZER' .....</b>	<b>18</b>
Resumo.....	18
Palavras-Chave.....	18
1 Introdução.....	18
2 Método.....	20
3 Atividade Experimental: cultivo da alface .....	22
4 Considerações Finais .....	29
Referências.....	31
<b>O ESTUDO DAS FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO&amp;RECURSOS TECNOLÓGICOS.....</b>	<b>34</b>
Resumo.....	34
Palavras-Chave.....	34
1 Apresentação.....	34
2 Processo Metodológico .....	37
3 Resultados e Discussões .....	39
4 Considerações Finais .....	41
Referências.....	43
<b>MODELAGEM NA CULTURA AFRICANA.....</b>	<b>45</b>
Resumo.....	45
Palavras-Chave.....	45
1 Introdução.....	45
2 Modelagem dos Começos e das Ideias .....	46
3 Cultura, Valores e Saberes .....	47
3.1.Casas de Palhotas .....	48
4 Processo Metodológico .....	49
4.1.Atividade em Sala de Aula – EXEMPLO .....	50
5 Descrição da aula .....	51
6 Considerações Finais .....	56
Referências.....	57
<b>MODELAGEM MATEMÁTICA COM ROBÓTICA EDUCACIONAL.....</b>	<b>59</b>
Resumo.....	59
Palavras-Chave.....	60

1	Introdução.....	60
2	Os caminhos da pesquisa.....	63
3	A Modelagem Matemática no contexto da Grua Móvel.....	63
4	Considerações Finais.....	72
	Referências.....	73
<b>AS TENDÊNCIAS PEDAGÓGICAS MATEMÁTICAS E A ROBÓTICA EDUCACIONAL:</b>		
<b>UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....</b>		<b>74</b>
	Resumo.....	74
	Palavras-Chave.....	74
1	Introdução.....	74
2	Referencial Teórico.....	76
3	Sequência Didática: um Guia ao Professor/a de Robótica Educacional.....	82
4	Considerações Finais.....	88
	Referências.....	89
<b>MODELAGEM MATEMÁTICA, ROBÓTICA E GEOGEBRA NAS SÉRIES INICIAIS:</b>		
<b>UMA ANÁLISE DE ACORDO COM AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS.....</b>		<b>91</b>
	Resumo.....	91
	Palavras-Chave.....	91
1	Introdução.....	91
2	Procedimentos Metodológicos para a Pesquisa.....	94
3	Momentos da oficina.....	95
4	Dados Produzidos na Experiência.....	100
5	Considerações Finais.....	106
	Referências.....	108
<b>UMA PROPOSTA EDUCATIVA DE INVESTIGAÇÃO E MODELAGEM DE CIRCUNFERÊNCIA POR MEIO DA ROBÓTICA.....</b>		<b>110</b>
	Resumo.....	110
	Palavras-Chave.....	110
1	Introdução.....	110
2	Procedimentos Metodológicos para Execução da Pesquisa.....	113
3	A Experiência com Robótica Educacional.....	115
4	Considerações Finais.....	121
	Referências.....	122
<b>A ROBÓTICA EDUCACIONAL NO CONTEXTO DAVYDOVIANO E A APRENDIZAGEM DE NÚMEROS INTEIROS.....</b>		
	Resumo.....	124
	Palavras-Chave.....	124

1	Introdução.....	124
2	Aspectos Teóricos Davydovianos na Aprendizagem.....	126
2.1	A robótica educacional no processo de desenvolvimento da aprendizagem.....	127
3	Planejamento e a Efetivação da Atividade de Aprendizagem .....	128
4	Considerações Finais .....	134
	Referências.....	135
	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA MAKER .....</b>	<b>136</b>
	Resumo .....	136
	Palavras-Chave .....	137
1	Introdução.....	137
2	Sobre Modelagem Matemática .....	138
3	Sobre a Educação <i>Maker</i> .....	140
4	Cartografia da Convergência: Modelagem e Prototipagem.....	144
5	Modelagem Matemática <i>Maker</i> .....	146
6	Considerações Finais .....	148
	Referências.....	149
	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA NO TORNEIO F1 IN SCHOOLS .....</b>	<b>152</b>
	Resumo .....	152
	Palavras-Chave .....	153
1	Introdução.....	153
2	A Modelagem Matemática <i>Maker</i> .....	154
3	A Fabricação do protótipo segundo a Modelagem Matemática <i>Maker</i> .....	156
4	Considerações Finais .....	166
	Referências.....	167

## Prefácio

# MODELAGEM NA EDUCAÇÃO: DAS IDEIAS & DOS ALCANCES

Maria Salett Biembengut<sup>1</sup>

Antes de ‘contar’ algo da Modelagem na Educação, quero agradecer o convite para prefaciar e organizar este livro, que é composto por artigos sobre ‘Modelagem na Educação Matemática’. Esse prazer ‘gigante’ ao ver uma ‘geração jovem’ tratando de um ‘tema’ ou, como considero, ‘uma área do conhecimento’ tão antiga quanto à humanidade.

A modelagem (model + agem) – ação de fazer modelo – se faz presente em todas as criações humanas na ‘luta’ pela sobrevivência. A história das Ciências nos traz muitos exemplos de criações onde se pode identificar a ‘modelagem’. Para exemplificar, consto um trecho do que escreveu Herskovits (1963, p. 29) sobre os seres humanos primitivos que criaram a ponte pênsil:

Os pigmeus das selvas do Congo, sem saber nadar e à falta de toda espécie de embarcação, atravessavam uma correnteza, utilizando uma lhama para um indivíduo saltar para o outro lado, levando a primeira corda, que depois seria reforçada, a fim de completar a ponte. (HERSKOVITS, 1963, p. 29).

Essa afirmação nos permite ‘compreender’ como e porque agimos desta ou daquela maneira. Faz parte da estrutura biológica de nossa mente à sobrevivência, seja física, seja intelectual. Quer dizer, que a Modelagem não é ‘própria’ da Educação Escolar, tampouco, restrita à matemática – embora tenha passado a ser defendida por alguns professores de matemática do Ensino Superior, por volta dos anos de 1970. Em geral, esses professores matemáticos atuavam em Cursos de Engenharia no ensino de Cálculo Diferencial Integral. E a Engenharia, como as demais áreas do conhecimento, requer matemática, seja essa restrita à aritmética, seja as que demandam conceitos/definições mais complexos.

A Modelagem na Educação, historicamente, tem seus começos em países como Estados Unidos, Inglaterra, Alemanha. E, graças a alguns Eventos

---

1 Professora Visitante. Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática UFU – Ituiutaba (MG).



de Matemática<sup>2</sup> em que participavam professores do Ensino Superior, muitos desses, ao retornarem às suas instituições, passavam a aplicar ou fazer algo de Modelagem em suas disciplinas de Cálculo Diferencial Integral. Aplicações ou experiências que os levavam a participar de Eventos e, desta forma, a relatar aos estudantes e/ou colegas – aguçando o interesse de alguns outros professores. Cito três precursores – professores: Henry Pollak – Estados Unidos da América (USA), David N. Burghes – Reino Unido (UK) e Aristides C. Barreto – Brasil (BR). Vale sublimar o brasileiro Aristides C. Barreto (professor da PUC-RJ) por décadas, a partir dos anos de 1970 ele passou a defender a Modelagem Matemática na Educação. Cada um desses precursores me propiciou enorme alegria. Consto três ‘momentos’: do terceiro ao primeiro.

- (1º) Henry Pollak (austríaco, americano naturalizado), mestre e doutor em Matemática Pura, tão logo defendeu sua tese de doutorado na Harvard University, foi contratado pela empresa Bell Laboratories<sup>3</sup> em 1951, e durante 35 anos na Bell, dentre as atividades, ele foi Diretor do Centro de Pesquisa de Matemática e Mecânica (1961-1962), Vice-Presidente de Matemática, Comunicação e Ciências da Computação do Centro de Pesquisas da Bell Communications. Ele aposentou-se da Bell Laboratories em 1986 e passou a colaborar como professor visitante do Programa de Doutorado em Educação Matemática no Teachers College – Columbia University (1987-atual).

Em 2013, organizei a 16ª International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Application – ICTMA em Blumenau (SC). A palestra de abertura da Conferência foi proferida por Henry Pollak. Neste período do Evento, eu o entrevistei – momento em que ele me convidou a visitá-lo em sua residência nos USA para me inteirar da sua produção acadêmica. Foi um enorme privilégio estar com ele e familiares, por três vezes, em suas residências (Cape Town – Flórida e New Jersey – NY).

- (2º) David N. Burghes (inglês) foi professor e pesquisador na Cranfield Centre for Teacher Services e na Cranfield Institute of Technology. Escreveu vários livros, entre esses: *Modelling with Differential Equations*. Das tantas realizações, ele organizou as 1ª e 2ª International Conference on the Teaching of

2 O primeiro Congresso Internacional de Matemática ocorreu em 1897 em Zurique – Suíça.

3 *Bell Laboratories* foi criada pelo cientista e inventor Alexander Graham Bell (1847-1922).

Mathematical Modelling and Application – ICTMA. Em abril de 2016 fui a Londres (Inglaterra) participar de um evento e então, o contatei para me conceder entrevista. Como Burghes vive a certa distância de Londres, combinamos de nos encontrar na estação de trem de Londres, pois ele passaria por lá vindo de outro lugar. Na estação, em certo instante, recebo sua mensagem que o trem chegaria em ‘tal horário e respectiva plataforma’ – corri para tal plataforma e quando o vi saindo do trem, levantei os braços para sinalizar – me emocionei ao vê-lo correndo (de terno) em minha direção – parecia que éramos velhos amigos.

- (3º) Aristides C. Barreto atuou na PUC-RJ por 30 anos. E na PUC-RJ começou a ministrar suas aulas fazendo uso da Modelagem. Ele se inteirou da Modelagem em algum dos Congressos Internacionais que ele participou. O que o motivou a realizar atividades experimentais com os estudantes da disciplina de Cálculo Diferencial Integral. Os resultados dessas atividades levaram o Aristides a se apresentar em Eventos (nacionais e internacionais). Seu entusiasmo ‘fluido’ nessas apresentações sempre motivava alguém que o assistia a indicá-lo e/ou convidá-lo a palestrar. Dentre tantas palestras, em 1986 (concluindo uma Pós-graduação no IMECC-UNICAMP) soube que o Aristides faria uma palestra. O professor Rodney (meu orientador) me ‘disse’ para assistir. Adorei a palestra. Por isso, quando organizei o IV ENEM (em janeiro/1992), o convidei para fazer uma das palestras. Momento em que ele me presenteou com um disco dele – Aristides era, também, músico.

Anos depois, em 2003, fiz contato com o Aristides, pois tinha escrito sua história, mas precisava de uma foto dele para constar no texto. Fui ao Rio de Janeiro visitá-lo e dispor dessa foto. Foi emocionante encontrá-lo, mas também triste, pois ele já não mais ‘destilava aquela alegria contagiante’ e, mais triste ainda, ele sequer tinha noção do que deixou à comunidade de Educação Matemática. Suas ideias, seus escritos (livros, artigos, letras de músicas, etc.). Lamentavelmente, ele faleceu em 2009 – sem que ‘geração atual’ pudesse tê-lo ouvido, presenciado suas palestras, lido seus textos e livros deixados. Vale sublinhar: eu tive esse privilégio de aprender com Aristides C. Barreto – seja por meio de seus escritos, seja pelas suas canções gravadas em discos, seja pelos dizeres dele.

As contribuições desses importantes pesquisadores na área de Educação Matemática possibilitaram o desenvolvimento da Modelagem Matemática em diferentes regiões do Brasil e muitos países do mundo. E, ao encontrar amigos de longa data como o professor Arlindo José de Souza Júnior, fez-me lembrar da primeira vez que fui à Universidade Federal de Uberlândia, a convite dele, nos anos de 1990 e, desfrutar também, dos momentos com a pessoa maravilhosa: 'NELSINHO' (in memoriam).

Essa síntese – 'preâmbulo' para sublimar esse Livro de Modelagem Matemática leva-me à *questão–essência* deste Livro: Quando nossos atos e objetos individuais e coletivos tornam-se manifestação, fornecem um quadro de referências das experiências realizadas, deixam marcas daquilo que fazemos? Marcas assinaladas como simples veredas ou traços singulares, mas que revelam elementos destes nossos atos?

Acredito que cada professor/a, por meio de sua ação pedagógica, em busca da aprendizagem de seus estudantes, semeia, deixa marcas, assinala caminhos. Busca que interage, muitas vezes, com a de outro professor/a, e de tantos estudantes, cujas relações de troca nos favorece, também, outros caminhos pela Educação. O NUPEME (*Núcleo de Pesquisas em Mídias na Educação*) tem deixado suas marcas nas Escolas e Universidades onde possuem membros deste grupo. Sua 'visibilidade' por meio de suas atuações, seus escritos, nos permite conhecer e compreender como suas ações, suas propostas se dão e, ainda, como seus valores, objetivos o guiam, de forma a contribuir, ainda mais, à visibilidade do processo de produção de saberes docentes sobre Modelagem Matemática nas Escolas e nas Universidades.

## APRESENTAÇÃO

O livro Modelagem & Cultura Digital é uma compilação de artigos de pesquisadores que atuam em três Programas de Pós-Graduação distintos:

1. O Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Tocantins, Câmpus de Araguaína;
2. Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Uberlândia; e
3. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Federal de Catalão.

Organizado pelos dois primeiros programas, ainda tiveram a honra e satisfação de contar com a experiência de ter tanto nas correções quanto na organização, também, a consagrada professora Doutora Maria Salett Biembengut, pesquisadora consagrada no tema da Modelagem Matemática na Educação Matemática. Ela nos inspira a compreender a Modelagem como uma área do conhecimento humano que se inventa e reinventa. Outro pesquisador renomado em sua área de atuação, quem também ajuda na organização e nas discussões de alguns artigos é o professor Doutor Arlindo José de Souza Júnior, consagrado pesquisador da área de Tecnologias na Educação, o qual nos inspira na luta coletiva por termos escolas à altura de nosso tempo digital. Na convergência desses dois pesquisadores é que todos os artigos neste livro discutem o entrelaçamento da Modelagem Matemática com as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação. Convergência que, neste livro, pode ser expressa em duas categorias TDIC – ENSINO e TEXTOS – ROBÓTICA + MAKER. Os três primeiros artigos referem-se à primeira categoria e outros setes reportam informações sobre a segunda categoria, são eles:

### TDIC – ENSINO

(1) Neste artigo, *Modelagem & Tecnologias Digitais nas Ciências e Matemática: uma Diretriz ao ‘Saber Fazer’*, autoria de Giselle M. Pereira, Danilo E. de Oliveira e Arlindo José de Souza Júnior, apresentam-se os principais resultados de uma pesquisa aplicada, cujos dados empíricos foram obtidos de uma experiência pedagógica usando Modelagem na Educação e Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação, com 50 estudantes do Curso de Graduação em Agronomia. O objetivo da pesquisa foi identificar e compreender as contribuições

alcançadas no desenvolvimento de um Projeto para ensinar e aprender Cálculo Diferencial e Integral II a partir do projeto de um dos grupos de estudantes sobre a cultura da alface. Fez-se uso de dados experimentais realizados pelos estudantes para direcionar o ensino de alguns conteúdos da disciplina durante um semestre letivo. O projeto permitiu-lhes aprimorar conhecimentos sobre: ‘Máximos e Mínimos’ de Funções de duas variáveis reais, Método Multiplicadores de Lagrange e inteirar-se do processo requerido na pesquisa. Os resultados apontaram que o melhor desenvolvimento das alfaces ocorreu com 100 g de ureia e 200 ml de água. Este Projeto contribuiu à apropriação e ao aperfeiçoamento sobre a linguagem matemática, científica e tecnológica dos estudantes.

Este artigo, *O Estudo das Funções no Ensino Médio & Recursos Tecnológicos*, autoria de Lidiene C. S. Matos, traz os principais resultados de uma pesquisa aplicada, cujo objetivo foi identificar a aprendizagem matemática de estudantes do Ensino Médio, por meio da Modelagem e Tecnologias. Para alcançar esse objetivo, buscou-se ‘aliar’ a Modelagem Matemática à Robótica. Colaboraram com a pesquisa 150 estudantes do 1º ano do Ensino Médio, no período de 50 dias. Foi desenvolvida uma sequência didática sobre o assunto Função. Por meio da Modelagem, os estudantes realizaram suas propostas e apresentaram os seguintes resultados: elaboraram ‘mapas mentais’, registrando as informações do conteúdo; organizaram e estruturaram os temas relacionados à ‘Função’, fazendo os Mapas Conceituais e produziram um e-book das atividades propostas, além da Apresentação e das Considerações Finais.

(2) Este artigo, intitulado *Modelagem na Cultura Africana*, autoria de Elísio M. Tivane e Marcos C. Tamele, apresenta os principais resultados de uma pesquisa aplicada, realizada pelos estudantes da Universidade Pedagógica de Maputo – Moçambique, do Curso de Licenciatura em Ensino de Matemática. O objetivo da pesquisa foi verificar a ‘didática de uma palhota’ no tratamento do volume de sólidos compostos, utilizando da Modelagem e da Cultura africana no Ensino Primário moçambicano. Os resultados mostraram a possibilidade da Modelagem, ao destacar a cultura africana no Ensino da Matemática e, ainda, compreendemos a viabilidade de abordar a Cultura africana e a Modelagem na produção científica desse povo, por meio do tema volume de sólidos compostos na construção de casas de palhota. Acreditamos que esse estudo pode contribuir em subsídios, de acordo com a Lei nº. 10.639/03, que preconiza ‘tratar’ conteúdos da Cultura africana e afro-brasileira no processo de ensinar e aprender Matemática na Educação Básica no Brasil.

## TEXTOS – ROBÓTICA + MAKER

(4) Este artigo, *Modelagem Matemática com Robótica Educacional*, autoria de Crhistiane F. Souza, Fernando da C. Barbosa e Arlindo José de Souza Júnior, apresenta os principais resultados de uma pesquisa, cujos dados foram obtidos de atividades de Robótica com kits Mindstorms LEGO® NXT 2.0, na disciplina de Estágio Supervisionado I, de um Curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Federal do interior do estado de Goiás. Buscou-se analisar a compreensão de dezesseis futuros professores de Matemática sobre Modelagem Matemática & Robótica Educacional. Para as aulas de Matemática com Robótica Educacional utilizou-se três robôs distintos: Castor Bot, Grua Móvel e um Relógio Analógico. Estes protótipos propiciaram-nos desenvolver uma prática pedagógica a partir do ‘pensamento matemático’ dos professores estagiários, integrando Modelagem & Robótica Educacional. As atividades permitiram aos professores estagiários entender aspectos relevantes dos modelos matemáticos elaborados durante a construção e programação desses três robôs. Os principais resultados desta pesquisa para os professores estagiários foram: ‘significar’ os modelos elaborados, identificar e produzir melhorias nos modelos expressos na programação dos robôs e inteirar-se da Modelagem e da Robótica Educacional como recursos potentes para o ensino da Matemática. Além disso, a formação de professores de Matemática possibilitou a formalização de um caminho de trabalho que possa contribuir com outras gerações de docentes no desenvolvimento de seus projetos de Robótica com Modelagem Matemática.

(5) Neste artigo, *As Tendências Pedagógicas Matemáticas e Robótica Educacional: Proposta de Sequência Didática*, autoria de Hutson Roger Silva e Walteno M. Parreira Jr., objetivou-se analisar algumas teorias educacionais e propor uma Sequência Didática ao uso da Robótica em sala de aula. Nesse estudo, buscou-se fundamentos em Almeida, Pizaneschi e Darsie (2016), Biembengut (1999), Onuchic (1999) e Ponte, Brocardo, Oliveira (2003). As teorias analisadas baseiam-se em Pesquisa e Modelagem Matemática, Resolução de Problemas e Tentativa e Erro. Essas teorias são utilizadas em algumas disciplinas, dentre essas, a de Matemática. A Robótica é vista como ‘ferramenta’ de construir e programar, tendo em vista sua extensão e aplicação na sociedade, acredita-se que o professor deve buscar mecanismos para associar suas aplicações no cotidiano em sala de aula, buscando assim oportunizar um melhor Ensino e Aprendizagem. Espera-se que este artigo possa contribuir à prática profissional do professor de Robótica, assim, aperfeiçoando sua didática.

(6) Neste artigo, *Modelagem e Tecnologias nos Anos Iniciais & Suas Representações Semióticas*, autoria de Viviane A. de Souza e Hutson Roger Silva, relatamos resultados de uma atividade empírica, realizada com vinte estudantes do 5º Ano do Ensino Fundamental. Para desenvolver essa atividade, associamos a robótica com atividades relacionadas à observação e aos processos cognitivos, objetivando associar os conceitos do cotidiano em conjunto aos conceitos de geometria à realidade escolar. Por meio da Modelagem, auxiliada pela Robótica e pelo GeoGebra, os estudantes construíram diferentes registros e analisaram diferentes dados. A visualização referenciada pela maquete e pelo robô, na situação inicial proposta de geometria, influenciou na resolução do problema, que consistia no menor caminho para o robô fazer a coleta seletiva de lixo nas salas de aula, evoluindo para as construções geométricas no GeoGebra. Espera-se que essa proposta possa contribuir a cada um desses estudantes, tornando o ensino e a aprendizagem uma tarefa agradável aos Anos Iniciais.

(7) Este artigo, *Uma Proposta Educativa de Investigação e Modelagem de Circunferência por meio da Robótica*, autoria de Hutson Roger Silva e Suselaine da Fonseca Silva, apresenta a aula Investigativa como um tipo de atividade que favorece o processo de ensino-aprendizagem, pois aproxima o cotidiano do aluno da investigação da matéria abordada. Dessa forma, com este estudo pretende-se verificar a eficácia da robótica educacional como uma ferramenta que auxilie no ensino e aprendizagem da disciplina de Matemática em aulas relacionadas à circunferência. A aula se iniciou com um debate sobre as formas de programação que a LEGO NXT oferece, em seguida, foi proposta a montagem de um robô em formato de carro e pedida a programação desse protótipo de acordo com a função de rotação, associando a distância ao comprimento da circunferência. Os testes feitos geraram discussões entre a turma, o que de fato foi um debate produtivo e participativo entre a sala. Contudo, pode-se afirmar que este projeto proporcionou aos estudantes uma experiência didática, comprovando que atividades envolvendo investigação e modelagem matemática podem cooperar com a formação pessoal dos alunos.

(8) Este artigo, *A Robótica Educacional no Contexto Davydoviano e a Aprendizagem de Números Inteiros*, autoria de Suselaine da F. Silva, apresenta relato de experimento desenvolvido com estudantes do 7º Ano do Ensino Fundamental, na perspectiva da aprendizagem de operações com Números Inteiros. O ensino de operações matemáticas envolvendo números negativos e positivos pode ser associado com o posicionamento de objetos e seu deslocamento

na reta numérica, a fim de facilitar a compreensão dessas operações. No contexto da programação de mecanismos, durante as aulas de robótica, observou-se esse mesmo raciocínio, favorecendo a correlação entre o movimento do robô e as operações com Números Inteiros na reta numérica. As concepções de Vasili Vasilievich Davydov são referenciais teóricos dessa experimentação, apontando o aprimoramento do conhecimento como base na aprendizagem significativa, que favorece sua apropriação pelo estudante. Os estudantes participaram dessa atividade com entusiasmo e, como resultado, eles compreenderam as operações com Números Inteiros na reta numérica e expressaram suas capacidades cognitiva e outras habilidades.

(9) Este artigo, *Modelagem Matemática Maker*, autoria de Éliton Meireles de Moura, Deive Barbosa Alves e Arlindo J. Souza Júnior, apresenta ‘discussão’ sobre a convergência da Modelagem Matemática e da Educação Maker no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Método que parte do estudo de uma situação-problema à solução do problema. Foram utilizados dados de estudos anteriores, considerando a Modelagem Matemática e a Educação Maker complementares. Baseado em Bassanezi (2011), Biembengut (2003) e Meyer (2020), constaram definições e procedimentos da Modelagem na Educação. Sobre a Educação Maker, além de um breve histórico, apresentaram características que conceituam o termo, alicerçado no ‘construcionismo’ de Papert (1928 – 2016), conforme Moura (2019). Após elucidar a convergência de termos que conceituam ‘processos de modelar e prototipar’, propõe-se a Modelagem Matemática Maker, apresentando a ‘Espiral de Modelagem Matemática Maker’, fundamentada na Espiral de Aprendizagem de Valente (2005). Essa proposta mostrou-nos a importância de se criar meios que possam contribuir com a Educação, na medida em que se busca ações educativas, integradas às tecnologias digitais, em uma perspectiva ‘dialógica, emancipadora, participativa, criativa e compartilhada’ que contribua para a autonomia das pessoas envolvidas à condição de autores/autoras de suas trajetórias.

(10) Neste artigo, *Modelagem Matemática no Torneio F1 In Schools*, de autoria de Ulisses Queiroz Parreira, Éliton Meireles de Moura e Deive Barbosa Alves, investiga-se o desenvolvimento de um projeto elaborado por um grupo de estudantes de uma escola de Ensino Fundamental II e Médio, da cidade de Araguaína (TO), para sua participação no Torneio F1 in Schools promovido pelo Serviço Social da Indústria – SESI. No referido torneio, os alunos elaboraram um modelo de negócio, buscando entrelaçar assuntos relacionados à Ciência,



Tecnologia, Engenharia e Matemática (STEM) na construção de uma escuderia de fórmula um e na administração de todas as dificuldades envolvidas na estruturação e construção de um carro de corrida em miniatura. A partir desse contexto, objetivou-se discutir o método educacional, STEM, na perspectiva de nove fases da Modelagem Matemática Maker, na compreensão de que tanto STEM quanto a Modelagem Matemática convergem para uma Educação Maker. Norteados pela problemática: Como se constitui a Modelagem Matemática Maker enquanto processo analítico de uma atividade STEM? Avançamos com a pesquisa considerando e observando os recursos tecnológicos utilizados pelos alunos no processo, e constatamos a existência de um fluxo, ora contínuo, ora de mão dupla, entre as fases da Modelagem Matemática Maker que contribuem para a interação entre teoria e prática.

# MODELAGEM & TECNOLOGIAS DIGITAIS NAS CIÊNCIAS E MATEMÁTICA: UMA DIRETRIZ AO 'SABER ↔ FAZER'

*Giselle Moraes Resende Pereira<sup>1</sup>*

*Danilo Elias de Oliveira<sup>2</sup>*

*Arlindo José de Souza Júnior<sup>3</sup>*

## Resumo

Neste artigo, apresentam-se os principais resultados de uma pesquisa aplicada, cujos dados empíricos foram obtidos de uma experiência pedagógica usando Modelagem na Educação e Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação, com 50 estudantes do Curso de Graduação em Agronomia. O objetivo da pesquisa foi identificar e compreender as contribuições alcançadas no desenvolvimento de um Projeto para ensinar e aprender Cálculo Diferencial e Integral II a partir do projeto de um dos grupos de estudantes sobre a cultura da alface. Fez-se uso de dados experimentais realizados pelos estudantes para direcionar o ensino de alguns conteúdos da disciplina durante um semestre letivo. O projeto permitiu-lhes aprimorar conhecimentos sobre: 'Máximos e Mínimos' de Funções de duas variáveis reais, Método Multiplicadores de Lagrange e inteirar-se do processo requerido na pesquisa. Os resultados apontaram que o melhor desenvolvimento das alfaces ocorreu com 100 g de ureia e 200 ml de água. Este Projeto contribuiu para a apropriação e o aperfeiçoamento sobre a linguagem matemática, científica e tecnológica dos estudantes.

**Palavras-Chave:** Cálculo Diferencial e Integral. Modelagem Matemática. Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação.

## 1. Introdução

Neste artigo apresentamos parte de uma pesquisa de doutorado (PEREIRA, 2019) que se orienta pela questão-guia: Qual a contribuição do desenvolvimento de uma proposta de Trabalho de Projeto que inseriu Modelagem Matemática

1 Universidade Federal de Uberlândia – UFU. E-mail: gisellemoraes@ufu.br.

2 Universidade Federal de Uberlândia – UFU. E-mail: daniloelias@ufu.br.

3 Universidade Federal de Uberlândia – UFU. E-mail: arlindo@ufu.br.

e Tecnologias Digitais no âmbito da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II? Na tentativa de responder a essa questão, fez-se um Projeto com estudantes do Curso de Graduação em Agronomia, reunidos em grupos, sobre temas/assuntos da Agronomia, de seu interesse, fazendo uso das etapas envolvidas na Modelagem, para direcionar o ensino de alguns conteúdos do programa curricular da disciplina, e, paralelamente, orientar à pesquisa.

A Modelagem, método utilizado pelo ser humano na busca pela sobrevivência, passou a ser defendida desde os anos de 1970 como ‘auxílio’ no ensino, em especial, na disciplina de Matemática. A maioria desses primeiros professores que passou a defendê-la obteve sua formação Matemática em Cursos de Engenharia, principalmente em Universidades de países como Alemanha, Inglaterra, Estados Unidos – USA, dentre outros. Como professores universitários, eles tinham oportunidade de participar de Eventos – Congressos e, graças a esses eventos, muitos deles passaram a fazer uso em suas práticas de ensino. Esses Congressos reuniam professores de diversos países, entre eles, professores brasileiros da Educação Superior, como por exemplo, Aristides Camargos Barreto, que atuava na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-RJ).

Nos dias atuais (2020), há diversas concepções de Modelagem Matemática na Educação, contudo, elas convergem ao entendimento de que, na Educação, a Modelagem propicia experiências entre estudantes e professores envolvidos na produção do conhecimento (BIEMBENGUT, 2016). Em essência, a Modelagem na Educação, apesar das múltiplas concepções, cada uma mostra um denominador comum: levar o/a estudante a querer-saber. É nesse sentido que Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) propõem que a Modelagem esteja a serviço da aprendizagem da Matemática.

Nesta pesquisa destacamos a concepção de Biembengut (2016) para a Modelagem na Educação por afinidade e aproximação de propósitos. Para essa autora, a Modelagem na Educação (Modelação) é entendida como método de ensino com pesquisa, ou seja, “orienta-se pelo ensino do conteúdo curricular da disciplina (e não curricular) a partir de um tema/assunto e, paralelamente, pela orientação dos estudantes à pesquisa – modelagem” (BIEMBENGUT, 2016, p.186), nos limites e espaços escolares.

O cenário sobre as possibilidades de práticas educativas sobre as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) no processo de ensinar e aprender Cálculo<sup>4</sup> amplia as ‘possibilidades’ de pesquisas (FLORES; LIMA;

---

4 A partir desse momento usaremos a palavra Cálculo para nos referirmos ao Cálculo Diferencial e Integral.

MÜLLER, 2018; MARIN, 2009; SOUZA JUNIOR, 1993; SOUZA JUNIOR, 2000). A ‘sinergia’ entre Modelagem e as tecnologias também é discutida em diversas produções (ARAÚJO, 2002; BORBA; PENTEADO, 2001; DINIZ, 2007; FRANCHI, 2007) que abordam as potencialidades da sua utilização em ambientes de aprendizagem de Matemática.

Esta pesquisa, “Modelagem & Tecnologias Digitais nas Ciências e Matemática: uma diretriz ao ‘Saber ↔ Fazer’” abrange, também, as possíveis relações entre Modelagem Matemática, entendida como enfoque pedagógico, e Pedagogia de Projetos, no contexto da Educação Matemática. Por esse caminho, Malheiros (2007) acredita na existência de interseções e afastamentos entre essas duas estratégias pedagógicas, dependendo da perspectiva de Modelagem adotada. Para a autora, a principal diferença da Pedagogia de Projetos e Modelagem encontra-se na presença ou não da Matemática. A seguir, apresentamos resultados de um Projeto desenvolvido por um dos grupos de estudantes sobre a ‘cultura da alface’.

## 2. Método

Esta pesquisa qualitativa ocorreu no primeiro semestre letivo de 2017, em uma turma de estudantes do Curso de Graduação em Agronomia da Universidade Federal de Uberlândia, Câmpus Monte Carmelo, matriculados na disciplina Matemática II, que trata dos conteúdos: Funções reais de duas variáveis, Máximos e Mínimos de Funções de duas variáveis, Integrais Múltiplas, Equações Diferenciais de primeira ordem e Matrizes e Sistemas Lineares.

Baseado nos conceitos de Modelagem Matemática na Educação, foi desenvolvido um Projeto, com 50 estudantes, reunidos em grupos, sobre temas/assuntos da Agronomia de seu interesse, visando estimular a percepção-apreensão, a compreensão-explicitação e a significação-expressão dos estudantes. A pesquisa foi realizada pelos grupos e os respectivos dados obtidos, por meio da realização de experimentos, o professor direcionou cada projeto, por meio de fichas-guias para o ensino de alguns conteúdos do programa curricular da disciplina, e, paralelamente, pela orientação à pesquisa. Observação: pesquisa, aqui, é entendida como algo que “requer conhecimento do assunto de que se está tratando e das teorias e técnicas que possam subsidiar o que se pretende melhor entender e, assim, criar ou propor algo” (BIENBENGUT, 2016, p. 173). Trata-se de um propósito maior, além da busca e/ou cópia de informações e dados.

Após a apresentação da proposta à turma e da formação dos grupos, cada grupo definiu uma ‘cultura’ para a realização do experimento. Essa definição ocorreu depois de discussões internas e/ou com a participação do professor. Dos

dez grupos, sete culturas diferentes foram escolhidas pelos estudantes. Nesta pesquisa, apresentamos o Projeto sobre a ‘cultura da alface’, que foi desenvolvido por um grupo de cinco estudantes, com faixa etária entre 18 e 22 anos no período de desenvolvimento do projeto.

Os estudantes realizaram seus experimentos seguindo as orientações do professor. Na atividade experimental, além da escolha da ‘cultura’, os grupos teriam que escolher dois elementos variáveis que influenciariam no seu desenvolvimento (dois parâmetros), por exemplo, a quantidade de água e a quantidade de adubo.

Os valores obtidos foram apresentados ao professor da disciplina por meio de um relatório. Os grupos apresentaram no relatório uma tabela com resultados semelhantes à Tabela 1, a seguir, onde  $z(x,y)$  são os resultados observados a partir do experimento:

**Tabela 1:** Apresentação dos dados obtidos nos experimentos.

		PARÂMETRO 2 (y)		
		y0	y1	y2
PARÂMETRO 1 (x)	x0	$z(0,0)$	$z(0,1)$	$z(0,2)$
	x1	$z(1,0)$	$z(1,1)$	$z(1,2)$
	x2	$z(2,0)$	$z(2,1)$	$z(2,2)$

**Fonte:** Registros do professor.

O conteúdo abordado nas fichas foi escolhido pelo professor, ou seja, toda a proposta teve o propósito de ensinar, principalmente, máximos e mínimos de funções de duas variáveis, com análise da matriz Hessiana e com a aplicação do Teorema de Weierstrass<sup>5</sup>, e o Método dos Multiplicadores de Lagrange<sup>6</sup>. O intuito de fazer com que os estudantes produzissem seus dados foi além de conseguir inteirá-los quanto a um assunto das Ciências Agrárias e de apreender melhor a teoria e as aplicações matemáticas. O objetivo foi propiciar a eles fazer o percurso da pesquisa, as etapas, desde a preparação, a obtenção dos dados até a descrição e análise, posteriormente. Para Biembengut (2016) a atividade experimental é salutar, pois os estudantes, ao efetuar uma experiência, estão vivendo uma das etapas requeridas do pesquisador (BIEMBENGUT, 2016).

5 Karl Weierstrass, matemático alemão (1815 – 1897).

6 Joseph Louis Lagrange, físico francês (1736 – 1813).

Na apresentação da proposta aos estudantes, foi entregue um Guia, com a intenção de auxiliá-los na realização do estudo proposto. Fundamentado em Biembengut (2014, 2016), nesse Guia, cada grupo seguiria algumas etapas para desenvolver um modelo para as Ciências Agrárias. Esses estudantes, pesquisadores em formação, seriam responsáveis pela produção dos dados por meio de experimentos. Caso algum grupo já tivesse dados de experimentos realizados em outras disciplinas/pesquisas, o Guia mencionava que esses poderiam ser utilizados para o desenvolvimento do estudo.

Os grupos de estudantes foram orientados a utilizar softwares, matemáticos e/ou não matemáticos, para auxiliá-los nos projetos. A escolha foi livre entre os grupos, entretanto, observamos que os grupos optaram por aplicativos que o professor da disciplina usava e/ou já tinha mencionado em algum momento em sala de aula, como os softwares GeoGebra 3D, Excel e ferramentas disponíveis online, como o WolframAlpha.

Foram agendadas datas de entrega das etapas submetidas na plataforma Moodle, no ambiente da disciplina. Esse ambiente também serviu como suporte às atividades, para os materiais de apoio aos estudantes às atividades e comunicação, auxiliando o trabalho entre os estudantes e o professor.

Esses grupos, em suas especificidades, vivenciaram o processo da pesquisa e, por recorrência, os resultados desses projetos socializados à turma por meio de Seminários. Socialização que permitiu compartilhar conhecimentos e, ainda, instigou em alguns outros estudantes certos querer – saber – aprender.

Os grupos fizeram seus respectivos estudos–pesquisas extraclasse. Também, ocorreram reuniões com o professor responsável, durante o desenvolvimento dos projetos. Apesar de atividades experimentais serem comuns aos estudantes de Agronomia, para a maioria desses estudantes (de segundo período do curso), essa foi a primeira atividade com experimentos no Curso. A seguir, para ilustrar, apresentamos a experiência realizada pelo grupo de estudantes (Grupo 5), que escolheu a ‘cultura da alface’ e as variáveis - quantidade de ureia (g) e de água (ml) para acompanhamento.

### **3. Atividade Experimental: cultivo da alface**

A escolha pela cultura da alface por esse grupo envolveu a questão do tempo de cultivo (ciclo curto e desenvolvimento rápido). No caso desse grupo, foi realizado um experimento onde foram plantadas mudas de alface em nove vasos. Cada vaso tinha um volume total de cinco litros. Neles, foi colocada uma porção de solo, sem adubação e correção, pois, de acordo com os

estudantes isso implicaria em erro, nas variáveis avaliadas. Foram transplantadas para cada vaso duas mudas de alface lisa, cada uma contendo de três a quatro folhas.

Cada vaso recebeu uma combinação diferente das quantidades de ureia (50 g, 100 g ou 150 g) e água (200 ml, 300 ml ou 400 ml). O grupo acompanhou o experimento por três semanas, quando foi realizada a medição final da altura das plantas. Durante o acompanhamento do experimento, os estudantes mediram as alturas das plantas com o auxílio de uma régua de 30 cm. Na sequência, resultados obtidos pelo grupo de estudantes ao final do experimento com a ‘cultura da alface’ e o delineamento do experimento (croqui), Figura 1.

**Figura 1:** Resultados obtidos e delineamento do experimento do Grupo 5.

Alturas das Plantas dia 10/05/2017	Altura das Plantas dia 17/05/2017	Alturas das Plantas dia 25/05/2017
Vaso 1 – 6,0cm	Vaso 1 - 6,5cm	Vaso 1 - 13,5cm
Vaso 5 - 5,2cm	Vaso 5 - 7,1cm	Vaso 5 - 9,5cm
Vaso 6 - 4,5cm	Vaso 6 - 8,2cm	Vaso 6 - 13,5cm
Vaso 8 - 6,5cm	Vaso 8 - 5,8cm	Vaso 8 - 17,0cm
Vaso 7 - 4,0cm	Vaso 7 - 6,9cm	Vaso 7 - 11,0cm
Vaso 2 - 3,5cm	Vaso 2 - 6,2cm	Vaso 2 - 10,0cm
Vaso 3 - 5,4cm	Vaso 3 - 6,2cm	Vaso 3 - 12,0cm
Vaso 9 - 4,0cm	Vaso 9 - 6,8cm	Vaso 9 - 11,0cm
Vaso 4 - 4,5cm	Vaso 4 - 7,5cm	Vaso 4 - 15,0cm

**DELINEAMENTO DO EXPERIMENTO (CROQUI)**

	50g 4ml	100g 4ml	150g 4ml
200ml	Vaso 1	Vaso 8*	Vaso 3*
300ml	Vaso 5*	Vaso 7*	Vaso 9
400ml	Vaso 6	Vaso 2	Vaso 4
(*) – Vasos que foram substituídos após a primeira aplicação			

**Fonte:** Relatório do Grupo 5.

A partir desses resultados, os dados foram aproximados por uma função de duas variáveis do tipo parabolóide de rotação:  $f(x,y) = a(x - x^*)^2 + a(y - y^*)^2 + c$ . O Maple foi o software utilizado para obter as funções. O cálculo dos valores de a e c foram realizados com o seguinte algoritmo implementado no Maple (Quadro 1):

**Quadro 1:** Algoritmo implementado no Maple para obter as funções.

1	Escolha de um ponto $(x^*, y^*)$ que seria o ponto máximo (vértice) desse parabolóide. Foi definido que $y^*$ seria igual à $y_1$ , porém $x^*$ diferente de $x_0$ , $x_1$ e $x_2$ ;
2	Estimativa do valor de $z(x^*, y^*)$ ;
3	Estimativa de valores $z(x^*, 0)$ e $z(x^*, 2)$ ;
4	Cálculo do polinômio interpolador de grau 2 em $y$ , denominado $P_2(y)$ , sobre os pontos $(y_0, z(x^*, 0))$ , $(y^*, z(x^*, y^*))$ e $(y_2, z(x^*, 2))$ ;
5	O termo linear do polinômio $P_2(y)$ foi desconsiderado (para que não aparecesse um termo $\sqrt{x^2 + y^2}$ na expressão de $f(x, y)$ ). Assim, $P_2(y)$ foi reescrito como sendo $P_2(y) = ay^2 + c$ ;
6	Rotação de $P_2(y)$ em torno do eixo $z$ , substituindo $y$ por $\sqrt{x^2 + y^2}$ . Dessa forma, foi construído o polinômio $P_2(x, y)$ ;
7	Translação de $P_2(x, y)$ com as seguintes substituições na expressão de $P_2(x, y)$ : $x \rightarrow (x - x^*)$ e $y \rightarrow (y - y^*)$ ;
8	Finalmente, $f(x, y) = P_2(x, y) = a(x - x^*)^2 + a(y - y^*)^2 + c$ .

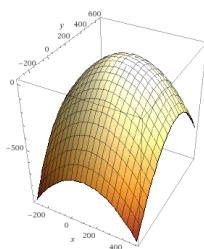
Fonte: Registros do professor.

Após análise dos dados apresentados no projeto desenvolvido pelo grupo de estudantes sobre a ‘cultura da alface’, o professor da disciplina os aproximou (utilizando o algoritmo) por uma função polinomial de duas variáveis, a saber:

Onde  $x$  representava a quantidade de ureia (g), e,  $y$  a quantidade de água (ml) utilizada na rega dessas plantas. A essa função, foi solicitado aos estudantes: a representação do gráfico; encontrar e classificar o ponto crítico; determinar o maior valor assumido; encontrar o maior e menor valor assumido em uma região fornecida; além de encontrar o máximo dessa função restrita a uma função do primeiro grau, denominada função restrição, utilizando os Multiplicadores de Lagrange.

O grupo de estudantes que estamos evidenciando nesta pesquisa utilizou o WolframAlpha para construir o gráfico da função polinomial de duas variáveis. O gráfico exposto pelo grupo no relatório final está representado a seguir, na Figura 2:

**Figura 2:** Gráfico da função obtida.



Fonte: Material do Grupo 5.

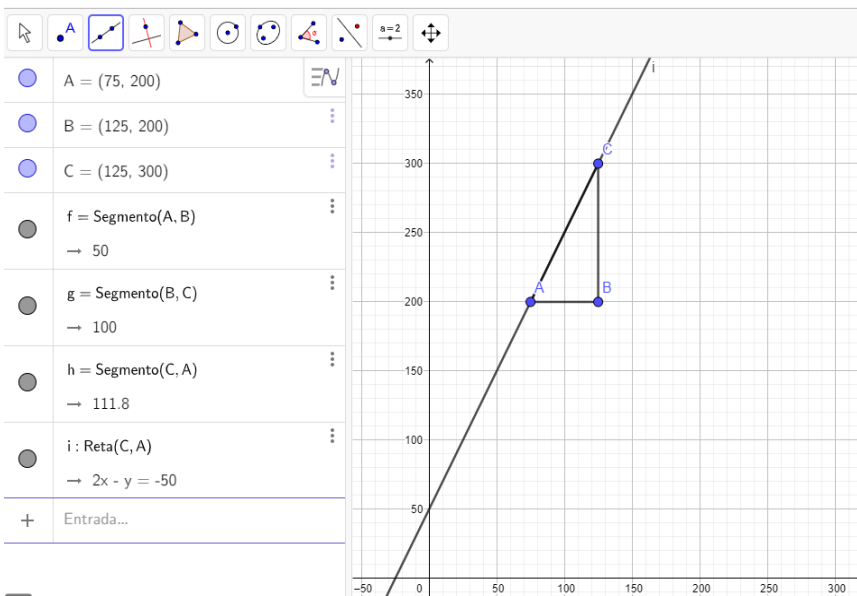


Essa etapa ajudou-os no momento de saber de qual superfície sua função tratava. Apesar de não constar no relatório do grupo, no dia do seminário os estudantes mencionaram tratar-se de um parabolóide elíptico.

Além disso, ao verificar quando as derivadas parciais se anulavam, os estudantes encontraram como ponto crítico  $(x, y) = (100, 250)$  e, ao analisar o determinante da matriz Hessiana, verificaram que  $H(100, 250) = 0,00001764 > 0$  com  $\partial^2 f / \partial x^2 = -0,0042 < 0$ , sendo, portanto,  $(x, y) = (100, 250)$  um ponto de máximo da função. Na sequência, ao substituir esse ponto na expressão da função, encontraram  $f(100, 250) = 19$ , como o maior valor que a função assumia.

Seguindo os itens da ficha-guia, o próximo passo do grupo consistiu em encontrar o maior e menor valor que a função assumiria no triângulo fornecido, de vértices  $A(75, 200)$ ,  $B(125, 200)$  e  $C(125, 300)$ . Trata-se de uma aplicação do Teorema de Weierstrass, e então, os estudantes tiveram que buscar pelos valores extremos nos pontos do interior do triângulo, onde as derivadas parciais se anulam, e nos pontos localizados na fronteira do triângulo. Nessa etapa, alguns grupos utilizaram o software GeoGebra para a visualização da região triangular e, por facilidade, ainda determinaram as equações das retas que passavam sobre as arestas do triângulo ( $y=200$ ;  $x=125$ ; e  $2x-y=-50$ ).

Figura 3: Região triangular do Grupo 5.



Fonte: Material do Grupo 5.

Após expressarem seus cálculos, os estudantes avaliaram os possíveis pontos candidatos a pontos de máximo e mínimo e relataram suas conclusões, conforme a Figura 4, a seguir:

**Figura 4:** Análise dos pontos encontrados pelo Grupo 5.

X,Y	Posição	$f(x,y) = -0,0021x^2 + 0,42x - 0,0021y^2 + 1,05y - 133,25$
(100,200)	Fronteira	$f(x,y) = -0,0021(100)^2 + 0,42(100) - 0,0021(200)^2 + 1,05(200) - 133,25 = 13,75$
(125,250)	Fronteira	$f(x,y) = -0,0021(125)^2 + 0,42(125) - 0,0021(250)^2 + 1,05(250) - 133,25 = 17,68$
(100,250)	Fronteira	$f(x,y) = -0,0021(100)^2 + 0,42(100) - 0,0021(250)^2 + 1,05(250) - 133,25 = 19$
(75,200)	Vértice	$f(x,y) = -0,0021(75)^2 + 0,42(75) - 0,0021(200)^2 + 1,05(200) - 133,25 = 12,43$
(125,200)	Vértice	$f(x,y) = -0,0021(125)^2 + 0,42(125) - 0,0021(200)^2 + 1,05(200) - 133,25 = 12,43$
(125,300)	Vértice	$f(x,y) = -0,0021(125)^2 + 0,42(125) - 0,0021(300)^2 + 1,05(300) - 133,25 = 12,43$
(100,250)	Interior	$f(x,y) = -0,0021(100)^2 + 0,42(100) - 0,0021(250)^2 + 1,05(250) - 133,25 = 19$

Fonte: Relatório do Grupo 5.

E por fim, uma função restrição foi criada de forma a simular uma situação em que se desejava comprar ureia e pagar a água utilizada na irrigação (variáveis definidas pelo grupo), com um limite fixo de dinheiro, e obter o maior crescimento possível das folhas de alface: “Sabendo que o custo de 1g de ureia é R\$2,00, o custo de 1ml de água na rega das plantas é de R\$1,00 e que dispomos de R\$500,00 para gastar entre ureia e água, qual a combinação ideal de ureia água que devemos comprar para obtermos a maior altura das folhas de alface?”.

Assumindo a função  $L(x, y, \lambda) = f(x, y) - \lambda g(x, y)$ , onde  $g(x, y) = 20 + y - 500 = 0$ , os estudantes utilizaram o método dos multiplicadores de Lagrange para encontrar x e y tais que  $\nabla L = 0$ . E concluíram que a combinação ideal de ureia (g) e água (ml), para um melhor desempenho na altura das folhas de alface, atendendo às condições impostas na questão, era de x=120 g e y=260 ml.

Vale ressaltar que a ficha de cada grupo teve sua particularidade e o principal objetivo consistiu em deixar o problema ‘melhor’ para a sala de aula, de modo a fazer com que o estudante entendesse determinados conteúdos da disciplina com sua participação. Assim, para o problema de otimização restrito, destacamos que o professor não utilizou dados ‘reais’ na sua elaboração.

Alguns estudantes destacaram que situação semelhante à da ficha-guia poderia acontecer na futura atuação profissional deles, onde o ‘freguês’ (produtor, etc.) propõe um problema da vida real e o estudante, futuro agrônomo, algumas vezes teria que realizar um experimento, simplificar o problema, escrevê-lo numa linguagem matemática, buscar por uma solução (aproximada), e analisar o resultado, verificar se a solução seria válida matematicamente e socialmente. E,

se não fosse, seria necessário retornar e refazer o processo novamente até que se encontrasse uma solução naturalmente ou socialmente válida.

Os resultados apontam que o melhor desenvolvimento da alface ocorreu com 100 g de ureia e 200 ml de água. As resoluções obtidas pelos estudantes foram apresentadas aos demais estudantes e ao professor da disciplina, na forma de seminário e relatório final. Os seminários constituíram-se como momentos de manifestação das interações presenciais entre os estudantes (grupo) e o professor, e entre os grupos (turma). Foram momentos ricos de questionamentos e produção coletiva. Percebemos o cuidado de alguns estudantes ao transformar a linguagem da sua pesquisa, sobretudo relacionada a assuntos técnicos da Agronomia, para explicá-la para os colegas. Durante o seminário, os estudantes do grupo sobre a omanipularam os softwares utilizados no desenvolvimento do projeto, mostrando passo a passo.

Sobre a etapa de validação, o professor deixou claro que, apesar dos estudantes terem efetuado um experimento, nem todos os desdobramentos dessa etapa poderiam ser concluídos, principalmente considerando o quesito tempo. No entanto, consideramos que tal etapa foi contemplada por meio de análises, mesmo que superficiais, sobre as respostas dadas, a partir de questionamentos do professor nos seminários e na interação entre os próprios membros dos grupos. Os estudantes mostraram-se admirados com essa aplicação de Matemática na Agronomia. Muitos desses estudantes questionaram sobre outras situações que poderiam utilizar, não apenas esse, mas também outros conceitos de Matemática.

No quesito avaliação dos projetos foi atribuída uma pontuação para compor a nota final da disciplina, distribuída entre a apresentação do seminário, a avaliação do relatório final e o desenvolvimento do experimento. Houve também uma avaliação realizada pelo grupo, entre os pares, mas não foi atribuída nota. As notas dos estudantes foram divulgadas ao final da última etapa do Projeto, em Matemática II.

Uma reflexão sobre os critérios de avaliação dos projetos revelou que existiu uma lógica de avaliação seletiva e outra, formativa. Isso, pois a avaliação dos projetos envolveu todo o processo de desenvolvimento, desde a qualidade dos questionamentos, a profundidade da pesquisa realizada pelos estudantes, o planejamento e a realização dos experimentos, os dados obtidos, a utilização e interpretação do modelo matemático, a adequação da solução apresentada e a exposição oral e escrita do trabalho. Além disso, foram analisados: o empenho do estudante de forma individual e coletiva, a participação, o espírito colaborativo e o processo de produção.

A dinâmica da disciplina com o Projeto teve métodos avaliativos diversificados. Essa diversidade, além de muito rica no contexto educacional, também foi um atrativo aos estudantes, fazendo com que os pontos do Trabalho de Projeto fossem uma motivação. Os pontos do Trabalho de Projeto desenvolvido foi um dos motivos que despertou o interesse dos estudantes, mas não o único, como inferimos na fala a seguir: “Eu não gostei só por causa dos pontos. Eu gostei mais porque mexeu com nossa cabeça, foi outro jeito. Aprender, tipo, aplicado na sua área. Isso foi bacana demais. Não foi só aquela Matemática pela Matemática”. (ESTUDANTE, ENTREVISTA GRAVADA).

Percebemos que as contribuições do Projeto para os estudantes foram além da questão da pontuação, situaram-se no patamar da produção de saberes e conhecimentos individuais e coletivos, envolvendo a Matemática, mas não “só aquela Matemática pela Matemática”, a Agronomia, as TDIC, o trabalho de projeto, o trabalho em grupo.

Em relação aos processos interativos oportunizados pelas TDIC no Trabalho de Projeto, entendemos que eles estavam relacionados à interação entre pessoas, mediadas pelas tecnologias, e à interatividade, quando a comunicação se dá entre pessoas e máquina (BELLONI, 2002; LOPES, 2019; TONUS, 2007; TORREZZAN; BEHAR, 2009).

Mais ainda, pensamos que as TDIC atuaram no desenvolvimento do Trabalho de Projeto por três vias. A primeira estava relacionada ao processo de constituição da disciplina, envolvendo a criação de um ambiente para a disciplina com o Projeto no Moodle; a segunda ocorreu por meio do processo de modelagem dos dados e na elaboração e resolução das fichas-guias com a utilização dos softwares por estudantes e professor; e a terceira estava relacionada ao processo comunicativo entre os envolvidos, por meio do aplicativo WhatsApp Messenger, e-mails, fóruns, etc.

Dessa forma, a utilização dessas ferramentas tecnológicas em meio educacional, além de oportunizar mais praticidade e agilidade no processo de ensino-aprendizagem, promoveu um processo interativo de conhecimento, com ações individuais e coletivas, de interatividade e interação entre os sujeitos envolvidos no trabalho educativo, e também promoveu a aproximação da cultura digital de cada agente do processo de ensino e aprendizagem com o mundo ao seu redor.

Com isso, ponderamos que o modo como foi desenvolvido o Trabalho de Projeto, com uma diversidade de contextos, interações/interatividades, contribuiu para a apropriação e aperfeiçoamento da linguagem matemática, tecnológica e científica pelos estudantes. Alguns comentários e as produções dos estudantes, participantes desta pesquisa, deixaram transparecer que a

Modelagem Matemática desenvolveu habilidades, aprimorou conhecimentos e despertou o gosto pelo estudo, pela pesquisa, sobretudo no depoimento do estudante, a seguir:

Acredito que se algum professor do curso técnico ou de quando fiz Matemática aqui [universidade] antes, tivesse passado um exemplo de Modelagem Matemática, eu teria me desenvolvido mais nessas disciplinas e em outras da graduação. Até eu entrar na UFU e fazer os projetos, eu nem imaginava que a Modelagem Matemática existia, então a Matemática para mim era um grande problema. Além de dificuldade, eu não sentia prazer em estudar Matemática, o que foi o grande ponto. Por não ter prazer, eu não estudava. (ESTUDANTE, ENTREVISTA GRAVADA)

O estudante destacou que, ao ser apresentado à Modelagem Matemática, via Trabalho de Projeto, ele voltou a sentir ‘prazer’ em estudar Matemática. Alves (2017) argumenta em sua pesquisa que uma forma de implementar propostas educativas - como as acompanhadas nesta pesquisa - é por meio da práxis criadora da Modelagem Matemática. O autor compreende práxis não apenas pelos extremos (teoria ou prática), que são importantes na ação criadora, mas pela interação entre reflexão e ação. Práxis, através da qual a consciência se transforma e por esse movimento que só tem sentido quando o humano altera a realidade por meio de sua conduta.

Percebemos esse potencial de transformação no grupo acompanhado. Acreditamos que o aprendizado foi gerado de forma harmônica e de modo significativo aos estudantes, ao perceberem que os conteúdos estudados nessa disciplina não estão limitados ao universo da disciplina em si, isoladamente, mas estão em sintonia, sobretudo com o curso escolhido por eles, e que se integram e se inter-relacionam.

#### **4. Considerações Finais**

Nesse estudo, entendemos o ensino com pesquisa como uma sequência de momentos de aprendizagem que requer dos estudantes preparação, envolvimento e produção, superando o recebimento passivo de conhecimento e oportunizando-os a participação no processo de ensino e aprendizagem como sujeitos produtores de conhecimento.

O acompanhamento do grupo de estudantes que desenvolveu um projeto sobre a ‘cultura da alface’ mostrou-nos que o desenvolvimento do Projeto, em

que se utilizou TDIC e Modelagem para ensinar e aprender Cálculo, possibilitou que estudantes (e professor) produzissem, no seu cotidiano, saberes e conhecimentos. Entendemos que os estudantes tiveram que explorar diferentes contextos, realizar diversas análises (do ponto de vista matemático, agrônomo, tecnológico, etc.), emitir opiniões/pensamentos.

Assim, de maneira similar à pesquisa de Souza Júnior (2000), pensamos que, ao propor que os estudantes desenvolvessem os projetos, o professor passou a trabalhar o ensino com pesquisa na universidade. Além disso, a extensão esteve presente em todos os projetos dos grupos, estabelecendo uma relação entre a comunidade e a universidade.

A 'produção' de saberes com Projeto caracteriza-se, especialmente, na 'captação' de 'saberes' singulares de algumas pessoas que têm contribuído ao aprimoramento, a cada dia, de outros saberes. Saberes produzidos que permitem a outrem, desenvolver ou aprimorar seus saberes.

Defendemos a proposição de Projetos que integrem a Matemática aos assuntos relacionados ao curso no qual o estudante encontra-se matriculado, fazendo uso das TDIC para facilitar a compreensão dos campos de conhecimentos envolvidos, além de nos permitir "ampliar o conceito de aula, de espaço e tempo, de comunicação audiovisual, e estabelecer pontes novas entre o presencial e o virtual, entre o estar junto e o estarmos conectados a distância" (MORAN; MASETTO; BEHRENS, 2003, p. 12) e, baseado nos conceitos de Modelagem Matemática, com pensamento, prática e linguagem, para, de modo progressivo, desenvolver habilidades, aprimorar conhecimentos, despertar o interesse pela pesquisa e instigar nos estudantes certo querer – saber – aprender.

Assim, de maneira similar à pesquisa de Alves (2017), pensamos que uma forma de implementar uma proposta de Trabalho de Projeto é pela práxis criadora da Modelagem Matemática, enquanto pesquisa científico-tecnológica, na qual os estudantes estudam as informações perceptíveis dos temas/assuntos de seu interesse e produzem novas - antes imperceptíveis, sob a orientação do professor.

Por meio dos processos interativos, foram selecionadas essas informações e as tecnologias digitais utilizadas. Coadunamos com Alves (2017) na compreensão de que essas interações têm o potencial de transformar as informações em conhecimentos - ao compreender ou criar modelos para a resolução dos problemas, possibilitar a educação dos estudantes pela pesquisa numa práxis da Modelagem Matemática, levando o/a estudante a querer-saber-fazer, contribuindo para a apropriação e aperfeiçoamento da linguagem matemática, científica e tecnológica.

O percurso acompanhado nesta pesquisa, sobretudo pelas experiências vivenciadas e contribuições alcançadas, nos permite concluir que fazer Modelagem nos tempos de hoje é fazer Modelagem em diferentes tipos de interação e interatividade, propiciando a autoria dos estudantes. Certamente ainda há um amplo campo de possibilidades a ser explorado em pesquisas futuras: acompanhar a proposta educativa em outros cursos e/ou com a utilização de outros softwares; abrir espaços para reflexão e discussão sobre Modelagem e sobre o uso das TDIC no fazer Modelagem, que ainda não foram pesquisadas; planejar novas propostas de trabalho com foco no ensino, na pesquisa e na extensão e, envolvendo outros ‘modelos’ de Modelagem, com TDIC e com outras perspectivas de Trabalho de Projetos. Assim, vislumbramos um promissor caminho a ser percorrido, e por isso, recomendamos a continuidade do estudo dessa temática.

## Referências

ALVES, D. B. *Modelagem matemática no contexto da cultura digital: uma perspectiva de educar pela pesquisa no curso de técnico em meio ambiente integrado ao ensino médio*. 2017. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2017.

ARAÚJO, J. L. *Cálculo, tecnologias e modelagem matemática: as discussões dos alunos*. 2002. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, 2002.

BELLONI, M. L. *Ensaio sobre a educação a distância no Brasil*. In: *Educação e Sociedade*, v. 23, n. 78, p.117-142, abr.2002. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0101-73302002000200008>. Acesso em: 05 jul. 2021.

BIEMBENGUT, M. S. *Modelagem na educação matemática e na ciência*. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2016.

BIEMBENGUT, M. S. *Modelagem no ensino fundamental*. Blumenau: Edifurb, 2014.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e educação matemática*. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

DINIZ, L. N. *O papel das tecnologias da informação e comunicação nos projetos de modelagem matemática*. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação

Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, 2007.

FLORES, J. B.; LIMA, V. M. R.; MÜLLER, T. J. O uso das tecnologias da informação e comunicação no ensino de cálculo diferencial e integral: reflexões a partir de uma metanálise. *In: Abakos*, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais PUC-MG, Belo Horizonte, v. 6, n. 2, p. 21-35, 2018. DOI: <https://doi.org/10.5752/P.2316-9451.2018v6n2p21-35>. Acesso em: 05 jul. 2021.

FRANCHI, R. H. O. L. Ambientes de aprendizagem fundamentados na modelagem matemática e informática como possibilidades para a educação matemática. *In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (org.) Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife: SBEM, 2007.

LOPES, E. M. C. Integração de mídias na disciplina de geometria analítica em um curso de graduação em matemática. 2019. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2019. DOI: <https://doi.org/10.14393/ufu.te.2019.920>. Acesso em: 05 jul. 2021.

MALHEIROS, A. P. S. Modelagem matemática e pedagogia de projetos: possíveis interseções. *Comunicação Científica. In: IXENEM*, Belo Horizonte, jul. 2007. p. 1-15.

MARIN, D. Professores de matemática que usam a tecnologia de informação e comunicação no ensino superior. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, 2009.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS A. P. S. Modelagem em educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

MORAN, J. M.; MASETTO, M; BEHRENS, M. Novas tecnologias e mediação pedagógica. São Paulo: Papirus, 2003.

PEREIRA, G. M. R. Cálculo diferencial e integral no curso de agronomia: uma perspectiva de trabalho de projetos com modelagem matemática e tecnologias digitais de informação e comunicação. 2019. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2019. DOI: <https://doi.org/10.14393/ufu.te.2019.2473>. Acesso em: 20 jul. 2021.

SOUZA JUNIOR, A. J. Concepções do professor universitário sobre o ensino da matemática. 1993. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto



de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, 1993.

SOUZA JUNIOR, A. J. **Trabalho coletivo na universidade: trajetória de um grupo no processo de ensinar e aprender cálculo diferencial e integral.** 2000. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

TONUS, M. **Interações digitais: uma proposta de ensino de radiojornalismo por meio das TIC.** 2007. Tese (Doutorado em Multimeios) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.

TORREZZAN, C. A. W.; BEHAR, P. A. **Parâmetros para a construção de materiais educacionais digitais do ponto de vista do design pedagógico.** In: BEHAR, P. A. (org.). *Modelos pedagógicos em educação a distância.* 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. p. 33-65.

# O ESTUDO DAS FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO & RECURSOS TECNOLÓGICOS

*Lidiane Costa da Silva Matos<sup>7</sup>*

*Arlindo José de Souza Júnior<sup>8</sup>*

## Resumo

Neste artigo estão os principais resultados de uma pesquisa aplicada, cujo objetivo foi identificar a aprendizagem matemática de estudantes do Ensino Médio, por meio da Modelagem e Tecnologias. Para alcançar esse objetivo, buscou-se ‘aliar’ a Modelagem Matemática à TDIC. Colaboraram com a pesquisa 150 estudantes do 1º Ano do Ensino Médio, no período de 50 dias. Foi desenvolvida uma sequência didática sobre o assunto Função. Por meio do Método da Modelagem, os estudantes realizaram suas propostas. Os resultados foram: Os estudantes construíram mapas mentais registrando as informações do conteúdo, eles organizaram e estruturaram o conhecimento relacionado ao tema central ‘função’ fazendo os mapas conceituais e a produção de um e-book com as atividades propostas, além da Apresentação e das Considerações Finais.

**Palavras-Chave:** Tecnologia. Modelagem. Matemática.

## 1. Apresentação

A comunicação faz parte do processo de sobrevivência, não somente das pessoas, mas também, da espécie animal. Nos dias atuais (anos 2020), graças às tecnologias –que se modificam, se aprimoram a cada dia – as informações, os registros de fatos, as expressões das ideias se integram e, assim, contribuem com as formas de se comunicar. Nesse sentido, conforme as necessidades que surgem, a maioria das pessoas consegue se inteirar dos mais diversos assuntos, produções. Como a Modelagem faz-se presente no fazer–viver–estar da maioria das pessoas, pois faz parte da ‘sobrevivência’, há quatro décadas foi ‘incorporada’ ao Ensino. Inicialmente, Ensino de Matemática. E graças às Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação, tornou mais ‘fácil’ ao estudante saber o porquê de

7 Mestranda do curso em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia, câmpus Santa Mônica e Professora da rede Pública Estadual. E-mail: lidieneufu@gmail.com

8 Universidade de Uberlândia- UFU. E-mail: Arlindo@ufu.br

certas ‘regras’ para se obter resultados, respostas, previsões. Modelagem é um método tão antigo quanto a humanidade. Faz parte da ‘luta pela sobrevivência’. Tudo que há ao redor tem suas raízes na modelagem.

Na Educação básica, muito mais que aprender Matemática, a Modelagem propicia a cada estudante descobrir o que quer ser, para melhor contribuir com a sociedade e consigo mesmo. Permite ao professor/a de Matemática deixar de ‘requerer dos estudantes a memorização de regras de matemática’ e, então, ‘aprender’ o que é, o que significa, para quê e como se utiliza a Matemática na solução e, especialmente, no aprimoramento do que já temos e na criação de objetos, processos, tecnologias para melhor viver das pessoas. Dentre as várias definições de Modelagem Matemática, trazemos a de Bassanezi: “Processo que consiste em traduzir uma situação ou tema do meio em que vivemos para uma linguagem matemática. Essa linguagem, que denominamos Modelo Matemático, pressupõe um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam o fenômeno em questão” (BASSANEZI, 1994, p. 1).

No tempo atual, as tecnologias no ensino de Matemática se fazem cada vez mais presentes. Isso, pois, a maioria dos estudantes dispõem de um ‘telefone celular’— que se tornou um ‘computador de bolso’. Assim, sua implantação nas aulas, para um melhor acompanhamento da realidade dos educandos, foi devido à necessidade que se nota nos estudantes, onde os mesmos buscam estar inseridos no contexto tecnológico, como exemplo, com o uso constante do celular em sala de aula, tanto para entretenimento, como para pesquisas durante a execução de tarefas e até mesmo durante provas em sala de aula.

O objetivo da Modelagem na Educação, mais do que para aprender Matemática é: despertar em cada estudante, seu querer-saber para querer-ser aos seus familiares, sua comunidade, seu país, para que todos possam viver melhor. A proposta é que cada estudante aprenda a modelar. E, graças ao domínio que cada um desses estudantes desta era tecnológica tem, os professores de qualquer uma das disciplinas podem ‘fazer uso’ desse conhecimento e habilidade deles com tecnologias para desenvolver os respectivos conteúdos programáticos. Afinal, é o conhecimento de todos que proporciona um melhor viver-estar-realizar. Assim, é preciso ‘instigar’ o desejo de cada estudante a querer-saber para saber-ser.

Nesta pesquisa, adotou-se a concepção de Biembengut (2014), que define a Modelagem como uma área de pesquisa voltada à elaboração ou criação de um modelo que possa despertar o interesse de cada pessoa – estudante a querer-ser para contribuir. A Modelagem na Educação pode propiciar a cada estudante alcançar esse objetivo.

Modelagem é um método de ensino e de pesquisa que contribui como ensino e aprendizagem, pois possibilita ao aluno aprender Matemática ou outra Ciência de modo integrado às outras áreas do conhecimento, em especial, àquela que o aluno apresenta interesse. (BIEMBENGUT, 2014, p. 15).

Na atividade experimental, buscou-se sintetizar o estudo das Funções Afim, Quadrática, Exponencial e Logarítmica, no 1º Ano do Ensino Médio, utilizando recursos tecnológicos como miMind, Geogebra, Canva, entre outros, para realizar as atividades propostas na sequência didática, fazendo uso da Modelagem Matemática por meio do Mapa Mental e Mapa Conceitual. Os Mapas Mentais<sup>9</sup> e os Mapas Conceituais<sup>10</sup> são teorias que contribuem para o Ensino e a Aprendizagem, pois, possibilitam ao estudante aprender Matemática ou outra Ciência de modo integrado às outras áreas do conhecimento. Pode-se afirmar que ambos os conceitos tratam de representação.

A diferença é que o Mapa Mental é inerente ao ser humano – mesmo antes de deixar o ventre materno e os Mapas Conceituais derivam do ‘viver’ de cada pessoa – depende do meio em que vive, dos valores e das crenças dos progenitores, das pessoas que os cercam – seus valores, suas crenças, suas atitudes. Assim, um Mapa Mental é como um ‘diagrama’ que ajuda a explicar conceitos complicados de maneira simples e objetiva (BUZAN, 1996).

Os Mapas Conceituais e Mentais foram usados como um recurso didático para as realizações da sequência didática, permitindo organizar e representar o conhecimento graficamente, através de um esquema. A fundamentação teórica dos Mapas Conceituais se dá pela Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel<sup>11</sup> – onde a pessoa, desde que abre seus olhos pela primeira vez, enfim, se inteira do ‘mundo’ externo’, o processo cognitivo passa a se aprimorar, ampliar as informações diversas entre o novo conhecimento e o conhecimento pré-existente em sua estrutura cognitiva – que afirma:

O conhecimento é significativo por definição. É o produto significativo de um processo psicológico cognitivo (“saber”) que envolve a interação entre ideias “logicamente” (culturalmente) significativas, ideias anteriores

9 O Mapa Mental é uma técnica de organização do pensamento criada pelo inglês Tony Buzan, na década de 70.

10 A teoria a respeito dos **Mapas Conceituais** foi desenvolvida na década de 70 pelo pesquisador e professor norte-americano Joseph Novak.

11 A teoria de Ausubel foi escrita há mais de 40 anos. Ele viveu no período de 1928-2008.

(“ancoradas”) relevantes da estrutura cognitiva particular do aprendiz (ou estrutura dos conhecimentos deste) e o “mecanismo” mental do mesmo para aprender de forma significativa ou para adquirir e reter conhecimentos (AUSUBEL, 2003, p. 182).

A pesquisa da sequência didática foi realizada em uma Escola Estadual no município de Uberlândia-MG, com aproximadamente 150 alunos do 1º Ano do Ensino Médio, divididos em grupos para a produção de um e-book, com 84 alunos respondendo ao questionário sobre a atividade proposta.

## 2. Processo Metodológico

A pesquisa foi realizada numa Escola Estadual, situada no município de Uberlândia-MG, com os alunos do 1º Ano do Ensino Médio, na faixa etária entre 14 a 17 anos, sendo um público misto entre meninos, meninas e outros, nos turnos manhã e tarde.

Este estudo fez uso de recursos tecnológicos (Canva<sup>12</sup>, Geogebra<sup>13</sup>, LucidChart<sup>14</sup> e MiMind<sup>15</sup>) aliados às operações matemáticas do conteúdo do 1º ano do Ensino Médio e, assim, permitiu aos estudantes saberem quando fazer uso dos diversos tipos de Funções (Afim, Quadrática, Exponencial e Logarítmica), no decorrer do ano letivo de 2019, tendo como produto um e-book. Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), podemos averiguar a importância das TDIC para

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2017, p. 9).

12 É uma plataforma de *design* gráfico que permite aos usuários criar gráficos de mídia social, apresentações, pôsteres e outros conteúdos visuais. Está disponível *online* e em dispositivos móveis e integra milhões de imagens, fontes, modelos e ilustrações.

13 É um *software* de matemática dinâmica que reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo.

14 É uma plataforma proprietária baseada na *Web*, usada para permitir que os usuários colaborem no desenho, revisão e compartilhamento de gráficos e diagramas para fazer mapas conceituais.

15 É um app grátis, disponível para Android e iPhone (iOS), que permite criar mapas mentais de forma prática, rápido.

Dessa forma, foi aplicada para os participantes deste trabalho, que são os estudantes do primeiro ano do Ensino Médio, uma sequência didática, com o objetivo de sistematizar seus conhecimentos de funções, criando Mapas Mentais e Conceituais através de aplicativos ou fluxogramas do Word.

Os dados foram obtidos por meio da elaboração de atividades propostas, resultando em um e-book feito por um grupo de cinco a seis estudantes por sala e por questionário individual. Essa pesquisa qualitativa – participante tinha por finalidade assessorar cada estudante envolvido a identificar por si mesmo suas dificuldades, a produzir a análise crítica, buscando respostas adequadas ao tema estudado.

Para isso foi necessário realizar algumas etapas para a execução e formulação dos dados analisados. Essas etapas se resumem na Modelagem Matemática, segundo Biembengut (2014), são agrupadas em três fases, não disjuntas, denominadas: (1ª) Percepção e Apreensão, percepção no reconhecimento da situação-problema e apreensão na familiarização com o assunto a ser modelado; (2ª) Compreensão e Explicação refere-se à compreensão na formulação do problema, explicação na formulação do modelo matemático e explicitação na resolução do problema, a partir do modelo; e (3ª) Significação e Expressão—Significação na interpretação da solução e validação do modelo e a expressão do processo e do resultado.

#### 1ª Etapa: Percepção e Apreensão

- Analisar o conhecimento prévio dos alunos.

#### 2ª Etapa: Compreensão e Explicação

- Saber as definições das funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica;
- Compreender o estudo das funções através da história da Matemática.

#### 3ª Etapa: Significação e Expressão

- Desenvolver mapa mental e conceitual;
- Construir gráficos com o software Geogebra;
- Confeccionar um E-book;
- Respondera um questionário quanto à realização do trabalho, o e-book.

Para apresentar as análises de dados coletados, foram elaborados exercícios, apoiados nas ideias de Biembengut (2008, p. 95), que explica que reconhecer significa “identificar e assinalar concepções teóricas e principais resultados e analisar implica combinar vários dados ou resultados específicos em um mais geral”.

Buscou-se através de um questionário aplicado no Google Form<sup>16</sup>, identificar se o objetivo da proposta da sequência didática tinha sido alcançado. As perguntas foram: Qual foi o tópico mais importante que você aprendeu nesta

<sup>16</sup> É um serviço gratuito para criar formulários *online*.

sequência didática, que teve por produto o e-book? Você se sentiu preparado para este trabalho? Por que sim ou por que não?

Para apresentar os dados da primeira pergunta foram observadas as palavras que mais apareceram nas respostas dos questionários dos estudantes. Os estudantes relataram que aprenderam a fazer Mapa Conceitual e Mapa Mental, o que auxiliou os mesmos a organizarem o conteúdo, as informações e aplicarem em outras disciplinas para estudar. Outros relataram que nunca tinham ouvido falar em História da Matemática e estudaram a importância das Funções Afim, Quadrática, Exponencial e Logarítmica, seu contexto histórico, precursores principais e suas aplicações.

Quanto ao uso do Geogebra, eles aprenderam a fazer gráficos e a visualizar uma imagem sem deformação. Além, disso aprenderam a conviver em grupo, tendo que auxiliar o colega que tinha dificuldade e aprendendo com o outro. Para compreender os dados da segunda pergunta (você se sentiu preparado para este trabalho? Por que sim ou por que não?), oitenta e quatro estudantes responderam esta pergunta, sendo que trinta e sete sentiram-se preparados e quarenta e sete, não.

Os estudantes que responderam ‘sim’ – sentiram-se preparados por meio das aulas e do roteiro com as instruções feitas pela professora – isso pois, a maioria dessa geração atual tem conhecimento dos recursos tecnológicos disponíveis. Já os que responderam ‘não’, justificaram a dificuldade em realizar o trabalho por não saberem mexer nos aplicativos e por nunca terem realizado um trabalho como este, disseram que só utilizam o computador ou celular para entretenimento.

### 3. Resultados e Discussões

A utilização da Modelagem favorece o estudo e a discussão, não apenas de conteúdos matemáticos, mas também, de outros tantos temas integrados, como: ideias não matemáticas (como fotos e desenhos) que venham facilitar a compreensão do estudante e, dessa forma, proporcionar “valores culturais e a alguns princípios gerais concernentes ao papel dele como pessoa responsável pela realidade que o cerca” (BIEMBENGUT, 2012, p. 37). Ao integrar a Modelagem no contexto educacional, a aprendizagem do estudante não está centrada na interação com materiais instrucionais, tampouco, se resume ao ‘discurso’ do/da professor/a, mas se realiza na participação interativa das pessoas no contexto educacional, em uma prática de elaboração cultural.

No primeiro momento será abordada a Percepção e a Apreensão dos estudantes, para isso foi distribuído um roteiro de atividade para a execução da sequência didática, que passou por sete etapas:

### 1ª etapa: Roda de Conversa

Fez-se a primeira identificação sobre o que os estudantes já sabiam sobre: (1) mapa mental e mapa conceitual; (2) quais aplicativos poderiam ser utilizados para desenvolver as atividades e (3) apresentação da sequência didática e as explicações de como as atividades seriam desenvolvidas, que foi realizada pela professora.

No segundo momento da Modelagem Matemática iremos abordar a Compreensão e a Explicação dentro das etapas da sequência didática a serem desenvolvidas, apresentando os conceitos de funções através de mapas mentais e conceituais adquiridos nas aulas.

### 2ª etapa:

Apresentação de um mapa mental como modelo para os estudantes fazerem o da atividade, tempo destinado para realizar a atividade, tirando as dúvidas. A atividade proposta: Desenvolver um mapa mental para cada tipo de função: função afim, quadrática, exponencial e logarítmica, sugerindo utilizar os aplicativos MiMind<sup>17</sup>, MindMaps<sup>18</sup>, XMind<sup>19</sup>, FreeMind<sup>20</sup>, entre outros.

### 3ª etapa:

Apresentação de um mapa conceitual como modelo para os estudantes fazerem a atividade, tempo destinado para tirar as dúvidas. Atividade proposta: Desenvolver um Mapa Conceitual para cada tipo de função: função afim, quadrática, exponencial e logarítmica, utilizando aplicativos como Cmaptools, Lucidchart etc.

### 4ª etapa:

Verificar se já tinham utilizado o software GeoGebra para construir gráficos das funções. Logo em seguida, apresentaram, como exercício, a utilização da ferramenta com algumas questões que constam em livros didáticos válidos.

### 5ª etapa:

Fazer levantamento na História da Matemática sobre como surgiram as Funções e suas aplicações no cotidiano.

### 6ª etapa:

Identificar situações-problemas ou exercícios relacionados às Funções estudadas quanto a sua aplicação no cotidiano. Como no terceiro momento, ocorre

17 O *miMind* é um app grátis disponível para Android e iPhone (iOS) que permite criar mapas mentais de forma prática.

18 O mapa mental é uma técnica de organização do pensamento criada pelo inglês Tony Buzan na década de 70.

19 É um programa desenvolvido para fazer mapas mentais.

20 É programa de *Software* Livre para criar Mapa mental.



a 3ª e última etapa da modelagem, que é Significação e Expressão. Significação na interpretação da solução e validação do modelo e a expressão do processo e do resultado.

7ª etapa:

Criar um e-book com as atividades propostas, contendo capa, índice, desenvolvimento, conclusão e referência.

Após o envio do e-book, foi aplicado um questionário para saber o grau de satisfação ou segurança que os estudantes tiveram ao realizar o trabalho de produção e o que aprenderam com essa proposta. Alguns estudantes tiveram dificuldade na elaboração das atividades, pois não leram o roteiro e, ainda, não seguiram as orientações, mas fizeram uso de suas percepções, que é a primeira fonte de conhecimento necessária para se relacionar com novos desafios. “A percepção implica na capacidade de captar eventos ou ideias, misturar, selecionar e relacionar com as que dispomos” (BIEMBENGUT, 2003, p. 6)

Essa proposta foi desafiadora, por duas razões: (1ª) Ser algo ‘novo’ para esses estudantes elaborarem um e-book na disciplina de Matemática; (2ª) Requeria deles: buscar dados/informações diversas sobre o tem, aprender como lidar com os aplicativos disponíveis, saber como criar um e-book, dentre outros. Segundo Bacich e Moran (2015, p. 35), “a educação híbrida tem a metodologia de levar desafios para estimular os alunos, como resolução de problemas ou a criação de projetos complexos, tanto em grupo ou individualmente”.

Os discentes conseguiram integrar a tecnologia através do uso de aplicativos como Mimind para fazer os Mapas Mentais, Lucidchart (programa de criação de diagramas) para fazer Mapas Conceituais, entre outros aplicativos, assim formalizando os conhecimentos de Função Afim, quadrática, exponencial e logarítmica. O Canva e o PowerPoint para fazer o e-book. Assim, Lima e Moura (2019, p. 35) afirmam que “precisa haver introdução de tecnologias digitais integradas ao currículo por estar em uma época onde os dispositivos software são cada vez mais utilizados”, dessa forma, os alunos foram criativos e autônomos ao criar o e-book.

Os discentes conseguiram perceber a importância da Matemática fora dos limites escolares, nas diversas atividades do dia a dia de cada pessoa. De igual forma, dos recursos tecnológicos que, nos dias atuais, estão disponíveis para muitas pessoas, facilitando a obtenção de conhecimentos específicos, diversos.

#### **4. Considerações Finais**

A experiência realizada com esse grupo de estudantes nos permitiu, de certa forma, propiciar a eles/elas uma primeira ‘vivência’ com o processo de

pesquisa (pesquisa não como buscar na web dados—informações). Identificamos articulação entre a Modelagem e a necessidade das Tecnologias, principalmente, nas etapas do desenvolvimento das atividades propostas. O uso da internet, por exemplo, no auxílio ao levantamento de informações/ dados, em particular na 1ª etapa da Modelagem (Percepção e Apreensão) – momento de escolha e familiarização do assunto. Ressaltamos, ainda, o uso de softwares específicos, matemáticos ou não, favorecendo a realização das 2ª (Compreensão e Explicação) e/ou 3ª (Significação e Expressão) etapas da Modelagem, que se referem, respectivamente, aos momentos: formulação de problemas, questões, hipóteses; e momentos interpretação da solução, da avaliação e validação do modelo formulado.

Para Biembengut (2014), ao finalizar o processo de modelar, é relevante a expressão do mesmo na forma oral ou escrita, por meio de relatórios, seminários, apresentação aos colegas—expressão. Assim é apresentado um trabalho de natureza empírica, que foi a elaboração de um e-book, resultando em uma proposta de ensino. Esse estudo teve como foco a formalização dos conhecimentos adquiridos no Estudo das Funções no 1º Ano do Ensino Médio, com a integração de recursos tecnológicos, buscando sanar possíveis dificuldades dos estudantes na aprendizagem dos conteúdos de Função (Afim, Quadrática, Exponencial e Logarítmica). Com a utilização de software e aplicativos, o ensino e a aprendizagem de Matemática tornaram-se mais atraentes e criativos, da teoria à prática.

Nesse contexto, com as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação – TDIC apresentadas aos alunos, os mesmos demonstraram dificuldade em encontrar os conectivos nos diagramas para fazer as conjecturas entre os conceitos, na construção dos mapas conceituais e no manuseio dos aplicativos. Entretanto, com os usos das modelagens, os alunos romperam suas limitações, auxiliando-se mutuamente na elaboração do e-book, atingindo os objetivos e as expectativas e, mesmo diante dos obstáculos realizaram um belíssimo trabalho, percorrendo o contexto das funções dentro da história da Matemática e suas aplicações.

Em síntese, foi muito gratificante ver o despertar dos estudantes para algo novo para eles, e os mesmos se empenharam e conseguiram integrar os recursos tecnológicos ao estudo das funções, usando de muita criatividade e design, contextualizaram, buscando a história da Matemática como recurso didático, obtendo a aplicação no nosso cotidiano. Também utilizaram aplicativos e software para desenvolver Mapas Mentais, Conceituais, e o GeoGebra, na elaboração de gráficos, ilustrando, finalmente, esse e-book.

É como resultado final, nada mais satisfatório que visualizar o semblante de cada aluno, orgulhoso do seu trabalho, motivado pelo estudo das funções, utilizando os recursos tecnológicos disponíveis e mostrando a capacidade de cada um de romper paradigmas.

## Referências

AUSUBEL, D. P. Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

BACICH, L.; MORAN, J. Aprender e ensinar com foco na educação híbrida. *Rev. Pátio*, n.25, p.45-47, 2015.

BASSANEZI, R. C. Modelagem como estratégia metodológica no ensino da matemática. *Boletim de Educação da SBMAC*. São Paulo: IMECC/Unicamp, 1994.

BIEMBENGUT, M. S. Concepções e tendências de modelagem matemática na educação brasileira. *Cuadernos de investigación y Formación Matemática*, Costa Rica, ano 7, n. 10, p. 195-204, 2012. (Artigo apresentado em forma de conferência na XIII CIAEM, jun. 2011, Recife).

BIEMBENGUT, M. S. Mapeamento na pesquisa educacional. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008.

BIEMBENGUT, M. S. Modelagem & processo cognitivo. *In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 3. 2003, Piracicaba. *Anais[...]* Piracicaba: UNIMEP, 2003.

BIEMBENGUT, M. S. Modelagem matemática & implicações no ensino e na aprendizagem de Matemática. 2. ed. Blumenau: Edifurb, 2004.

BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de modelagem matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. Alexandria. *Revista de Educação em Ciências e Tecnologia*, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 7-32, 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. Modelagem matemática no ensino. Blumenau: Contexto, 2000.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. Modelagem matemática no ensino. *In: 5. ed.* São Paulo: Contexto, 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; SCHMITT, A. L. F. Mapeamento das produções acadêmicas de modelagem matemática no ensino de autores brasileiros. *In: Congresso Nacional de Educação - EDUCERE*. 2009, Curitiba. Anais[...] Curitiba: PUCPR, 2009. 1 CD-ROM.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Educação é a Base. Brasília: MEC, 2017.

# MODELAGEM NA CULTURA AFRICANA

Elísio MachikaneTivane<sup>21</sup>

Marcos Carlos Tamele<sup>22</sup>

## Resumo

Neste artigo, apresentam-se os principais resultados de uma pesquisa aplicada, realizada pelos estudantes da Universidade Pedagógica de Maputo – Moçambique, do Curso de Licenciatura em Ensino de Matemática. O objetivo da pesquisa foi verificar a ‘didática de uma palhota’ no tratamento do volume de sólidos compostos, fazendo uso da Modelagem e da Cultura africana no Ensino Primário moçambicano, equivalente ao Ensino Fundamental no Brasil. Os resultados mostraram a possibilidade da Modelagem, ao destacar a cultura africana no Ensino da Matemática. Nesta pesquisa, compreendemos a viabilidade de abordar a Cultura africana e a Modelagem na produção científica desse povo, por meio da exploração do tema volume de sólidos compostos, fazendo ligação com a construção de casas de palhota. Compreendemos também que este estudo pode contribuir em subsídios, de acordo com a Lei nº. 10.639/03, que preconiza o ‘tratar’ conteúdo da Cultura africana e afro-brasileira no processo de ensinar e aprender Matemática na Educação Básica no Brasil.

**Palavras-Chave:** Cultura Africana. Ensino e Aprendizagem. Modelagem Matemática. Casa de Palhota.

## 1. Introdução

A escola tem enorme importância à convivência, muito mais do que ‘ficar sabendo sobre’ alguns tópicos do conhecimento humano. Tópicos que acabam, por vezes, sendo esquecidos por não nos fazer sentidos. É nesse entorno escolar que vamos aprendendo a ‘con-viver’ e, por assim, descobrir o que queremos Ser-Fazer-Desempenhar em meio às pessoas, à sociedade.

Em Moçambique, por exemplo, a Educação, devido à globalização, há tendências em direcionar os estudantes a assuntos que concernem à preservação da cultura. Por exemplo, na disciplina de Matemática usa-se abordar os conteúdos,

---

21 Universidade Pedagógica de Maputo. E-mail: tivane8@gmail.com

22 Universidade Pedagógica de Maputo. E-mail: marcostamele1@gmail.com

sem valorizar o meio cultural das pessoas. Essa valorização, tão necessária, fortaleceu o interesse por este tema de estudo: contribuir ao processo de Ensino & Aprendizagem moçambicano, valendo-nos das questões culturais, como dos saberes locais, das atividades e dos valores culturais.

Isso pois, resgatar ‘fazeres’, ‘valores’, ‘signos culturais’ – evitando assim que as novas gerações, não apenas se inteirem, mas especialmente, as valorizem. Indo ao encontro às exigências curriculares moçambicanas, onde “um dos objetivos da atual proposta curricular é formar cidadãos capazes de contribuir à melhoria da sua vida, a vida da sua família, da comunidade e do país, partindo dos saberes locais das comunidades, onde a escola se situa” (INDE/MINED, 2003, p. 27).

Essas orientações curriculares preconizam o diálogo entre a Comunidade e a Escola no que respeita os conteúdos dos saberes locais, a serem tratados em cada disciplina. Esse diálogo, contudo, tem se mostrado deficitário por ambas as partes. Na expectativa em ‘tornar’ a matemática escolar integrada à produção cultural das pessoas africanas<sup>23</sup>, orientamos o nosso estudo, tendo a Modelagem como método às ideias matemáticas.

As práticas realizadas por muitas pessoas em Moçambique podem nos valer não apenas como exemplos de aplicações matemáticas, mas principalmente, como subsídios à Lei brasileira nº 10.639/03 nas salas de aulas, nas disciplinas de Matemática, como nas demais, em particular, das Ciências.

Esta pesquisa, intitulada Modelagem na Cultura africana, tem como objetivo verificar a exploração didática de uma palhota no tratamento do volume de sólidos compostos, fazendo uso da Modelagem e da Cultura africana no ensino primário moçambicano, equivalente ao Ensino Fundamental do Brasil.

A pesquisa foi realizada tendo em conta a Educação escolar brasileira, na tentativa de contribuir com a Lei nº 10.639/03, que preconiza o tratamento de questões da cultura africana e afro-brasileira no Ensino Fundamental – essa lei é resultante de movimentos sociais negros pela emancipação e igualdade racial, aliada à importância da História da cultura africana e afro-brasileira para a Educação.

## 2. Modelagem dos Começos e das Ideias

A Modelagem – método utilizado por algumas pessoas, desde tempos longínquos – nos inícios dos anos de 1970, em especial, passou a ser utilizada

---

23 Pessoas com algumas raízes culturais permanentes no Brasil, como consequência do processo escravagista.

e defendida por algumas pessoas – matemáticas, no ensino da Matemática. A maioria desses precursores atuava no Ensino Superior, em geral, nas disciplinas de Cálculo Diferencial Integral, em Cursos de Engenharia.

A Modelagem é o processo envolvido na feitura de um modelo. Esse modelo – representação pode ser uma escultura, um projeto, uma fórmula matemática, um croqui ou desenho de uma roupa, calçado, móvel, casa, etc. Como se faz necessário em qualquer área de conhecimento, desde 1986, Biembengut tem defendido como método de ensino, não apenas na disciplina de Matemática, como também, nas demais do programa escolar (da Educação Básica ao Ensino Superior).

Biembengut (2016, p. 23) diz que a Modelagem na Educação pode “[...] despertar no estudante o interesse por algo que queira aprender para ser estudante [...]”. Por exemplo, a maioria das crianças moçambicanas conhece uma palhota, sabe quais materiais são usados para sua construção, contudo, nem sempre elas têm a oportunidade de perceber a relação entre a Matemática escolar e essas construções.

A Modelagem, como método de ensino, propicia aos estudantes perceberem que a Matemática se faz presente em todas as nossas ações. O processo envolvido no modelar “permite fazer previsão, tomar decisões, explicar e entender, enfim, participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças” (BASSANEZI, 2002, p. 177). Silveira e Ribas (2004) enumeram algumas justificativas à utilização da Modelagem, sendo 1) motivação dos estudantes e do próprio professor; 2) interesse em aprender; 3) descoberta do que quer ser-fazer-contribuir quando adulto; 4) reflexão sobre questões gerais; 5) estímulo a desenvolver/aprimorar algo, e ainda, perceber sua importância à Comunidade.

A necessidade de se resgatar os valores culturais, por parte dos moçambicanos, aliada às exigências curriculares do país, levou-nos a usar a Modelagem como método no ensino de Matemática, em uma abordagem cultural. Isso, pois, modelar em uma situação em que a cultura é evidenciada, impulsiona-nos a tratar sobre a mesma.

### 3. Cultura, Valores e Saberes

A palavra cultura, segundo o dicionário da língua portuguesa<sup>24</sup>, quer dizer (1) ação de cultivar; (2) atividade voltada para a criação de plantas e animais; (3)

24 AULETE, C. *Dicionário escolar da língua portuguesa*. Rio de Janeiro: Lexikon, 2012. 1072p.

conjunto de conhecimentos de uma pessoa; (4) a soma dos conhecimentos que as pessoas acumulam e transmitem por meio de gerações; (5) costumes de um grupo social; (6) os valores e tradições de certo período.

Nessa pesquisa, priorizamos os pontos (4), (5) e (6), por melhor aproximação ao foco deste estudo, em que a palavra Cultura na Educação expressa costumes, ações de um povo (FREITAS, 2011). Costumes e ações, que por vezes nos levam a tomar decisões que possam contribuir ao bem-estar da sociedade em que estamos inseridos. A Cultura se evidencia nas sociedades organizadas, mas também, pode-se identificá-la, uma vez que ela “inclui objetos, instrumentos, técnicas e atividades humanas socializadas e padronizadas de produção de bens, da ordem social, de normas, palavras, ideias, valores, símbolos, preceitos, crenças e sentimentos” (BRANDÃO, 1985, p. 20).

Muitos objetos culturais ‘trazem’ certo aparato didático e educativo que, muitas vezes, são usados como materiais didáticos. Eles transportam de forma implícita a Cultura de um povo e que, poucas vezes, se ‘destaca’ em salas de aula. Produções locais como as atividades da carpintaria, serralharia, têm ‘inseridas’ a ‘cultura’ e o ‘conhecimento’ da/s pessoa/s que atuam nesses ramos. Valorizar o ‘fazer’ desses profissionais, sem dúvida, pode propiciar aos estudantes, não apenas o saber como, mas especialmente, a valoração e o conhecimento desses profissionais por esses estudantes.

Nesse sentido, orientamos essa pesquisa, fazendo uso de um modelo de casa de palhota, que é ‘objeto cultural’ na África, usando a Modelagem no ensino de conteúdos de Geometria Plana e Espacial, como: conceitos e definições de geometria plana e espacial, como área de circunferência, volumes de sólidos (cone, esfera, etc.), em salas de aulas, com os estudantes da 7ª classe<sup>25</sup> de uma Escola Primária completa, situada na cidade de Maputo.

### 3.1 Casas de Palhotas

As casas de palhota são conhecidas, em Moçambique, como moradias feitas de caniço e palha que, usualmente, são construídas no campo, embora, nas aldeias, ainda seja utilizado esse tipo de moradia, nesses anos do milênio 2000, esses tipos de moradias estão ultrapassadas. Em geral, este tipo de casa é construída à base de ‘paus’ ou ‘estacas’ de madeira, espetando-as no chão, de modo circular, retangular ou quadrangular, depois atadas por capim e caniço, rebocadas com barro por fora, e por fim, cobertas por palha ou capim seco, Figura 1.

<sup>25</sup> Equivale ao ensino Fundamental no Brasil, classe com estudantes de 12 anos de idade.



**Figura 1** – Imagem de uma aldeia em algum lugar de África



**Fonte:** [www.rostaturísticas.com](http://www.rostaturísticas.com)

Diferente dessas casas, as moradias feitas à base de tijolo queimado são mais ‘revolucionárias’ para o povo do campo, oferecendo melhor resistência em caso de incêndio e ainda são construídas do mesmo modo convencional, partindo das fundações, levantamento das alvenarias até a cobertura, onde muitos ainda aderem às palhas.

#### **4. Processo Metodológico**

Nessa pesquisa, esse pesquisador (autor do artigo) acompanhou e orientou um grupo de estudantes da Universidade Pedagógica de Maputo - Moçambique, na Faculdade de Ciências Naturais e Matemática, na disciplina de Didática de Matemática II, do Curso de Licenciatura em Ensino de Matemática, 5º período, no ano 2018. Esse acompanhamento e devidas orientações das atividades, no decorrer da disciplina de Didática de Matemática II, foram para que os estudantes produzissem uma aula, para aplicar em uma Escola, em que a Modelagem & a

Cultura Africana – moçambicana fossem evidenciadas no ensino de conteúdos da disciplina de Matemática.

Os resultados desse estudo-qualitativo evidenciaram: maior participação dos estudantes nas atividades em sala de aula, na Escola, em especial, na ‘interação pedagógica’, que levou a motivação deles à aprendizagem. Colaboraram com esta pesquisa: estudantes do Curso de Licenciatura em Ensino de Matemática da Universidade Pedagógica de Maputo e estudantes e professor da 7ª classe de uma Escola Primária Completa da cidade de Maputo.

As atividades em sala de aula foram realizadas por uma turma de estudantes da 7ª Classe, em que o professor titular da mesma contribuiu – permitindo-nos desenvolver essa pesquisa na sala de aula. Nos foram disponibilizados dois ‘períodos’ letivos (90 minutos) para que pudéssemos trazer aos estudantes a Modelagem e a Cultura Africana no Ensino da Matemática. Fizemos uso de um modelo de casa de palhota, por ser uma construção típica das zonas rurais do país, com forte cultura nessas construções, onde se destacam como casas de habitação familiar, casas onde se realizam cerimônias tradicionais em que são invocados ‘espíritos dos antepassados’. São casas em que o curandeiro<sup>26</sup> realiza suas curas, ‘expulsando espíritos maus’ que assolam uma pessoa ou toda sua família.

#### 4.1 Atividade em Sala de Aula – EXEMPLO

Nessas Escolas Moçambicanas verificamos: rigor na abordagem dos conteúdos; necessidade de cumprimento de prazos definidos pelas estruturas de tutela; certo impedimento às técnicas e aos métodos inovadores; superlotação de muitas salas de aulas; dentre outros. Nesse contexto, a maioria dos professores fica limitada. Embora cremos que se tal professor/a, ‘tiver espaço ou oportunidade’, seguramente, ele/ela vai optar por inovar a sua prática educativa e, assim, instigar o interesse e o dinamismo dos estudantes à aprendizagem.

Para a preparação de nossa aula, com o tema Cálculo de Volume de Sólidos, usamos um objeto material, cultural, que é um modelo de uma casa típica das zonas rurais de Moçambique, chamada palhota. Este modelo foi construído usando materiais (cartolina, cola, palha e caixa de papel) que propiciassem um modelo de casa da realidade desses estudantes e, ainda, fazendo uso da Matemática utilizada nessas construções. Isso pois, a ‘matemática’ que é ensinada nas escolas não ‘evidencia’ a produção cultural aliada à matemática a

<sup>26</sup> Médico tradicional, devidamente credenciado, que cura doenças físicas com o uso de plantas medicinais e espirituais, com a invocação dos espíritos dos antepassados do paciente.

ela adjacente. Julgamos que tratando o conteúdo nesses termos, poderíamos, de algum modo, proporcionar uma aprendizagem mais significativa ao estudante, uma vez que este poderia melhor relacionar essa ‘matemática escolar’ à sua cultura.

## 5. Descrição da aula

A preparação das aulas foi feita pelos estudantes, com a supervisão do pesquisador, depois de aprovada é que podia ser aplicada na escola. Foram necessárias duas aulas de 45 minutos cada, lecionadas em uma turma da 7ª classe, com 60 estudantes. O professor titular da turma esteve presente durante as atividades. Salientar que no dia em que o professor ministrou essa aula, os estudantes não tinham a disciplina de Matemática no horário agendado, por isso, foi necessário fazermos um arranjo (um grande desafio para nós), pois os estudantes teriam a “temível” aula de Matemática em um dia que não fazia parte do seu horário. A despeito dessa apreensão, estávamos esperançosos em um resultado satisfatório.

Pesquisas que constam em Monografias científicas, realizadas e defendidas por estudantes da Universidade Pedagógica de Maputo, do Curso de Licenciatura em Ensino de Matemática, têm mostrado que os professores das escolas do país pautam por um ensino tradicional, com a ausência notável de modelos e materiais didáticos inovadores, sendo que as novas tendências educacionais nos remetem ao uso, sempre que possível, de materiais didáticos manipuláveis, modelos ou outros que possam ajudar na aprendizagem do estudante. Queríamos que a nossa proposta contribuísse com a dinâmica proposta no ensino. O tema dessa aula foi Cálculo de Sólidos Compostos, lecionada pelo estudante do curso de Licenciatura em ensino de Matemática, 5º período.

A aula começou com uma dinâmica diferente. A presença do modelo da casa de palhota despertou a curiosidade dos estudantes. O professor iniciou um diálogo para dar início às atividades de aprendizagem, ele pautou inicialmente em fazer perguntas de estímulo, em que convidava os estudantes a conversarem e a exporem seus saberes relacionados com o modelo por ele apresentado. E, ainda, procurou saber dos estudantes, o que representava o modelo apresentado, obtendo as seguintes respostas: Estudante (A) “essa coisa professor si parece com casa de palhota”; Estudante (B) “é uma casa de palhota professor” e Estudante (C) “é uma palhotinha”. (Diálogo entre o professor e os estudantes, 2018)

A ‘euforia’ tomou conta da sala: os estudantes respondiam em uníssono. Todos foram unânimes ao responder que o modelo era de uma casa de Palhota. Outra pergunta foi: onde é que eles haviam visto uma casa de palhota e quando?

Tendo sido as respostas: Estudante C “em casa do meu tio tem uma palhota, ele é curandeiro”; Estudante D “Nas férias fui visitar minha avó em Gaza<sup>27</sup>, lá tem muitas palhotas, as pessoas lá vivem nas palhotas”. (DIALOGO ENTRE PROFESSOR E ESTUDANTES, 2018).

Nas respostas dos estudantes, pudemos notar que eles sabiam que as palhotas são casas em que vivem pessoas em família, lugares onde os curandeiros exercem suas atividades, algumas são usadas como celeiros. As palhotas estão ‘enraizadas’ na vivência dos moçambicanos, mesmo os que vivem nas zonas urbanas têm um passado ligado a elas, quer por parte dos seus pais, seus avós, que residem nas zonas rurais, onde alguns foram criados nesses ambientes. Trazer a matemática que existe na construção dessas palhotas, contribuiu à aprendizagem do cálculo do volume dos sólidos compostos e ainda oportunizou aos estudantes, expor suas vivências, seja por parte direta da cultura de seus familiares, seja para mostrar que a matemática sempre esteve e está no meio deles.

O professor explicou aos estudantes sobre as palhotas, como eram feitas, para que serviam, sua importância, sua história, e disse que a aula de Matemática seria sobre como fazem para construir uma palhota, explicando antes que:

As palhotas são casas que existem desde muito tempo no nosso país e em muitos países africanos, nelas vivem famílias e são feitas com caniço, palha, capim, as suas paredes são maticadas com argila ou cimento. As palhotas são frescas no seu interior e quando bem construídas duram muito tempo, [...]. No campo ainda vemos muitas palhotas, é lá onde moraram os nossos pais antes de virem a cidade e viverem nos prédios, é lá onde ainda moram os nossos avós, quem tem um avô que mora no campo? (euuuu, responderam os estudantes), então temos que dar valor às palhotas. Mas também as palhotas são lugares onde ficam os curandeiros, aí as pessoas vão consultar sobre sua vida, falar com seus antepassados, muitas outras coisas. Podemos hoje estar a viver em uma casa bonita, grande, de blocos, com placa<sup>28</sup>, mas sempre que vemos uma palhota, temos que dar valor, saber que nossos pais, avós, bisavós, viveram ou ainda vivem numa palhota, logo, eu sou de uma palhota, certo? Hoje vamos aprender a Matemática com a palhota, como esta que está aqui (apresentou o modelo). (DIALOGO ENTRE O PROFESSOR E OS ESTUDANTES, 2018)

27 Província de Moçambique, localizada no sul do país.

28 Para designar Lage.

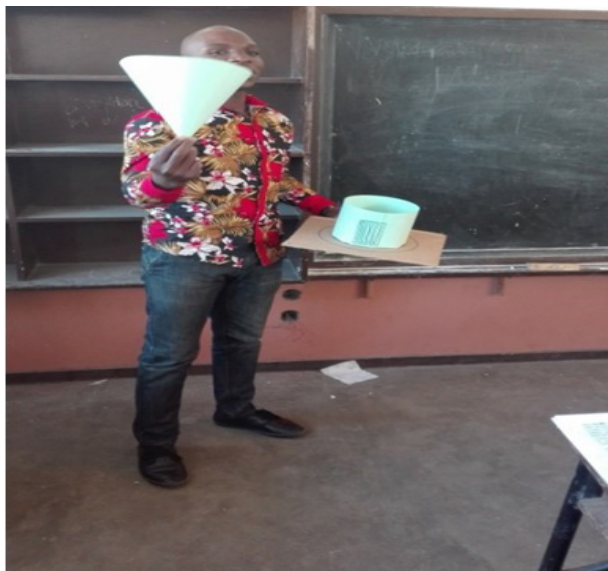
Na sequência, o professor disse aos estudantes, “vamos ajudar o senhor Jorge? Eles se mostraram admirados, como quem pergunta: “quem é o senhor Jorge”? A partir daí, o professor apresentou o problema:

O senhor Jorge construiu uma palhota com uma base de formato circular, com as seguintes medidas: diâmetro da base igual a 6m e uma altura igual a 2 metros. Pretende cobri-la com um teto de base circular, cujo diâmetro mede 7 metros e a altura do teto é de 3 metros. Ele quer com esses dados descobrir qual será o volume da sua casa.

O professor disse: Para melhor percebermos esse problema e ajudarmos o senhor Jorge, vamos decompor a nossa palhotinha, imaginando que é essa a casa que o senhor Jorge construiu e a pretende cobrir”.(DIALOGO ENTRE O PROFESSOR E OS ESTUDANTES, 2018)

Na sequência, o professor mostrou e ‘decompôs’ a casa que o Sr. Jorge “construiu”, e pediu aos estudantes que identificassem o tipo de figuras que conseguiram notar nessa decomposição. Responderam alguns: cone, círculo, quadrado, assim explicou o professor que, para o cálculo do volume do sólido composto pelo cone e cilindro, iriam calcular o volume de cada figura.

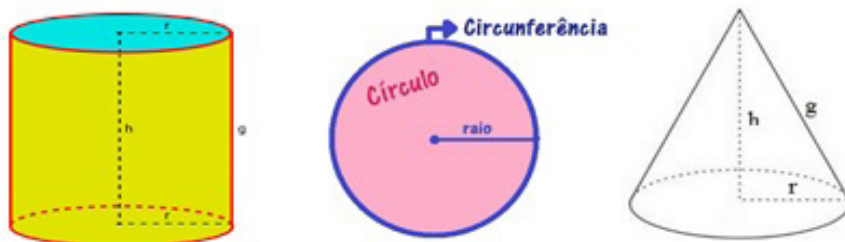
**Figura 2** – O Professor apresentando o modelo da palhota para os estudantes.



Fonte: O Autor.

A seguir, a ilustração de algumas figuras a partir das respostas dos estudantes.

**Figura 3** – Cilindro, circunferência e Cone.



Fonte: <https://matematicabasica.net/area-do-cilindro/>

Como os estudantes já tinham pré-requisitos que os possibilitassem efetuar alguns cálculos, aí o professor orientou o seguinte:

- Calcular os raios das bases da casa e do teto, sabendo que os seus diâmetros medem 6 e 7 metros respectivamente;
- Calcule a área da base da casa e o volume da casa, sem contar com o teto;
- Calcule o volume do teto da casa de palhota do senhor Jorge.

De uma maneira conjunta, o professor orientou a turma aos seguintes resultados: Cálculo dos raios da base da casa e da base do teto

$$\text{Para } d = 6m, \quad \text{temos } d = 2r, \quad r = \frac{d}{2} = \frac{6m}{2} = 3m$$

$$\text{Para } d = 7m, \quad \text{temos } d = 2r, \quad r = \frac{d}{2} = \frac{7m}{2} = 3,5m$$

Com o auxílio do modelo da casa de palhota e seus componentes já separados, fez-se o cálculo do raio, tendo-se optado primeiro em desenhar uma circunferência e identificar o diâmetro, o centro, o raio, a corda, e alguns estudantes foram voluntários para indicar no quadro enquanto outros acompanhavam e escreviam nos cadernos.

Área da base da casa e volume da casa de palhota, sem a cobertura.

Dados	fórmulas	Resolução
$r = 3m$	$A_b = \pi r^2$	$A_b = 3,14 \times (2m)^2 = 12,56 \text{ m}^2$
$h = 2m$	$V = A_b \times h$	$V = 12,56 \text{ m}^2 \times 2m = 25,12 \text{ m}^3$
$\pi = 3,14$		

a) Volume do teto da casa de palhota

Dados	fórmulas	Resolução
$r = 3,5m$	$A_b = \pi r^2$	$A_b = 3,14 \times (3,5m)^2 = 38,78 \text{ m}^2$
$h = 3m$	$V = \frac{A_b \times h}{3}$	$V = \frac{38,78 \text{ m}^2 \times 3m}{3} = 38,78 \text{ m}^3$
$\pi = 3,14$		

Para que os estudantes realizassem as tarefas b e c, foi necessário que eles reconhecessem as figuras geométricas relacionadas com as partes da casa da palhota, o professor forneceu as fórmulas e eles efetuaram os cálculos.

Depois de identificadas as figuras geométricas que compõem a casa de palhota, que seria a casa do senhor Jorge, o desafio foi de achar o volume da casa de Palhota do senhor Jorge, ajudando o senhor Jorge no seu desafio. O professor deixou que os estudantes resolvessem a questão, ajudando o senhor Jorge, depois apresentaram seus raciocínios no quadro negro, com a supervisão do professor.

$$V_{total} = V_{cilindro} + V_{cone}$$

$$V_{total} = A_b \times h + \frac{A_b \times h}{3}$$

$$V_{total} = 25,12 \text{ m}^3 + 38,78 \text{ m}^3 = 63,9 \text{ m}^3$$

$$V_{total} = 63,9 \text{ m}^3$$

## 6. Considerações Finais

Nesse estudo, focamo-nos em alguns tópicos matemáticos (faz parte do programa da disciplina de Matemática) que podem ser tratados nas salas de aulas, em especial, aqueles que se fazem presentes nos estares, viveres, atividades profissionais das pessoas. Ao sublinharmos esses ‘entrelaçamentos’ aos estudantes, em qualquer fase de suas escolaridades, os propiciamos saber fazer uso desses conceitos em suas atividades, suas ações, seus viveres.

Procuramos propiciar aos estudantes ‘aprendizagem significativa’, ao auxiliarem o senhor Jorge a resolver o problema que ele tinha. Problema que espelha de forma lúdica a matemática envolvida na construção das casas de palhota – um objeto cultural do povo moçambicano – e, desse modo, a verificar que este tópico está presente nos fazeres das pessoas. Essa motivação dos estudantes – uma característica ao longo das aulas – levou-os a participarem ativamente, mostrando-se ativos ao conhecimento matemático que estavam adquirindo.

A Modelagem, nesse processo, contribuiu para esse grupo de estudantes aprender e apreender o que tem interesse – e, mais que isso, a descobrir o que quer Ser–Fazer–Atuar. Isso se mostrou na medida em que eles participaram de forma ativa, interagindo com o modelo, mostrando as evidências da Matemática.

Pretendíamos apostar na Modelagem Matemática, aliada à cultura do estudante, como um método em que o estudante seja ‘partícipe’ voluntário desse ‘saber’, saber-aprender para aprender- saber atrelado à sua cultura. E, esse estudo nos propiciou que é possível tratar conceitos diversos aos estudantes de forma dinâmica, lúdica e, especialmente, aliada à Cultura deles.

Acreditamos que a Modelagem aliada à Cultura de um povo pode ‘romper as fronteiras’, integrando as produções científicas de uma Cultura, por vezes, marginalizada. A Cultura africana, em parte ‘explorada’ nessa pesquisa, permitiu evidenciar a Matemática na construção de casas de palhota (tratada pelos estudantes moçambicanos). Tal atividade, não apenas contribuiu para a aprendizagem deles, como também, aproximou os mesmos da sua realidade sociocultural.

Essa pesquisa não apenas fez uso da Modelagem na Cultura africana do país Moçambique, mas também, dos países africanos, que muitos deles dispõem desse tipo de casas. Ao mesmo tempo, a pesquisa, também, nos permitiu atender a uma das leis brasileiras – a Lei nº 10.639/03, que preconiza o tratamento das questões culturais do povo africano, na Educação Básica, no tratamento de conteúdos – curriculares, tendo em conta as produções culturais desse povo, com o qual Brasil tem fortes raízes.



## Referências

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. O conceito de função em situações de modelagem matemática. *Revista Zetetikê*, Campinas, v.12, n.23, p.42-61, jan./jun.2005.

BARBOSA, J. C. As relações dos professores com a Modelagem Matemática. *In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*. 2004, Recife. Anais [...] Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004.

BASSANEZI, R.C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. Modelagem matemática no ensino. São Paulo: Contexto, 2000.

BRANDÃO, C. R. A educação como cultura. São Paulo: Brasiliense, 1985.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. Diretrizes Curriculares Nacionais da educação Básica. Brasília: MEC: SEB: DICEI, 2013.

FILIPPE, D. A.; TERUYA, T. K. Nota sobre as políticas em prol do ensino da história e cultura afro-brasileiras e africanas na educação escolar. *Revista HISTEDBR Online*, Campinas, n. 39, p. 250-266, set.2010.

FREITAS, L. S. Matemática passo a passo com teorias e exercícios de aplicação. Aracajú: Avercamp, 2011.

GOTTSCHALK, M. C. A natureza do conhecimento matemático sob a perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais. *Caderno de História e Filosofia da Ciência*, Campinas, série 3, v.14, n.2, p.305-334, 2004.

INDE/MINED. Plano curricular do ensino básico: objetivos, políticas, estrutura, plano de estudos e estratégias de implementação. Unesco: Maputo, 2008.

MEIJER, R. A. S. Valorização da cosmovisão africana na escola: narrativas de uma pesquisa-formação com professoras piauienses. (Tese de Doutorado) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2012.

OLIVEIRA, M. M. Como fazer pesquisa qualitativa. Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

ROCHA, L. C. A formação de educadores (as) na perspectiva etno-racial na rede municipal de ensino de São Paulo (2001-2004). *In*: ROMÃO, J. (org). História da educação do negro e outras histórias. Brasília, DF: Edições MEC/BID/UNESCO, 2005.

SILVEIRA, J. C.; RIBAS, J. L. D. Discussões sobre modelagem matemática e o ensino-aprendizagem. *In*: Só Matemática. 2004. Disponível em: <http://www.somatematica.com.br/artigos/a8/p2.php>. Acesso em: 10 mar. 2016.

SOUZA, E. P. L. Estudos sobre a formação de professores de ciências no contexto da Lei 10.639/03. (Dissertação de Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2014.

WHITE, L. A; DILLINGHAM, B. O conceito de cultura. 1. ed. Rio de Janeiro: Contraponto, 2009.

# MODELAGEM MATEMÁTICA COM ROBÓTICA EDUCACIONAL

*Crhistine da Fonseca Souza<sup>29</sup>*

*Fernando da Costa Barbosa<sup>30</sup>*

*Arlindo José de Souza Júnior<sup>31</sup>*

## Resumo

Este artigo apresenta os principais resultados de uma pesquisa cujos dados foram obtidos de atividades de Robótica Educacional com os kits Mindstorms LEGO® NXT 2.0 na disciplina de Estágio Supervisionado I, de um Curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Federal do interior do estado de Goiás. Buscou-se analisar a compreensão de dezesseis (16) futuros professores de Matemática sobre Modelagem Matemática & Robótica Educacional. Para as aulas utilizou-se três robôs distintos: Castor Bot, Grua Móvel e um Relógio Analógico. Estes protótipos propiciaram desenvolver uma prática pedagógica a partir do ‘pensamento matemático e científico’ dos professores estagiários. Para a maioria desses professores estagiários essa foi a primeira oportunidade de trabalhar tanto com Robótica Educacional quanto com Modelagem. As atividades permitiram que eles compreendessem a interação entre essa tecnologia e a Modelagem, entendessem aspectos relevantes dos modelos matemáticos e modelos computacionais elaborados durante a construção e programação desses robôs em situações-problema. Além disso, eles puderam construir uma visão integrada da Matemática a partir das atividades de Modelagem & Robótica Educacional e perceber a convergência do pensamento matemático e computacional. Puderam ‘significar’ os modelos elaborados, identificar e produzir melhorias nos modelos matemáticos e computacionais para a programação dos protótipos. Eles vivenciaram uma prática educativa com Modelagem no manejo de protótipos robóticos, onde entenderam que esta abordagem é um recurso metodológico potente que possibilita a exploração de conteúdos matemáticos de forma

---

29 Professora adjunta da Universidade Federal de Goiás (UFG-RC/UFCat), Catalão, Goiás, Brasil. E-mail: crhisfsouza@ufg.br.

30 Professor adjunto da Universidade Federal de Goiás (UFG-RC/UFCat), Catalão, Goiás, Brasil. E-mail: fcbarbosa@ufg.br.

31 Professor titular da Faculdade de Matemática da Universidade Federal de Uberlândia (UFU), Minas Gerais, Brasil. E-mail: arlindoufu@gmail.com.

integrada com as tecnologias. Para a formação de professores de Matemática, a pesquisa possibilitou a formalização de um caminho de trabalho que pode contribuir com outras gerações de docentes no desenvolvimento de seus projetos de Robótica com Modelagem Matemática.

**Palavras-Chave:** Modelagem Matemática. Robótica Educacional. Programação. Matemática.

## 1. Introdução

As tecnologias fazem parte do nosso cotidiano e estão envolvidas em quase tudo o que fazemos. Essa imersão modifica as formas de comunicação e relacionamentos interpessoais, o aprender, ensinar e explorar ambientes diversos, o que nos permite visualizar e, por efeito, melhor compreender diversos conceitos envolvidos.

Como parte de nossa vivência escolar, as tecnologias podem auxiliar os estudantes na apreensão de conceitos não apenas de Matemática, mas também das diversas áreas do conhecimento em que a Matemática se faz necessária.

Nos dias atuais, a maioria das Instituições de Ensino dispõe de recursos tecnológicos que podem auxiliar a didática, e muitos estudantes e professores dispõem de algumas dessas tecnologias e as carregam com eles. Dessa forma, cada professor/a tem a oportunidade de ensinar e aprender facilitada por equipamentos que propiciam, especialmente, a visualização, dentre outros recursos. Um dos métodos que viabiliza o saber-fazer é a Modelagem na Educação, utilizando a Robótica Educacional.

A Robótica Educacional trata-se de um “conjunto de processos e procedimentos envolvidos em propostas de ensino e de aprendizagem que utilizam os dispositivos robóticos” (CÉSAR, 2013, p. 55) para mediar o desenvolvimento do conhecimento. No ambiente de ensino e aprendizagem de Matemática, mediado pela Robótica Educacional, o/a professor/a e os/as estudantes/as aprendem, também, por meio do diálogo, da cooperação e da proposta de soluções para situações-problema e desafios.

Assim, a Robótica Educacional pode ser uma “ferramenta” que contribuirá para o ensino do professor, por ser atrativa e despertar a curiosidade dos estudantes, favorecendo a investigação. Por meio da Robótica, os estudantes se envolvem para produzir objetos de seu interesse, materializam suas ideias, o saber sobre elas, propiciam novas ideias (ideias não se constroem – têm-se), e expressam o

aprendizado em um ‘trabalho’ em equipe. Ao saber sobre algum assunto/tema/proposta, o querer ‘contar’, ‘compartilhar’, emerge.

Barbosa (2016) esclarece que a atividade com robótica viabiliza a conexão entre a teoria e a prática de diferentes conceitos, e apresenta resultados de modelagem com robótica obtidos por estudantes do Ensino Médio. Por sua vez, Alves, Barbosa, Cintra e Souza Junior (2020) apresentam estudos de modelos matemáticos em projetos de robótica com materiais proprietários e livres<sup>32</sup>, que são modelos referentes a um trabalho com irrigador automático, o movimento de um carrinho e de uma roda gigante automatizada.

A esse respeito, Modelagem (Matemática) é o processo ou método para se obter um modelo de algo. “Um modelo é um conjunto de símbolos os quais integram entre si representando alguma coisa. Essa representação pode se dar por meio de desenho ou imagem, projeto, esquema, gráfico, lei matemática, dentre outras formas” (BIEMBENGUT, 2014, p. 20). A ideia de modelo é “senso de representação”. Para Biembengut (2016, p. 65-66) é a “representação de algo que se pretende realizar, entender, explicar e/ou inferir, imitar, alcançar. [...] O valor de um modelo está na utilidade, na adequação ao fenômeno observado, na aplicação de dados que conduza a uma solução, a um resultado, a um produto, a uma teoria”.

E ainda, “Nenhum modelo ou forma de representar é casual ou rudimentar. É, antes, a expressão das percepções da realidade, do desejo, da aplicação, da representação” (BIEMBENGUT, 2014, p. 21). A autora acrescenta que “Na matemática, por exemplo, um modelo é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que traduzem de alguma forma, um fenômeno em questão” (BIEMBENGUT, 2014, p. 20), e a modelagem pode fazer parte na elaboração de modelos em qualquer área do conhecimento. Segundo Biembengut (2014), há duas categorias de Modelagem, a física e a simbólica. Ao fazer Modelagem de uma dada situação, seguem-se seis passos:

- Reconhecimento da situação problema → delimitação do problema;
- Familiarização com o assunto a ser modelado → referencial teórico;
- Formulação do problema → hipótese;
- Formulação de um modelo matemático → desenvolvimento;
- Resolução do problema a partir do modelo → aplicação e interpretação da solução; e
- Validação do modelo → avaliação. (BIEMBENGUT, 2014, p. 21-22).

32 Os materiais proprietários dizem respeito aos kits com *softwares* e *hardwares* com direitos autorais, comercialmente adquiridos, enquanto os materiais livres correspondem aos kits livres, desde o *software* até o *hardware* (uso de sucatas tecnológicas, por exemplo).

A autora reorganizou esses seis passos em três fases, assim denominadas: (1ª) Percepção e Apreensão, (2ª) Compreensão e Explicitação; (3ª) Significação e Expressão. Na primeira fase, Percepção e Apreensão, tem-se:

Perceber os entes envolvidos na situação-problema. Isso nos requer um estudo de modo indireto (por meio de livros e revistas especializadas, entre outros) ou/e direto (por meio de experiência em campo ou dados experimentais obtidos junto a especialistas da área).

Na medida em que percebemos, nos familiarizamos com os dados, a situação torna-se mais clara e apreendemos. (BIEMBENGUT, 2014, p. 24).

Essa primeira fase engloba duas sub etapas das seis apresentadas anteriormente. A segunda fase, Compreensão e Explicitação, engloba a formulação do problema, formulação do modelo e resolução. Apoiada em uma

Compreensão criteriosa da situação-problema ou fenômeno, buscamos propor um sistema conceitual, a fim de explicitar os dados.

O objetivo principal dessa fase do processo de Modelagem é chegarmos a uma explicitação, um modelo que nos leve à solução ou nos permita a dedução de solução. (BIEMBENGUT, 2014, p. 24).

A última fase é da Significação e Expressão, que engloba as últimas das seis mencionadas anteriormente. Nessa fase, busca-se analisar e interpretar os resultados da aplicação, verificando se o modelo é válido ou não:

Se o modelo atender às necessidades que o geraram, procuramos descrever, deduzir ou verificar outros fenômenos ou deduções – mostrar sua significação. Caso contrário, retornamos à segunda fase – compreensão e explicitação, mudando ou ajustando às hipóteses e variáveis. Ao finalizar o processo de modelar, é relevante expressarmos todo o processo a fim de que possa valer a outra pessoa que tenha interesse no assunto ou a nós mesmos. (BIEMBENGUT, 2014, p. 25).

Expressar, conforme a autora, é o momento de examinar o que foi realizado enquanto modeladores. Assim, nesta pesquisa aplicada, fazendo uso da Robótica Educacional e ‘guiados’ pela Modelagem, buscamos levar os futuros professores a fazer um estudo-pesquisa. Participaram dessa pesquisa dezesseis (16) professores estagiários de um Curso de Graduação em Licenciatura de Matemática.

O objetivo da pesquisa foi: analisar a compreensão da Modelagem Matemática e Robótica Educacional desses futuros professores de Matemática.

## 2. Os caminhos da pesquisa

Nesta pesquisa, utilizamos a Epistemologia Qualitativa de González Rey (2005), para desenvolvimento das atividades com a Robótica. Contribuíram para o estudo, futuros professores da disciplina de Estágio Supervisionado I, de um Curso de Licenciatura em Matemática ministrado em uma Universidade Federal brasileira. As atividades realizadas na disciplina constituíram em aprender Robótica Educacional e planejar e conduzir aulas de Matemática com Robótica Educacional para estudantes do Ensino Médio.

Neste artigo, apresentamos o processo e os resultados da atividade experimental, que contou com a participação dos professores estagiários. Nessa fase da pesquisa, apenas os professores estagiários do Curso de Graduação participaram das atividades analisadas. Foram utilizados três robôs distintos: Castor Bot<sup>33</sup>, Grua Móvel<sup>34</sup> e um relógio analógico.

A seguir, tem-se a discussão da ‘produção’ dos professores estagiários durante a atividade com o robô Grua Móvel, construído com os kits Mindstorms LEGO® NXT 2.0. Para cada uma das atividades, os professores estagiários foram divididos em três grupos, e todos fizeram uso do mesmo robô.

Em um primeiro momento, apresentamos a síntese do processo de Modelagem realizado por um grupo formado por seis professores estagiários, que devido às características do protótipo, utilizaram do bloco de programação Bluetooth para conectar o computador ao robô, e assim controlar dois ‘tijolos programáveis’ (Bricks) simultaneamente. O processo de Modelagem seguiu as três fases descritas por Biembengut(2014, 2016) e os dados foram obtidos a partir dos relatos elaborados pelos professores estagiários ao final da atividade e das entrevistas concedidas aos pesquisadores.

## 3. A Modelagem Matemática no contexto da Grua Móvel

Nesse estudo, o modelo foi elaborado pelos professores estagiários durante o processo de construção e programação do robô Grua Móvel, cujo modelo foi

<sup>33</sup> Montagem livre disponível no site [nxtprograms.com](http://nxtprograms.com).

<sup>34</sup> As instruções para construção e programação do robô Grua Móvel podem ser encontradas em Souza, Souza Junior, Guimaraes, Martins e Souza (2019).

aperfeiçoado a cada situação-problema elaborada pelos professores estagiários, ou proposto pelos professores que conduziram o processo.

Para Biembengut (2014, 2016), o processo de Modelagem divide-se em três fases: Percepção e Apreensão, Compreensão e Explicitação, Significação e Expressão. Seguindo essas etapas, verificamos que a Modelagem e Robótica Educacional pode se valer dessas três fases da Modelagem, conforme Quadro 1:

**Quadro 1** – As etapas de Modelagem com Robótica Educacional.

	Robô
Percepção & Apreensão	Familiarizar-se com o objeto real: finalidade, potencialidades e limitações.
	Familiarizar-se com o kit: peças, estruturas, construção e programação.
	Levantar/conhecer o contexto para o robô.
Compreensão & Explicitação	Construir o robô.
	Perceber limites e potencialidades do protótipo.
	Levantar informações/dados para programação.
	Levantar pressupostos (semelhanças e diferenças entre o protótipo e o objeto real).
	Identificar/Formular a situação-problema.
	Levantar questões.
	Estabelecer caminhos para responder as questões.
	Expressar dados: gráficos, tabelas, etc.
	Identificar conteúdos (matemáticos e de outras áreas) necessários.
	Resolver as questões (matemáticas ou não) que surgem.
Formular modelo(s): programar o robô.	
Realizar os experimentos com o robô.	
Significação & Expressão	Interpretar as soluções da programação.
	Avaliar os resultados advindos do robô – validar o modelo.
	Validar/Expressar.

**Fonte:** Os autores.

Na primeira fase, Percepção & Apreensão, tem-se o momento de familiarização com o kit: perceber as diferentes peças e os tipos de estruturas possíveis, como são construídos os robôs, perceber os diferentes protótipos que são viáveis



à construção, os recursos do software de programação e apreender a linguagem de programação.

Trata-se de um momento que nos permitiu aguçar a percepção dos professores estagiários sobre o tema/robô escolhido. Por meio de vídeos e apresentação em slides e/ou pesquisa na internet acerca da história do objeto real, promovemos a apresentação e comparação do protótipo com o modelo real, a identificação da função do modelo real, além de possibilitar ao professor estagiário perceber o robô a ser construído.

Na primeira fase dessa Modelagem elegemos o tema Grua Móvel<sup>35</sup>, uma vez que esse protótipo possibilita o desenvolvimento de vários conceitos matemáticos. O robô foi construído utilizando os kits Mindstorms NXT LEGO® 2.0, e o que faz o robô se movimentar ou executar as ações é o 'tijolo programável' (Brick), um pequeno bloco programável que permite ao robô interagir com o meio ambiente.

Inicialmente, fizemos uma apresentação em PowerPoint juntamente com um vídeo sobre guias. Apresentamos a origem, a finalidade e os tipos variados de guias. O vídeo apresentava algumas guias em funcionamento, inclusive guias móveis, transportando objetos pesados na construção de uma ponte. Os professores estagiários perceberam as principais características das guias, a finalidade dessa tecnologia e como é utilizada na Engenharia Civil e em outras áreas. Os professores identificaram a função (limites e potencialidades) do objeto real e compararam com o protótipo:

Esse robô, a grua móvel, era um protótipo do cotidiano da área da engenharia. Com ele podemos ver em prática algumas situações que ocorrem na de verdade. O objetivo geral da aula é entender na prática sobre a questão de conseguir transportar algo pesado de um ponto a outro utilizando um guindaste. (RELATÓRIO DOS PROFESSORES ESTAGIÁRIOS EM 2018)

A familiarização com o kit ocorreu durante o estudo com o primeiro protótipo, o Castor Bot, construído antes da grua. Os professores estagiários foram apresentados ao kit, com ênfase na importância do mesmo, e experimentaram o software de programação. Sendo assim, durante o estudo da Grua Móvel todos os professores estagiários já tinham conhecimento do kit e da programação.

Na segunda fase, Compreensão & Explicitação, realizou-se o levantamento das informações da situação ou fenômeno (BIEMBENGUT, 2014,2016), ou seja, os

---

35 GRUA: guindaste tipo torre móvel, que tem como objetivo mover cargas tanto na horizontal quanto na vertical.

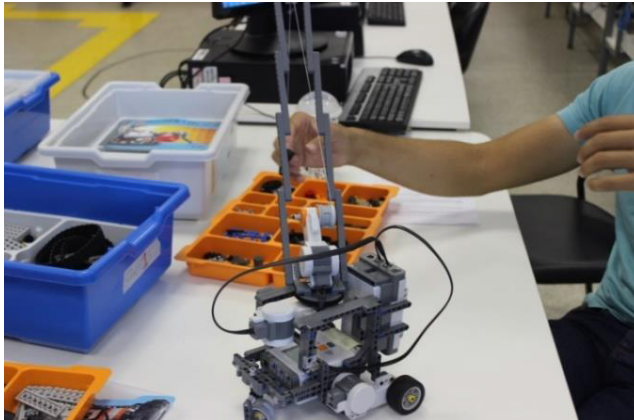
professores estagiários passaram a construir o robô, momento no qual puderam compreender sua estrutura (para que serve, o que ele faz e como programá-lo), explorar ou criar situações-problema e desafios para o robô.

Os professores identificaram a funcionalidade das peças utilizadas na construção, buscando compreender a estrutura do robô, os limites e potencialidades do protótipo, os movimentos possíveis com o robô (movimento retilíneo e/ou curvilíneo; movimento horizontal e/ou vertical).

Ademais, foi possível levantar pressupostos, identificar situação-problema, estabelecer caminhos para solucionar possíveis problemas, levantar os dados diretos para a programação, elaborar a programação e modelo e rodar/testar a programação, verificando se atendia ou não ao esperado. Nesse processo é preciso levantar o raio da roda, distância a percorrer, comprimento do braço, além de registrar os dados obtidos e compreender o tipo de programação para esse robô.

Nesta pesquisa, os professores estagiários seguiram um tutorial-guia para construir o robô (Figura 1). Os próprios professores selecionaram, no kit, as peças que seriam utilizadas na construção do robô, fazendo as modificações ou adaptações necessárias ao protótipo durante a construção, pois o tutorial (SOUZA; SOUZA JUNIOR; GUIMARAES; MARTINS; SOUZA, 2019) não estava completo e deixava algumas lacunas.

**Figura 1** – Robô Grua Móvel em construção por um professor estagiário.



**Fonte:** Dados da Pesquisa.

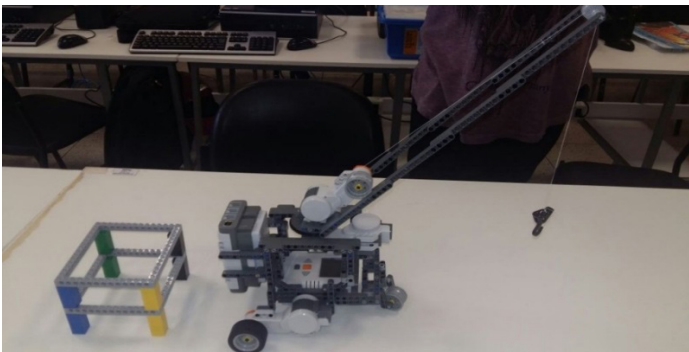
Os professores estagiários acompanharam as fases de construção do robô e identificaram a funcionalidade das peças utilizadas na construção. A base do robô possui dois motores que permitem que a grua se mova, e o braço também

tem dois motores, um que permite sua rotação e o outro que permite que o cabo seja liberado ou recolhido. O cabo utilizado no protótipo é um barbante com um ‘guincho’. “Uma grua móvel, sua estrutura física foi feita com a junção de dois kits. Algo especial na estrutura é que ele precisa de dois Bricks, para que seja possível fazer uma programação dele andar e movimentar o guindaste”. (RELATÓRIO DOS PROFESSORES ESTAGIÁRIOS EM 2018)

Nesse contexto, os professores passaram a compreender os limites e as potencialidades do protótipo, perceber os tipos de movimentos possíveis para o robô, levantar os dados necessários para a programação (como o comprimento da roda, as distâncias a serem percorridas, o ângulo de giro do braço etc.), e por fim, registrar os dados obtidos. Nessa fase da Modelagem, identificamos com os professores estagiários, situações-problema que poderiam ser formuladas em torno do robô Grua Móvel (Figura 2).

Várias questões foram apontadas, tais como: (1) programar o robô para andar em linha reta e virar; (2) programar o robô para pegar um objeto de um local e levar até outro; (3) peso máximo suportado pelo guindaste; (4) limite do tamanho do braço; (5) ponto de ruptura do cabo (linha); (6) a máxima velocidade do guindaste; (7) programação para que o robô seja seguro.

**Figura 2** – Grua Móvel.



**Fonte:** Dados da Pesquisa.

Na programação com os kits Mindstorms NXT LEGO® 2.0, se utiliza um sistema de programação em blocos, conhecido como NXT-G. O programador deve escolher o bloco que corresponde à ação que se pretende que o robô ‘execute’, como movimentar motores ou acionar os sensores. São os blocos de programação que irão determinar a ação executada ou esperada do robô, tanto para os motores quanto para os sensores, quando for o caso.

Em relação à Grua Móvel, algumas ações esperadas são: movimentar para a frente e para trás (movimento retilíneo), virar (movimento curvilíneo), liberar o cabo do guindaste, recolher o cabo do guindaste, girar o braço, etc. Algumas situações-problema citadas acima foram exploradas pelos professores estagiários, utilizando essas ações.

Assim, para o robô se deslocar em uma determinada distância ou realizar determinado giro é preciso estabelecer o número de rotações que o motor exercerá sobre a roda. Para o movimento retilíneo foi utilizado o modelo matemático  $\rho = \frac{D}{\pi d}$ , onde  $\rho$  é a quantidade de rotações,  $D$  a distância percorrida e  $d$  o diâmetro da roda do robô.

Para o movimento curvilíneo temos duas opções: travar uma das rodas e deixar a outra exercendo o movimento, ou deixar que as duas rodas se movimentem simultaneamente. Para o primeiro caso, pode ser utilizado o modelo matemático  $\rho = \frac{g \cdot e}{d \cdot 180}$ , enquanto no segundo,  $\rho = \frac{g \cdot e}{d \cdot 360}$ , onde  $\rho$  são as rotações,  $g$  os graus que o corpo do robô vai girar, e  $e$  a distância entre as rodas e  $d$  o diâmetro da roda.

A construção dos modelos para o giro do corpo do robô pode ser obtida em Barbosa (2016) e em Alves, Barbosa, Cintra e Souza Junior (2020). Os modelos matemáticos para o movimento retilíneo e curvilíneo da Grua Móvel foram discutidos em Souza, Souza Junior, Guimaraes, Martins e Souza (2019).

Os professores estagiários passaram a programar a grua para se movimentar numa superfície plana, e para isso, construíram o modelo de programação para o robô se deslocar 70 cm em linha reta, virar 90° para a direita e andar 28 cm em frente, utilizando rotações. Nesse caso, utilizando os modelos matemáticos supracitados, os estudantes observaram que para o deslocamento de 70 cm, o robô vai andar para a frente por 5 rotações, numa potência dos motores em 100 (escolha dos estudantes).

Para o robô fazer a curva com um dos motores desligados, encontraram 2,2 rotações, mantendo uma potência de 50 para que a curva fosse mais segura. Após os experimentos com a grua, perceberam que ela conseguiu realizar uma curva de 90° aproximadamente. E para deslocar 28 cm seriam necessárias 2 rotações.

Quando fazemos essa transposição da programação em uma linguagem matemática, estamos fazendo uma “tradução” dos modelos matemáticos/tecnológicos, como chamou Vecchia e Maltempi (2014). Na concepção destes pesquisadores, a linguagem de programação é um modelo, pensando em

uma descrição da situação que se pretende resolver [...], por meio de uma linguagem que até apresenta alguns símbolos matemáticos, mas que mais se assemelha à linguagem falada. Entretanto, da mesma forma que um modelo

matemático, essa construção permite fazer simulações, atualizando-as na tela informacional do computador. (VECCHIA; MALTEMPI, 2014, p. 209).

A programação para os três movimentos é:

**Figura 3** – Programação para movimentar a Grua Móvel.



**Fonte:** Dados da Pesquisa.

O problema seguinte foi programar a grua para virar o braço para a esquerda, liberar o cabo, acoplar uma viga no guincho (ação realizada manualmente, como no caso das gruas reais em que os trabalhadores da obra desempenham essa função), elevar a viga e levá-la até o último andar de um edifício (construído com as vigas do kit). Ao resolver o problema, como já discutimos acima, para construir esse modelo são necessários outros modelos matemáticos para converter distâncias em rotações, só então é possível fazer a programação.

Os dados da programação para a rotação do braço – abaixar e erguer o guincho e voltar o braço – são, respectivamente, a sequência lógica de movimento de dois motores que têm função de girar o braço e fazer erguer/baixar o cabo do guindaste. A programação feita pelos professores estagiários seguiu a seguinte lógica: (1) girar o braço para a direita, 0,3 rotações com força 45; (2) abaixar o cabo até o objeto 3,5 rotações, força 25; (3) subir o cabo até o limite, 3,5 rotações, força 25 (inverso do passo 2); e (4) girar o braço para a posição original, 0,3 rotações, força 45.

Como já dito, devido às especificidades de construção desse protótipo, foram necessários utilizar quatro motores: dois responsáveis pelo deslocamento da Grua Móvel e outros dois para o movimento do braço do guindaste. Contudo, cada Brick NXT possui apenas três portas de entrada para motores, logo, foi necessário incluir dois Bricks no protótipo. Cada um dos Bricks ficou responsável por uma tarefa distinta: o Brick que move a grua (movimento retilíneo ou curvilíneo), e o Brick que move o braço da grua.

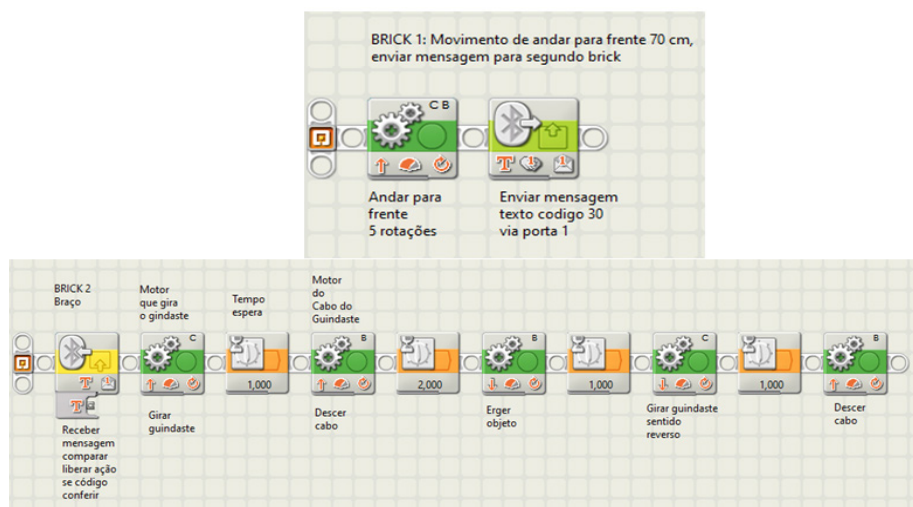
Sendo assim, os grupos de estudantes escolheram caminhos variados para a programação do robô. Dois grupos utilizaram a variável tempo para sincronizar as ações dos dois Bricks. Os Bricks foram acionados simultaneamente, e enquanto o primeiro Brick executava a ação do movimento da grua, o segundo ficava em stand by. Para obter esse tempo de espera foi preciso realizar vários testes com a grua.

O terceiro grupo de professores estagiários, ao perceber a dificuldade em sincronizar os Bricks, decidiu explorar a conexão do computador e Bricks via bloco de programação Bluetooth. Com isso, esse grupo buscou outra forma de programação do robô, e, portanto, obteve um modelo diferente dos obtidos pelos demais grupos.

Esse modelo é mais eficiente, no sentido de que os Brick são pareados. Ao finalizar a programação do primeiro Bricke mover a grua, o robô inicia a programação do segundo Brick - mover o braço - sem necessidade de determinar tempo de espera entre a ação de um e outro Brick.

Na situação, a mensagem que um Brick enviará é um número (30), ou seja, o outro Brick deve receber essa mensagem, caso contrário, ele não acionará. Essa programação deve vir no final da programação principal, pois é a etapa de informar ao outro Brick que deve iniciar sua programação. Esse número é um código que evita a interferência de outros dispositivos Bluetooth. No outro Brick, o primeiro bloco é que recebe a comunicação, valida o código e libera a execução do resto da programação.

**Figura 4** – Programação completa da Grua Móvel.



Fonte: Dados da Pesquisa.

Na terceira fase, Significação & Expressão, compreendemos que o estudante deve interpretar os resultados deduzidos da aplicação com o robô e verificar se o robô atende ao esperado para cada questão, ou seja, observar se o resultado advindo do modelo e da programação apresenta uma solução plausível.

Caso o robô execute as ações esperadas, o modelo será considerado válido. Caso contrário, o estudante deve retornar à fase anterior, retomar as questões considerando os conteúdos matemáticos necessários, revisar os modelos matemáticos e a programação. Como nos ensinou Meyer (2020, p. 162), “quando a Modelagem é bem-feita, é inevitável aprender mais sobre o fenômeno modelado, permitindo-nos voltar às hipóteses de simplificação do modelo e refazê-las de modo melhor”.

Esse momento também permitiu aos estudantes comparar os resultados obtidos com os resultados dos demais grupos, e perceber que os caminhos escolhidos pelos outros grupos levaram a respostas diferentes para as mesmas questões. Ademais, o compartilhamento dos resultados entre os grupos favoreceu aos futuros professores ‘significar’ o modelo elaborado e, ainda, a identificar possíveis melhorias no modelo, ou seja, na programação, o que ficou evidenciado por meio de um relatório e apresentação oral para a turma.

Durante a pesquisa, os professores estagiários do grupo que colaborou apresentaram à turma o processo de pareamento dos Bricks utilizando o bloco de programação Bluetooth. Esse bloco de programação era novidade para a maioria dos licenciandos. Os grupos também relataram por escrito seus feitos de modelagem, ressaltando o que aprenderam durante o processo. Esta atividade de Modelagem Matemática & Robótica Educacional foi importante para que os professores estagiários pudessem melhor saber sobre o processo de ensino e aprendizagem matemática. Segundo a percepção de um professor estagiário: “Se a gente pegar um robô e pensar como a gente pode trabalhar a matemática usando aquele robô, a gente vai tá investigando questões em que antes, a gente passava só a teoria, né? Ali eles vão estar vendo aquela teoria em prática”. (ENTREVISTA COM UM PROFESSOR ESTAGIÁRIO DO GRUPO)

Esse estudo possibilitou aos professores estagiários uma ‘experiência rica’ ao envolver Modelagem & Robótica, eles perceberam as possibilidades de ambas no processo de ensino-aprendizagem Matemática. Esperamos continuar nessa ‘vereda’ e, assim, contribuir para que as demais gerações de docentes realizem seus projetos.



## 4. Considerações Finais

Essa pesquisa nos propiciou desenvolver uma prática pedagógica com foco no ‘pensamento matemático e científico’ de professores estagiários, integrando Modelagem & Robótica Educacional. A atividade experimental contou com a participação dos professores estagiários, cujo diferencial é a interação das tecnologias, especificamente, a Robótica Educacional com a Modelagem, para solucionar os problemas no contexto de construção e programação dos robôs. Os professores estagiários se colocaram na posição de estudantes aprendizes da Robótica Educacional por meio de atividades de Modelagem. Para a maioria, essa foi a primeira experiência com essa tecnologia e também com o processo de Modelagem Matemática, onde eles puderam construir uma visão integrada da Matemática a partir das atividades de Modelagem & Robótica Educacional.

Procuramos evidenciar alguns aspectos relevantes de alguns modelos que foram surgindo durante as atividades, a partir da necessidade de programação do robô em situações-problema. Exemplos desses modelos são os utilizados para o robô Grua Móvel realizar o movimento retilíneo ou curvilíneo, liberar ou recolher o cabo do guindaste, bem como girar o braço do guindaste. À medida que os experimentos com o robô eram realizados, os professores estagiários percebiam a necessidade de pesquisar novas formas de programar, como foi o caso da programação via Bluetooth. Consequentemente, eles elaboravam e aperfeiçoavam os modelos matemáticos e modelos computacionais. Tais atividades permitiram aos professores estagiários investigar as situações-problema, perceber as aplicações do conhecimento matemático e tecnológico nessas situações, desenvolver o pensamento matemático e computacional, ao trabalhar simultaneamente esses dois tipos de modelos. Além disso, puderam perceber a convergência do pensamento matemático e computacional.

Essa experiência propiciou aos futuros professores de Matemática a vivência de uma prática educativa com Modelagem Matemática no manejo de protótipos robóticos. Permitiu entender que essa abordagem metodológica possibilita a exploração dos conteúdos de Matemática de forma integrada com as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação. Para a formação de professores de Matemática, a pesquisa possibilitou a formalização de um caminho de trabalho que pode contribuir com outras gerações de docentes no desenvolvimento de seus projetos de Robótica com Modelagem Matemática. A pesquisa mostrou que essa abordagem pode instigar o querer-saber de cada um dos estudantes, e assim, instigar o querer-ser para contribuir.



## Referências

ALVES, D. B.; BARBOSA, F. C.; CINTRA, V. P.; CARVALHO, A. M.; SOUZA JUNIOR, A. J. A produção de modelos matemáticos a partir da robótica educacional no contexto do ensino médio. *In: FALEIRO, W.; VIVEIRO, A. A.; ASSIS, M. P. (org.). Inovação & letramento científico: caminhos e descobertas no ensino de ciências da natureza.* Goiânia, GO: Kelps, 2020. p. 445-462.

BARBOSA, F. C. **Rede de aprendizagem em robótica**: uma perspectiva educativa de trabalho com jovens. 2016. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2016.

BIEMBENGUT, M. S. Modelagem no ensino fundamental. Blumenau: Edifurb, 2014.

BIEMBENGUT, M. S. Modelagem na educação matemática e na ciência. São Paulo: Livraria da Física, 2016.

CÉSAR, D. R. Robótica pedagógica livre: uma alternativa metodológica para a emancipação sociodigital e a democratização do conhecimento. 2013. Tese (Doutorado em Difusão do Conhecimento) – Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2013.

MEYER, J. F. C. A. Modelagem matemática: o desafio de se ‘fazer’ a matemática da necessidade... Com a Palavra o Professor, Vitória da Conquista, BA, v.5, n.11, p. 156-165, jan./abr. 2020.

GONZALEZ REY, F. L. Subjetividade, complexidade e pesquisa em Psicologia. São Paulo: Thomson, 2005.

SOUZA, C. F.; SOUZA JUNIOR., A. J.; GUIMARAES, J. S.; MARTINS, T. S.; SOUZA, B. F. Uma experiência com robótica educacional no ensino superior. II CONGRESSO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIAS E FORMAÇÃO DE PROFESSORES - CECIFOP - Eixo 8 – Inovação no ensino de ciências, 2019.p.1665-1680.

VECCHIA, R. D.; MALTEMPI, M. V. O modelo na modelagem matemática na realidade do mundo cibernético. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, Canoas, RS, v. 16, n. 4, p. 199-213, dez. 2014. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/1271/1027>. Acesso em: 25 maio.2020.

# AS TENDÊNCIAS PEDAGÓGICAS MATEMÁTICAS E A ROBÓTICA EDUCACIONAL: UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA

*Hutson Roger Silva<sup>36</sup>*

*Walteno Martins Parreira Junior<sup>37</sup>*

## Resumo

O presente artigo, baseado em uma pesquisa bibliográfica, teve como objetivo analisar algumas teorias educacionais e propor uma sequência didática para o uso da Robótica em sala de aula. Este estudo possui a contribuição de vários escritores, porém sua base está fundamentada em Almeida, Pizaneschi e Darsie (2016), Biembengut (1999), Onuchic (1999) e Ponte, Brocardo, Oliveira (2003). As teorias analisadas baseiam-se em Pesquisa nas: Modelagem Matemática, Resolução de Problemas e Tentativa e Erro. Essas teorias são utilizadas em algumas disciplinas, dentre essas, a de Matemática. A robótica é vista como ferramenta de construir e programar, tendo em vista sua extensão e aplicação na sociedade, acredita-se que o professor/a deve buscar mecanismos para associar suas aplicações no cotidiano em sala de aula, buscando assim oportunizar um melhor Ensino e Aprendizagem. Espera-se que este artigo possa contribuir à prática profissional do professor/a de robótica, assim, aperfeiçoando sua didática.

**Palavras-Chave:** Robótica Educacional. Sequência Didática. Ensino e Aprendizagem.

## 1. Introdução

Os diferentes meios tecnológicos em diversos contextos da sociedade fazem parte de nossos espaços, o que incluem os das Escolas. Esses recursos tecnológicos, adequadamente inseridos nas atividades escolares, podem valer como meios tanto no ensino, quanto na aprendizagem.

A utilização da robótica educacional, na motivação de ações investigativas, pode oportunizar aos estudantes um cenário convidativo à aprendizagem. A

---

36 Universidade Federal de Uberlândia – UFU. E-mail: silva.hroger@gmail.com.

37 Universidade Federal de Uberlândia – UFU. E-mail: waltenomartins@iftm.edu.br.

Robótica Educacional tem conquistado espaço em diversas Escolas e, assim, instigando o uso dessa tecnologia e, por recorrência, o desenvolvimento intelectual e cognitivo dos estudantes e professores envolvidos. Nesse processo de ensino & aprendizagem, adaptando as palavras de Barbosa (2011) às minhas:

[...] a robótica educacional, nos ensino & aprendizagem & pesquisa oferece condições de ensino com atividades investigativas e de treino, [...], transcendendo um conjunto 'mecanismos' e, assim, proporcionando a cada estudante, aprimoramento de ideias, ações, interesses; [...] um processo de produção e autoria (BARBOSA, 2011, p. 56)

No desenvolvimento do processo educacional é preciso que cada estudante incorpore, em algum momento, a ciência e a tecnologia de forma que possa contribuir com a sociedade, em algum momento em sua vida adulta – sentido essencial de nossa existência. Alguns professores que fazem uso da robótica em conjunto com as suas disciplinas, usam-na apenas em seu planejamento como 'ferramenta auxiliar'. Nota-se que as disciplinas, pertencentes aos currículos escolares, possuem diversas maneiras para trabalhar um único tema. A robótica educacional, normalmente, é utilizada por meio de instruções de livros que as empresas de materiais robóticos fornecem. Cabral (2010), ainda, afirma que alguns professores sugerem:

a montagem e programação de modelos disponíveis em revistas ou sites especializados. Nas revistas [...], por exemplo, estão discriminadas passo a passo as peças que o aluno deverá usar e como fazer a montagem, basta o professor escolher o modelo e indicar a página aos seus estudantes. (CABRAL, 2010, p. 37)

Garantir uma sequência de passos, que não seja monótona e impositiva, coopera para que o ensino e a aprendizagem dos estudantes sejam garantidos de forma mais ampla, dando espaço para o debate, críticas sobre diferentes pontos de vistas e uma formação cidadã e profissional mais efetiva.

Nesta pesquisa o objetivo foi: compreender as tendências metodológicas utilizadas em sala de aula por alguns autores para propor uma sequência didática, fazendo uso da robótica em sala de aula, baseado em prática pedagógica da Educação Matemática. Dentre as tendências, nesses anos do milênio 2000, apresentam-se: Modelagem nas Ciências e Matemática, Tentativa de Acerto e Erro, Resolução de Problemas, e Etnomatemática. A sequência didática será elaborada

por meio dos dados levantados sobre os estudos dos autores Almeida, Pizaneschi e Darsie (2016), Biembengut (2016), Onuchic (1999) e Ponte, Brocardo, Oliveira (2003). Espera-se que esse levantamento bibliográfico possa contribuir à prática profissional de professores que se utilizam da robótica educacional, motivando os estudantes a se inteirar dos conhecimentos.

Esta pesquisa foi organizada em duas etapas: a primeira consiste em analisar tendências metodológicas de alguns autores, a fim de modelar uma sequência didática para o uso em sala de aula; e a segunda, solicitar a alguns professores que se utilizem dessa proposta em sala de aula e relatem-nos, posteriormente, sobre sua experiência: benefícios, malefícios, dificuldades, dentre outros. Espera-se que este estudo possa colaborar com a prática profissional dos professores que trabalham robótica em sala de aula, nos mais diferentes campos dos saberes, de forma que democratizem a formação cidadã e profissional de seus estudantes.

## 2. Referencial Teórico

A palavra ‘investigar’ não está ligada, necessariamente, a problemas sofisticados. Seu embasamento está voltado a questões que realmente nos interessam, para as quais não temos respostas imediatas. De certo modo, podemos dizer que investigar não nos obriga a trabalhar com problemas difíceis, significa trabalhar com questões que, de início, apresentem um modo confuso para sua resolução, mas que podemos procurar claridade para estudar de modo organizado (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2003). Para alguns profissionais, investigar é descobrir relações entre objetos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2003). Uma investigação pode se desenvolver em torno de vários problemas, sendo eles ligados à disciplina ou não.

A Modelagem Matemática, semelhante a esse pressuposto, parte de uma situação-problema para um modelo matemático, é um método que auxilia o educador em suas perspectivas em sala de aula, sendo um processo que envolve a obtenção de um modelo. A modelagem pode ser considerada como uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para aplicações futuras (BIEMBENGUT, 1999).

A modelagem pode ser associada a situações reais entrelaçadas à Matemática. Normalmente, quando usada em aulas investigativas, favorece o processo de ensino e aprendizagem, pois aproxima o cotidiano do estudante à

investigação científica (SEREIA; PIRANHA, 2010). Não compreendemos as investigações ou a modelagem de problemas como uma ferramenta que por si só possa resolver todas as situações-propostas, pois em alguns casos o resultado pode fugir do esperado. Quando trabalhamos uma situação-problema, o nosso objetivo é resolvê-lo. No entanto, devemos observar todo o contexto trabalhado. (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2003).

Para realizar uma aula de investigação devemos obedecer a quatro momentos, semelhantes a momentos de atividades que envolvam a modelagem. A saber: O primeiro momento da investigação abrange reconhecer a situação proposta; o segundo, se dá pela reformulação de conjecturas, ou seja, como será resolvido o problema; o terceiro, a realização de testes à situação proposta; e o último momento diz respeito ao diálogo, à verificação e à avaliação do modelo realizado para analisar os resultados alcançados. (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2003).

Para melhor compreender a diferença entre modelagem e investigação matemática, analisaremos as etapas da modelagem. Para trabalhar Modelagem Matemática são fundamentais duas observações iniciais: a primeira, é como associar o tema escolhido com a realidade a ser trabalhada e, a segunda, saber divulgar as experiências adquiridas no decorrer do processo (BIEMBENGUT, 1999). A modelagem matemática propõe três etapas, Biembengut (1999, p. 21) esclarece estas etapas em:

a) Interação

- Reconhecimento da situação-problema;
- Familiarização com o conteúdo a ser abordado, a pesquisa.

b) Matematização

- Formulação de problemas, a hipótese;
- Resolução do problema em termos do modelo;
- Modelo Matemático;
- Interpretação da solução;
- Validação do modelo, o uso. (BIEMBENGUT, 1999, p. 21).

As aulas que abordam Investigação ou Modelagem são muito similares, porém são distintas em poucos passos dentro de suas sequências. Comparando as sequências relatadas por Ponte, Brocardo, Oliveira (2003) e Biembengut (1999), conseguimos dividi-las conforme o Quadro 1.

**Quadro 1**– Momentos na realização de uma investigação e Modelagem.

MODELAGEM		INVESTIGAÇÃO	
<b>Interação</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecer a situação problema;</li> <li>• Familiarização com o conteúdo a ser abordado, a pesquisa.</li> </ul>	<b>Exploração e Formulação de Questões</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecer a situação problema;</li> <li>• Explorar a situação problemática</li> <li>• Formular questões</li> </ul>
<b>Matematização</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Formulação de problemas, a hipótese;</li> <li>• Resolução do problema em termos do modelo.</li> </ul>	<b>Conjecturas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Organizar dados</li> <li>• Formular conjecturas</li> </ul>
<b>Modelo Matemático</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretação da solução;</li> <li>• Validação do modelo, o uso.</li> </ul>	<b>Teses e reformulações</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realizar testes</li> <li>• Refinar uma conjectura</li> </ul>
		<b>Justificativa e avaliações</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Justificar a conjectura</li> <li>• Avaliar o raciocínio ou o resultado obtido.</li> </ul>

**Fonte:** Investigações Matemáticas na Sala de aula, (2003, p. 21); Biembengut (1999).

A interação e exploração e formulação de questões têm a mesma função, garantir que o estudante pesquise de forma abrangente seus conhecimentos prévios sobre o que será trabalhado e iniciar as formulações e questionamentos. A matematização e conjecturas, considerada por Biembengut (2003), é a etapa mais complexa e desafiante, pois propõe ao estudante formular técnica para resolver a situação inicialmente proposta. Nessa fase, o estudante precisa separar as informações, decidir os mecanismos matemáticos a serem utilizados, identificando as incógnitas envolvidas, levantando hipóteses e, principalmente, descrever as ações matemáticas a serem abordadas. Após formular a situação-problema, cabe aos educandos propor uma solução.

Na terceira etapa, o modelo matemático, o estudante deve verificar se todas suas teorias levantadas estão exatas. Se suas conclusões estiverem longe da situação real, deve-se voltar e verificar onde se encontram as partes que podem ser alteradas. O professor/a deve lembrar que, principalmente na fase do modelo matemático, deve-se pedir que todos registrem o que estão executando. Prosseguindo com a investigação, ainda existem mais duas etapas, a tese e reformulações, destinadas aos testes das hipóteses, onde os estudantes podem analisar suas soluções e descobrir os erros, podendo corrigi-los de forma a alcançar o resultado esperado. Para finalizar, temos a justificativa e avaliações, destinadas para os estudantes exporem seus pontos de vista, debaterem sobre as diferentes resoluções encontradas e avaliar seu entendimento de acordo com a experiência vivenciada. Ao observar os principais pontos, nota-se que a investigação valoriza a construção e o diálogo que o processo de ensino acarretará. A modelagem valoriza as diferentes formas de resolução de problema, no entanto, em uma aula de investigação matemática é de grande importância reconhecer que a modelagem deve estar presente em sua execução.

Trabalhos com modelagem podem trazer grandes motivações para educandos e educadores, além de proporcionar uma facilidade imensa de ensino e aprendizagem, desenvolver raciocínio lógico, capacitar para formações profissionais, compreender o papel sociocultural e cooperar com a formação cidadã (GAZETTA, 1989). Ao requerer a participação dos estudantes nas formulações das questões a serem estudadas, atividades investigativas tendem a favorecer seu envolvimento em sala de aula. Para isso, é necessário permitir ao estudante trabalhar de forma totalmente autônoma, o professor/a, nesse momento, é um guia para indicar a direção que a atividade possa tomar.

O professor/a continua sendo um elemento importante nas aulas, tendo a função de indagar sem expor a resolução do problema. Realizar aulas investigativas é investir na participação do estudante em sala de aula, ampliar seus conhecimentos no contexto trabalhado, além de estimular o raciocínio crítico e lógico e a formação cidadã.

A Resolução de Problemas é um processo discutido entre estudiosos, que pode ser trabalhada dentro de atividades que envolvam investigação e modelagem matemática. Um único exercício pode apresentar diversas formas para a condução de sua solução. Por meio dessas resoluções, também pode comparar se um exercício é ambíguo ou diagnosticar dúvidas pertinentes aos estudantes (ONUChic, 1999). Esse método é adotado na área da Matemática, porém, diversos professores/as utilizam de sua sequência didática para planejar suas aulas, visando lançar algum tipo de desafio e deixar livremente para que seus estudantes o resolvam por si só, dando oportunidade para debater e levantar sugestões de resoluções. A Resolução de Problemas, segundo Onuchic: “[...] requer um amplo repertório de conhecimento, não se restringindo às particularidades técnicas e aos conceitos, mas estendendo-se às relações entre eles e aos princípios fundamentais que os unifica[...]” (ONUChic, 1999, p. 204).

Dessa forma, seguindo esses pressupostos, Onuchic (1999) formaliza a seguinte proposta básica para a análise das atividades com Resoluções de Problemas:

1. Divisão de grupos. O primeiro momento, no ato da entrega da atividade, acontece a formação de grupos. O trabalho em equipe pode auxiliar os estudantes a compartilhar experiências diferentes e expor diversos olhares sobre um único problema.
2. Compartilhamento. O resultado com a turma na lousa. Este momento propicia que os outros grupos conheçam as outras formas de resolução do problema que está sendo tratado. Seria o momento ideal para o professor/a

- observar como os exercícios estão sendo tratados e os erros para trabalhar as dificuldades em sala de aula.
3. Plenária. Neste momento, abre-se espaço para os estudantes debaterem sobre a atividade, procurando discutir sobre seus pontos de vista e suas ideias.
  4. Análise dos resultados. Etapa em que as dificuldades encontradas pelos estudantes são novamente trabalhadas, auxiliando nas dificuldades anteriormente observadas.
  5. Consenso. Ao finalizar a análise da atividade, busca-se o acordo entre os estudantes sobre o resultado do problema.
  6. Formalização. Em conjunto, professor/a e estudantes elaboram uma síntese formal sobre os conhecimentos trabalhados na atividade, as definições e demonstrações sobre os conteúdos propostos.

Para auxiliar na elaboração de uma atividade investigativa como esta, recomenda-se que professores/as utilizem outros recursos auxiliares, como a calculadora, materiais concretos, jogos e até mesmo meios tecnológicos. Outro ponto importante a se destacar é sobre o papel do professor/a. Em meio a uma atividade como esta, o professor/a se torna um agente observador, consultor, organizador, mediador, interventor e incentivador da aprendizagem. Sua função é lançar desafios e acompanhar seu desenvolvimento e auxiliar no decorrer do processo de resolução, intermediando para o estudante pensar (ONUCHIC, 1999).

Ainda presenciamos uma época em que a escola valoriza o estudante que é pertinente em notas acima da média, associando essa característica ao sucesso. Em disciplina como Matemática, o resultado final é mais importante do que todo o esforço construído durante todo o processo de aprendizagem por alguns educadores. Em atividades que envolvam a resolução de problemas é de grande importância que o professor/a busque trabalhar o erro de seus estudantes de forma conjunta, incentivando-os a pensar nas possíveis formulações de um problema e os possíveis caminhos para o insucesso da resolução de uma questão. Abrahão (2007) afirma que a escola tem o hábito de usar o erro apresentado pelos estudantes como uma forma de classificação e exclusão, o que de fato contribui para as más notas e as reprovações em uma sala de aula.

Por se tratar de avaliar todo o contexto do aprendizado, o erro é uma ferramenta muito importante para o professor/a identificar as dificuldades de seus estudantes, além do mais, o erro do resultado final não pode interferir em todo o corpo da resolução de um problema. O erro é uma tática muito importante,



podendo ser tratado como uma possibilidade e uma realidade persistente na construção de saberes (PINTO, 2009).

Para Almeida, Pizaneschi e Darsie (2016), não é o suficiente para o professor/a somente verificar se o estudante errou na resolução de seu problema, deve avaliar todo o processo que o levou até o resultado final. Ao ver, por meio dessa análise, obviamente observando o erro que o estudante teve, o professor/a consegue abrir um leque de debate para a sala e apresentar como forma corretiva. Essa autora diz ainda que o professor/a precisa favorecer situações para que o estudante possa testar suas hipóteses a fim de confirmar se suas afirmações estão corretas ou erradas. O erro encontrado nas atividades dos estudantes pode ser reconhecido como um objeto de investigação para o professor/a, permitindo-lhe uma reflexão sobre sua prática pedagógica profissional e, aos estudantes, um ensino e aprendizagem de melhor qualidade, auxiliando-os a serem seres críticos quanto às escolhas tomadas para solucionar um problema (ALMEIDA; PIZANESCHI; DARSIE, 2016).

O erro pode ser apresentado para toda a sala de forma discreta, ou seja, sem apresentar o nome do estudante para não causar constrangimento. A estratégia consiste em expor à sala sobre as possíveis técnicas erradas que podemos adotar para conduzir um problema e, assim, evitar que a mesma medida adotada seja repetida, prevenindo erros futuros. Almeida, Pizaneschi e Darsie (2016) esclarece que o professor/a “[...] não deve se propor a conduzir o aluno a situações de erro, mas que o erro ao ser identificado e retificado, pode vir a configurar-se como uma importante estratégia didática para o processo de ensino e aprendizagem, tornando-se um erro construtivo no desenrolar desse processo[...].” (ALMEIDA; PIZANESCHI; DARSIE, 2016, p. 5).

Quando se trata de erro, algumas pessoas podem associar essa questão em considerar tudo o que o estudante escreve como certo, o que contraria essa teoria. O que ela realmente enaltece é que o professor/a deve considerar todo o processo construtivo em uma avaliação e, por meio do erro, usar essa tática como um diagnóstico para evitar tais equívocos novamente. Seguindo a linha de Almeida, Pizaneschi e Darsie (2016)

o erro, tratado como uma estratégia didática é alicerce na pedagogia de concepção construtivista [...], que busca redirecionar as práticas dos professores, ampliando seu olhar com vistas a mediar a construção de hipóteses que impulsionam na reflexão e construção do conhecimento do aluno. (ALMEIDA; PIZANESCHI; DARSIE, 2016, p. 5)

Levando essa tática para dentro do ensino da computação, dito de um modo geral, o professor/a pode ampliar os diversos olhares que um estudante pode fazer no uso da programação. Além de poder exhibir as diferentes formas de programar um único problema proposto pelo professor/a, as situações que contiverem erros podem ser expostas e debatidas com todos, com o objetivo de não ocorrer a mesma falha novamente.

Em se tratando de robótica, que é um dos campos da computação, essa teoria se aplica de forma plausível, tendo em consideração que os estudantes podem levantar hipóteses, esquematizar os caminhos para a solução e debater sobre o erro das montagens ou da programação adotada pelo robô. Tendo em vista a abordagem e a importância de analisar o erro, acredita-se que o erro faz parte da construção e do aperfeiçoamento do conhecimento, podendo contribuir para a formação do estudante de forma que o auxilie a analisar e criticar os caminhos adotados para a solução de seu problema.

### **3. Sequência Didática: um Guia ao Professor/A de Robótica Educacional**

A proposta a ser construída será de acordo com as teorias apresentadas anteriormente. Percebe-se que essas teorias, embora diferentes, possuem diversos momentos em que suas características são harmônicas, sendo possível trabalhar com todas em sala de aula com uma única atividade planejada. Mas, antes de formular um processo, cabe 'delinear' esse planejamento de atividade. Uma das 'tarefas' do professor/a para executar suas atividades de forma 'clara e coesa' é o planejamento. Planejamento que auxilia o profissional a atingir seus objetivos em sala de aula. O planejamento trata-se do "[...] plano de intervenção na realidade, aliando às exigências de intencionalidade de colocação em ação, é um processo mental, de reflexão, de decisão, por sua vez, não uma reflexão qualquer, mas grávida de intenções na realidade" (VASCONCELLOS, 2000, p. 43).

Um planejamento claro e sucinto deve conter algumas informações, as quais detalharemos neste relato, são elas: tempo a se gastar, tema, materiais necessários, objetivos, relato de como o professor/a pretende abordar a aula, avaliação e resultados esperados. O tema é a primeira informação que o/a professor/a precisa dispor afim de planejar sua aula. Aconselha-se que o professor/a escolha um tema que tenha impacto com a realidade do estudante para concretizar a formação cidadã e crítica do educando. Ao escolher o tema, o professor/a deve buscar a montagem do robô, associando essa montagem ao tema proposto e à realidade a ser trabalhada.

Vale ressaltar que o professor/a deve conhecer e ter um mínimo de domínio sobre o material que trabalhará, pois o manuseio de cada equipamento de robótica varia de acordo com cada fabricante, em alguns casos, é necessário até montar o robô em dias anteriores à aula para realizar testes e verificar se a aula é compatível com o nível escolar da sala de aula.

É importante o professor/a relatar como a aula será conduzida, detalhando todas suas etapas e prevendo o tempo que gastará em cada etapa. Essa organização facilita no controle do tempo para a execução da aula, a fim de não ultrapassar os limites ou ficar com o horário ocioso. Além do mais, essas especificações auxiliam todo o corpo escolar a se manter atualizado quanto ao projeto pedagógico que o professor/a está trabalhando em sala de aula.

A avaliação descreve qual procedimento o professor/a utilizará para avaliar sua sala de aula. Em aulas que trabalham a construção de conhecimentos, o professor/a deve levar em consideração todo o processo construtivo e o diálogo dos estudantes, sendo o resultado final somente uma consequência de toda a aula. (LIBÂNEO, 2003).

Os resultados esperados são garantidos de acordo com os objetivos traçados anteriormente. Porém, a construção de uma aula depende de todo o corpo que a compõe, mas a organização do professor/a quanto ao seu plano de execução o auxilia na obtenção de melhores resultados (SCHEWTSCHIK, 2017).

É indispensável o uso do planejamento em aulas que abordam a robótica como uma das ferramentas de ensino e aprendizagem. O professor/a necessita prever quais passos deve seguir, quantas aulas utilizarão e quais os momentos descritos.

Dessa forma, com a escolha do tema e o planejamento, o professor/a deve tentar prever uma sequência didática para a execução de suas aulas. De acordo com as teorias de Almeida, Pizaneschi e Darsie (2016), Biembengut (1999), Onuchic (1999) e Ponte, Brocardo, Oliveira (2003), apresentamos os momentos da sequência didática proposta nesta pesquisa:

1. Problematização
2. Construção do robô e programação
3. Teste de programação
4. Debate inicial
5. Trabalhando com erros de montagem e programação
6. Debate final

É importante ressaltar que essa sequência é exclusiva para se trabalhar no momento da aula, a escolha do tema e o planejamento devem ser formulados

antes, sendo duas ferramentas importantes e independentes das ações praticadas em sala de aula. Onuchic (1999), em suas atividades, esclarece que o papel do professor/a, na teoria de Resolução de Problemas, é ser um agente observador, consultor, organizador, mediador, interventor e incentivador da aprendizagem. Sua função é lançar desafios, acompanhar seu desenvolvimento e auxiliar no decorrer do processo de resolução, intermediando, para o estudante pensar. Teóricos como Biembengut (1999) e Ponte, Brocardo, Oliveira (2003) relatam semelhantemente em seus trabalhos.

Dessa forma, defendemos que o papel do professor/a seja semelhante. A intenção neste trabalho é propor uma sequência que fuja do meio tradicional, onde professor/a propõe uma montagem qualquer e o estudante monta e programa com a ajuda do professor/a, sendo que já ficou comprovado que os métodos tradicionais são falhos.

Nesse método, o/a professor/a de Robótica deve lançar o problema a ser trabalhado, dialogar, perguntar o que está sendo construído, auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, sempre questionar, em vez de entregar a resposta pronta. Também é de extrema importância que professor/a solicite o registro dos estudantes sobre a atividade para trabalhar no quinto momento descrito dessa metodologia.

Esse método aplica-se tanto às aulas que executem somente a montagem dos robôs, quanto ao propósito de analisar os diferentes tipos de montagens ou o mau funcionamento delas. Ou, ainda, pode ser elaborada de acordo com a programação do robô, tendo em vista a análise da programação, ou suas falhas. Deve, também, ser planejada de acordo com a junção da construção do robô e da programação. A seguir, apresentaremos detalhadamente as características de cada momento dessa sequência didática.

A problematização é o momento inicial da aula. Nessa etapa o/a professor/a divide os grupos em sala de aula e apresenta a situação-problema. A situação-problema pode ser apresentada em forma de vídeo, texto, fotos, ser narrada ou até outro recurso. Nela o/a professor/a lança o desafio e deixa os estudantes pensarem sobre a solução.

Em um de seus trabalhos, Cabral relata que ao lançar um desafio o/a professor/a deve deixar que o objeto seja criado. Cabral exemplifica com uma de suas experiências, relatando a construção de um robô para levar o carro com problemas mecânicos até a casa “[...] O estudante está livre para resolver esse problema como achar melhor” (CABRAL, 2010, p. 38-39).

O desafio pode ser uma programação, uma montagem, ou os dois, tudo tem que estar bem especificado na apresentação do problema. Vale lembrar

também que é de grande importância que o problema esteja ligado ao cotidiano do estudante, ou a algum problema social pertinente na sociedade, visando o estudante buscar uma solução. Cabral afirma que o professor/a pode

lançar um desafio que seja um problema na realidade em que cerca a comunidade e promover a construção de uma solução. O problema a ser resolvido pode ser como automatizar o acendimento de luzes de um prédio para que se economize mais energia elétrica, por exemplo, ou ainda a construção de um carro-coletor de lixo movido a energia solar (CABRAL, 2010, p. 38-39)

Essa etapa está também designada para as discussões iniciais dos estudantes, como irão montar o robô, quais as metas e objetivos, como programar, quais as possíveis soluções. Como dito antes, o professor/a necessita caminhar entre todos os grupos para acompanhar o que está acontecendo e sempre solicitar para que registrem todo o processo de construção.

A construção é o momento em que o grupo de estudantes montará seu robô e programará de acordo com o plano de execução adotado no momento anterior. Nessa etapa, o professor/a pode sugerir que os estudantes busquem diferentes soluções para a montagem e programação da situação-problema inicial. Propor uma montagem e solicitar que ela seja programada está diretamente ligada à resolução de problema. Porém, tudo deve ser bem explicitado para que haja diversas soluções, ou tentativas de soluções, para que assim os sucessos e os erros cometidos possam voltar à tona para as discussões. Esse momento deve ser observado atentamente pelo professor/a, pois caso haja programações erradas, elas poderão ser utilizadas a favor dos estudantes em momentos posteriores para superação de dificuldades, como afirma Almeida, Pizaneschi e Darsie (2016).

A avaliação dessa atividade não será somente o resultado final, no caso, o robô montado e programado deve ser levado em consideração. Todos os momentos devem ser levados em consideração. O professor/a deve observar como está o trabalho em equipe, a organização, a harmonia, o debate e a participação dos estudantes. Programar errado ou montar um robô que não consiga funcionar devido à alocação de suas peças é importante para o professor/a de robótica analisar junto a seus estudantes com o intuito de superar qualquer dúvida ou dificuldades.

Nessa etapa nos 'deparamos de frente' com a Modelagem. Aqui, o/a estudante deve ser livre e incentivado a modelar a montagem e a programação de seu robô. Modelar uma programação não é uma tarefa simples, pois deve-se

obedecer a alguns algoritmos para que se possa modelar a programação de um determinado robô. Como forma de aperfeiçoar essa etapa, Cabral sugere que o professor/a

pode partir de uma construção inacabada e solicitar que seja dada a continuidade da construção e sua programação. O professor pode apresentar uma montagem com motores e engrenagens, por exemplo, e solicitar que seja construído e programado um objeto que inclua aquela construção. Pode-se, ainda, apresentar uma construção completa, como um robô-carro, por exemplo, e solicitar que sejam incluídos sensores de toque para que funcione como “bate e volta” (CABRAL, 2010, p. 38-39)

A construção é um dos momentos fundamentais para trabalhar com robótica, porém em determinadas atividades ela pode não existir, por exemplo, em áreas que se analisam programações ou desafios com rascunhos sobre planejamento para execução de projeto. Após montar o robô e programar, os estudantes devem testar seus protótipos. O teste auxilia na verificação das hipóteses levantadas anteriormente, assim como também, na análise de Biembengut (1999), é necessário que haja os testes em atividades como essas, cujo objetivo é poder em conjunto corrigir o que não cumpriu os objetivos e aperfeiçoar suas montagens e programações.

necessária a presença dos testes nos robôs, pois com eles, os estudantes podem reprogramar ou verificar o que há de errado com seu robô. É aconselhável que o professor/a solicite que os estudantes não desfaçam dos arquivos modificados, eles servem para analisar possíveis erros na programação ou no robô e avaliar a evolução do protótipo. Nesse caso, além do registro, os estudantes devem salvar seus arquivos de programação para disponibilizar ao professor/a, com o objetivo de reconhecer erros, para solucionar as dificuldades.

O debate será aberto a todos os grupos de estudantes para expor seus protótipos, suas programações, seus planos de trabalho. A importância desse momento se dá devido à vasta pluralidade de programações e montagens que possam surgir. É necessário que os estudantes conheçam o trabalho de outros colegas, a fim de debater e ampliar seus campos de conhecimentos.

Nesse momento, os estudantes tomam o lugar do professor/a. Cada grupo explica como traçou suas metas para a execução do trabalho, como montou e programou. É necessário que mostre sua programação aos demais estudantes para o conhecimento de todos. Iniciativas como essa podem incentivar em reduzir a timidez e preparar para apresentações futuras, treinar o diálogo saudável e

educado e até mesmo incentivá-los e mostrar que são capazes de construir conhecimentos em equipe.

Esse momento é aconselhável que seja trabalhado em uma nova aula, porém, pode ser incorporado em uma única, a depender do tempo disponível. Para identificar as dificuldades dos estudantes, o professor/a necessita analisar seus registros, para isso, é necessário estudar todas as anotações entregues. O professor/a deve elaborar um documento de apresentação para expor a toda a sala os arquivos e registros que apresentam erros. Não é necessário que exponha os nomes do grupo, tudo pode ser realizado de forma discreta.

Ao fazer esse levantamento e levar para a aula, o professor/a continua com sua função de questionar e incentivar a sala de aula a propor uma solução. Ao expor o arquivo que apresente erro, o professor/a deve questionar os estudantes sobre onde se encontra o erro no registro. Deixar que os estudantes debatam sobre esses erros facilita para que eles não cometam mais o mesmo erro e, até mesmo os que erraram, possam contribuir para o aperfeiçoamento de seus conhecimentos. Como Almeida, Pizaneschi e Darsie (2016) relata, o erro deve ser levado em consideração como uma medida que possa prevenir que o mesmo aconteça em outras oportunidades futuras. Levar o erro ao debate auxilia aos estudantes a enxergarem que, por meio de seus erros, podemos resolver diversas dificuldades.

Cabral sugere “apresentar uma programação já pronta, que possui um erro ou “bug”, e os estudantes poderão investigar e corrigir o erro. Os “bugs” podem estar relacionados com falta ou excesso de comandos, ou ainda na direção do giro dos motores”(CABRAL, 2010,p. 38-39). Além da programação, Cabral indica “apresentar uma construção pronta, que possui um erro ou “bug”, e os estudantes poderão investigar e corrigir o erro. Os erros podem estar relacionados à falta ou excesso de peças, conexões, cabos, engrenagens entre outros” (CABRAL, 2010, p. 38-39). O erro pode ser explorado em diversas modalidades: trabalhando robótica, pode ser planejado, ou coletando os dados por meio de seus estudantes.

O debate final visa aos estudantes dialogarem sobre todo o conhecimento construído de acordo com todo o processo educativo. Nele, podem refletir sobre as aulas e seu desempenho. O diálogo sempre deve estar presente nesse método de ensino, pois por meio do debate incentivamos o bom diálogo, troca de experiência e conhecimentos e ainda damos oportunidade para explorar e trabalhar as diferentes opiniões e pontos de vista. Além do mais, por meio do bom diálogo, o professor/a pode trabalhar os valores do respeito e da educação, uma vez que é necessário ser compreensivo para escutar o outro e, assim, respondê-lo de forma cordial.

## 4. Considerações Finais

Analisar outros autores possibilita que o pesquisador conheça diferentes opiniões e enalteça melhor seu ponto de vista e sua prática profissional. Estudar diversas metodologias pode garantir um campo de conhecimento maior, oportunizando reflexão para uma prática didática mais elaborada.

As tendências de Almeida, Pizaneschi e Darsie (2016), Biembengut (1999), Onuchic (1999) e Ponte, Brocardo, Oliveira (2003) propiciaram base teórica a esta pesquisa, tendo em vista a aprendizagem dos estudantes, que lhes permita saber fazer uso desses saberes em suas futuras práticas profissionais.

Essa sequência didática, construída de acordo com suas bases teóricas, conservam momentos que valorizam a participação do estudante em sala de aula e o/a professor/a como um auxiliar em todo o processo de ensino e aprendizagem.

Sequência construída para auxiliar o ensino do/da professor/a de robótica com seus estudantes. Quando se trabalha robótica, muitos profissionais levam em consideração a montagem e programação ensinada pelo professor/a e aprendida pelo estudante, o que de fato, na maioria dos casos, não acontece. Sequência metodológica que preza o/a estudante aprender, a partir das vivências, das tecnologias – como construir um robô e programar de acordo com suas experiências, e o/a professor/a como um/a importante ‘auxiliar’ desse processo. Acredita-se, também, que ao ‘trabalhar’ o erro do estudante, decorrente das aulas com Robótica, o professor/a consegue identificar as dificuldades que eles podem apresentar. Como forma preventiva, diagnosticar e auxiliar o/a estudante nas suas dificuldades, quando surgirem. Essa sequência também foi elaborada sob o apoio à ‘formação cidadã’ e crítica dos estudantes. A escolha do tema ligado a questões da sociedade e o debate em sala de aula cooperam para obter troca de experiências, da expansão de conhecimentos vivenciados em sala de aula, estimulados à prática cidadã. Essa sequência foi elaborada com o intuito de auxiliar o professor/a de robótica em suas aulas. A função dessa sequência é auxiliar na organização dos momentos da aula, a fim de promover o conhecimento. Conhecimento que lhes valham para seus fazeres fora do âmbito escolar. A próxima etapa deste trabalho é propor esse método para alguns professores de Robótica trabalhar em suas aulas na avaliação desse processo de promoção de conhecimentos aos estudantes. É de grande importância o pesquisador conhecer o olhar de outros professores para também avaliar sua prática pedagógica e até mesmo aperfeiçoar suas teorias.



## Referências

ABRAHÃO, M. H. M. B (org.). *Avaliação e erro construtivo libertador: uma teoria – prática incluyente em educação*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2007.

ALMEIDA, D. M. de; PIZANESCHI, F. P. M.; DARSIE, M. M. P. O erro no processo de ensino e aprendizagem em Matemática: sua relação com as dificuldades de aprendizagem no contexto escolar. *In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (XII ENEM)*, 12., 2016, São Paulo. Anais [...]. São Paulo: Sbem, 2016. p. 1-13. Disponível em: [http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7480\\_4035\\_ID.pdf](http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7480_4035_ID.pdf). Acesso em: 15 nov. 2021.

BARBOSA, F. C. Educação e robótica educacional na escola pública: as artes do fazer. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2011.

BIEMBENGUT, M. S. Modelagem matemática & implicações no ensino e aprendizagem de matemática. Blumenau, SC: Ed. da Furb, 1999.

BIEMBENGUT, M. S. Modelagem na Educação Matemática e na Ciência. São Paulo: Livraria da Física, 2016.

CABRAL, C. P. Robótica educacional e resolução de problemas: uma abordagem microgenética da construção do conhecimento. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2010.

GAZZETA, M. A Modelagem como Estratégia de Aprendizagem na Matemática em Cursos de Aperfeiçoamento de Professores. 1989. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1989.

LIBÂNEO, J.C. Didática. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2003.

ONUCHIC, L.R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In: BICUDO, M. A. V. (org.) Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo, SP: Editora UNESP, 1999. p.199-218. Disponível em: [http://www.im.ufrj.br/nedir/disciplinas-Pagina/Lourdes\\_Onuchic\\_Resol\\_Problemas.pdf](http://www.im.ufrj.br/nedir/disciplinas-Pagina/Lourdes_Onuchic_Resol_Problemas.pdf). Acesso em: 12 abr. 2020.

PINTO, J. M. R. Remuneração Adequada do Professor: desafio à educação brasileira. *Retratos da Escola, Brasília*, v. 3, n. 4, p. 51-67, jan./jun. 2009.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. Investigações matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. 149p.

SEREIA, D. A. de O.; PIRANHA, M. M. Aulas práticas investigativas: uma experiência no ensino fundamental para a formação de alunos participativos. 2010. Disponível em: [http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/Ciencias/Artigos/aulas\\_prat\\_investig.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/Ciencias/Artigos/aulas_prat_investig.pdf). Acesso em: 01 abr. 2020.

VASCONCELLOS, C. S. Planejamento: projeto de ensino-aprendizagem e projeto político-pedagógico. 9. ed. São Paulo, SP: Libertad, 2000.

# MODELAGEM MATEMÁTICA, ROBÓTICA E GEOGEBRA NAS SÉRIES INICIAIS: UMA ANÁLISE DE ACORDO COM AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

*Viviane Aparecida de Souza*<sup>38</sup>

*Hutson Roger Silva*<sup>39</sup>

## Resumo

O presente trabalho relata uma oficina ministrada em uma escola pública com alunos do quinto ano do ensino fundamental. Inicialmente, tivemos a construção de uma maquete para facilitar o trabalho com a robótica e as atividades relacionando com a visualização, os processos cognitivos e quais relações foram possíveis de serem realizadas neste contexto. Através da Modelagem Matemática, conjuntamente com a Robótica e o GeoGebra os alunos foram capazes de realizar diferentes registros, oportunizando uma análise mais crítica dos dados. A visualização referenciada pela maquete e pelo robô na situação proposta como problema de geometria, influenciou na resolução do problema, que consistia no menor caminho para o robô fazer a coleta seletiva de lixo nas salas de aula, evoluindo para as construções geométricas no GeoGebra. Este trabalho pode influenciar na formação cidadã dos alunos, cooperando com sua visão sobre a importância da geometria e suas aplicações na sociedade.

**Palavras-Chave:** Robótica. Modelagem Matemática. GeoGebra. Séries Iniciais.

## 1. Introdução

Com o aumento vertiginoso do acesso à internet, novos hábitos de vida se estruturam, afetando as relações intersubjetivas, as formas de sociedade, aprendizagem, cultura, lazer e diversão. Indubitavelmente o acesso às novas Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) tem revolucionado nosso modo de vida (PRIOSTE, 2013).

---

38 Universidade Federal de Uberlândia – UFU. E-mail: vivianesouza\_2005@yahoo.com.br.

39 Universidade Federal de Uberlândia – UFU. E-mail: Silva.hroger@gmail.com.

Nesse contexto, é comum observarmos crianças que dominam facilmente, desde cedo, aparelhos eletrônicos como smartphones, tablets e computadores. De acordo com Prensky (2001), um dos motivos dos alunos, de uma forma geral, terem essas habilidades é que eles são, como ele denomina, “nativos digitais”. Nasceram em uma época em que o advento de muitas tecnologias já tinha ocorrido, e para eles, não foi uma novidade.

Pensando nesses “nativos digitais”, ao desenvolver uma pesquisa nas séries iniciais, é necessário ter consciência de que se trata de sujeitos em desenvolvimento, com singularidades, formações identitárias e culturas próprias, que demandam práticas escolares diferenciadas, capazes de contemplar suas necessidades e diferentes modos de inserção social (BNCC, 2020, p. 58). Também é possível verificar que a BNCC destaca a importância de um desenvolvimento curricular que considere os sujeitos, vivendo os seus tempos de infâncias e adolescências também nos espaços escolares, pois, ao longo desse período da educação básica

[...] passam por uma série de mudanças relacionadas a aspectos físicos, cognitivos, afetivos, sociais, emocionais, entre outros. Ainda na BNCC, identifica-se a importância de que nos currículos seja respeitada a autonomia dos adolescentes, “[...] oferecendo-lhes condições e ferramentas para acessar e interagir criticamente com diferentes conhecimentos e fontes de informação”. (BRASIL, 2017, p. 62)

Nesse entendimento, podemos considerar essas particularidades, e torna-se importante pensar metodologias de ensino que permitam levar para a prática da sala de aula ideias substanciais de compreensão e de apropriação de conceitos, dentre os quais destacam-se a robótica, a modelagem matemática e softwares de geometria dinâmica.

Segundo Bassanezi (2009, p. 16), a Modelagem Matemática é “[...] a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Nesse sentido, pensar uma proposta que favoreça o pensamento crítico e a formalização de conceitos matemáticos, pode ser um facilitador de acessos a saberes relacionados a situações retiradas da realidade dos alunos (FORNER, 2005).

Discutir assuntos que rodeiam o cotidiano dos alunos, relacionando-os com situações que são de seu interesse, é primordial na Modelagem Matemática. Juntamente a esse quadro investigativo, poder inserir a robótica educacional é algo que aguça, incentiva a criatividade. (BIEMBENGUT; HEIM, 2003).

Bassanezi (2009, p.16) diz que “[...] a aprendizagem realizada por meio da modelagem facilita a combinação dos aspectos lúdicos da matemática com o seu potencial de aplicação [...]”, dessa forma, acreditamos que a Modelagem Matemática somada à Robótica ou mesmo à softwares de Geometria Dinâmica podem auxiliar a aprendizagem de conceitos matemáticos. Com essa finalidade, propomos três situações-problemas.

O uso de materiais didáticos que fogem do cotidiano escolar pode tornar as aulas prazerosas. A disciplina de Matemática, geralmente, é ministrada de forma que o conhecimento seja repassado ao aluno, o que de fato não demonstra suas aplicações. O professor deve buscar alternativas para trabalhar a disciplina de forma que coopere com o ensino e aprendizagem e a formação cidadã do aluno. Lara (2003, p. 19) afirma que “[...] devemos pensar em uma Matemática prazerosa, interessante, que motive nossos/as alunos/as, dando-lhes recursos e instrumentos que sejam úteis para o seu dia-a-dia, buscando mostrar-lhes a importância dos conhecimentos matemáticos para sua vida social, cultural e política [...]”.

Assim, acreditamos que a associação dos recursos didáticos da robótica (Lego NXT) e o GeoGebra com as teorias da modelagem matemática podem proporcionar experiências que cooperem para a formação acadêmica e social dos estudantes.

A robótica é uma ferramenta multidisciplinar que pode ocasionar pesquisas didáticas e cooperar com o engrandecimento dos conhecimentos e a formação cidadã dos alunos, além do mais, é um material que auxilia na inclusão digital entre a comunidade escolar. Zilli (2004, p. 77) afirma que

a Robótica Educacional é um recurso tecnológico bastante interessante e rico no processo de ensino-aprendizagem, ela contempla o desenvolvimento pleno do aluno, pois propicia uma atividade dinâmica, permitindo a construção cultural e, enquanto cidadão tornando-o autônomo, independente e responsável.

Advindo da ideia de formação cidadã e o uso de materiais digitais em sala de aula, essa oficina trabalhou com os alunos de forma que unissem a Matemática e Robótica a conceitos como: geometria, velocidade, tempo, razão e proporção, entre outros.

Dessa forma, o objetivo desta pesquisa foi associar os conceitos do cotidiano em conjunto aos conceitos de geometria à realidade escolar, utilizando a Robótica e o GeoGebra, estabelecendo aos alunos uma oficina que coopere com sua formação cidadã e profissional.

## 2. Procedimentos Metodológicos para a Pesquisa

Este trabalho é o resultado parcial de um estudo que ocorreu em uma escola municipal. O trabalho foi realizado de forma coletiva e teve como resultado duas dissertações de mestrado, uma com o foco em Blogs e a outra com o foco no uso do GeoGebra. O grupo ou coletivo de pessoas levou em consideração o trabalho com as tecnologias da informação na educação. O grupo iniciou-se com a professora laboratorista da instituição na qual este projeto foi desenvolvido.

Por se tratar de uma experiência escolar envolvendo geometria, GeoGebra e Robótica educacional, o método adotado foi o qualitativo. Dentro das metodologias qualitativas, a vivência destacada nesta pesquisa se baseia na observação participante. A observação participante consiste num excelente recurso metodológico para pesquisa na área da educação, pois possibilita uma vivência harmoniosa entre pesquisador e sujeitos participantes (PROENÇA, 2007).

Além do mais, todo o roteiro desta pesquisa respeitou todos os princípios éticos estabelecidos pelas instituições de pesquisa, preservando as identidades, vivências e dificuldades encontradas durante a experiência.

As indagações e inquietações a respeito da educação de alunos das séries iniciais do ensino fundamental, utilizando as TICs, a levou a criar um projeto inicial de pesquisa o qual foi enviado à Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais (FAPEMIG) e aceito. A partir desse momento, houve o envolvimento do professor orientador responsável pela introdução dos demais membros ao projeto que, em parceria com a CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), possibilitaria à Universidade e à Escola estreitar suas relações no avanço de práticas educativas com tecnologias. A partir do ano de 2013/02 até 2015/01 a pesquisa contou com um subsídio da FAPEMIG e da CAPES.

A pesquisa foi realizada com duas turmas de quinto ano do ensino fundamental I, uma no segundo semestre de 2014 e a outra no ano de 2015. O foco era compreender qual a viabilidade do trabalho com o software de Geometria Dinâmica no processo de ensinar e aprender geometria em uma escola pública de periferia.

As aulas vídeo gravadas e os áudios foram transcritos, as notas de campo da pesquisadora, os comentários e postagens dos blogs feitos pelos alunos das turmas, questionários e entrevistas aos alunos e professoras compuseram os dados.

Também foram utilizados -como objetos de coleta de dados- formulários de entrevistas de autoconhecimento, para assim melhor conhecer sobre as habilidades com os recursos digitais que os alunos dominavam. Além do mais, foram utilizadas fotografias e aproveitados os croquis desenhados pelos alunos.

Dentre todas as atividades desenvolvidas durante esta pesquisa, destacamos para este artigo uma oficina que utilizou como aporte o uso da robótica e do GeoGebra.

### 3. Momentos da oficina

A intenção dos pesquisadores, ao introduzir a robótica, era a possibilidade de trabalhar de forma lúdica com os sólidos geométricos e, posteriormente, resolver com a turma de quinto ano situações-problemas, além de poder fazer ilustrações e cálculos utilizando o GeoGebra. As ilustrações foram baseadas nas planificações e nos blocos da sala de aula, nas áreas e perímetros necessários para a resolução das situações-problemas.

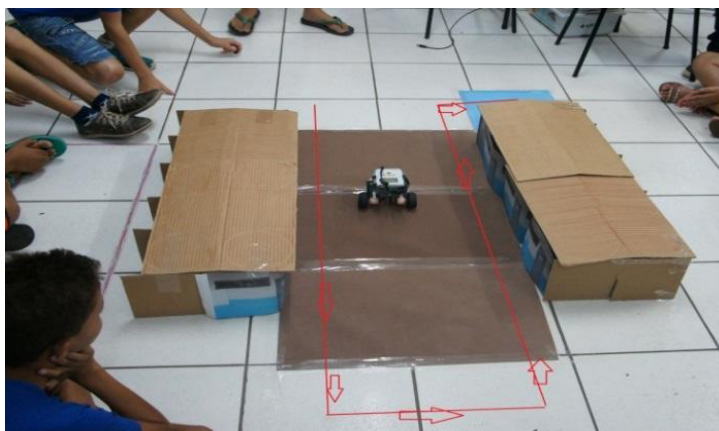
A experiência com os alunos teve duração de seis aulas e foi dividida em dois momentos. No primeiro momento, eles apresentaram as peças do Kit Lego e a turma foi dividida em dois grupos para as construções dos carrinhos-robôs.

No segundo momento, os alunos tiveram contato com a parte de programação do Lego com o intuito de fazer o carrinho andar através dos comandos. Nessa atividade, os comandos mais utilizados pelos alunos foram o de movimento com o motor, com relação à direção, rotações, força, movimentos nos eixos, curvas e tempo de rotação.

A intenção era que, de acordo com as atividades propostas, os alunos buscassem modelar suas programações conforme os conceitos matemáticos citados acima, sendo possível conduzir por tentativa e erro, por proporção ou, até mesmo, efetuando cálculos, formas essas passíveis de sugestões por todos os alunos.

Na atividade proposta, rapidamente os alunos entenderam os comandos e conseguiram fazer com que o robô executasse a sua tarefa. A tarefa consistia em fazer a coleta seletiva do lixo nas salas de aula. Nessa situação, construímos com os alunos uma maquete baseada nos blocos da sala, na qual o robô deveria percorrer os dois lados dos blocos de aula e, posteriormente, estacionar em um lugar determinado, como mostra a Figura 1.

**Figura 1**– Percurso do Robô na maquete para a coleta seletiva do lixo.



**Fonte:** Acervo dos autores.

Após a parte prática dessa atividade, veio a parte teórica, desenvolvida no GeoGebra. Essa etapa consistia em três atividades: a primeira tinha como conteúdo o cálculo de perímetros, a segunda, o cálculo de comprimento de circunferência e a terceira, áreas e planificação de sólidos no GeoGebra 3D, tudo baseado nas programações modeladas no robô, em seus percursos.

Todas essas atividades estavam relacionadas com o movimento do robô. O desafio encontrado pelos professores foi estabelecer a relação entre a robótica, o GeoGebra e a geometria. Outra preocupação dos pesquisadores durante essa experiência se baseou em buscar tarefas que fossem desafiadoras aos alunos. Nesse intuito, propusemos atividades no formato de situações-problemas.

O primeiro problema do GeoGebra era relacionado com o menor percurso possível para o robô percorrer na coleta seletiva do lixo das salas. Foi proposto que os alunos fizessem ilustrações dos caminhos com as medidas retiradas da maquete e justificassem matematicamente suas respostas e, por último, fizessem o desenho no software com os cálculos.

Ao propormos a representação da situação-problema no formato de ilustração, estamos propiciando ao aluno que apresente a sua noção espacial e, principalmente, oportunizando que ele expresse o seu pensamento geométrico. Sobre esse assunto (SANTOS; NACARATO, 2014) discutem a necessidade do professor saber oportunizar aos alunos que façam uso dos desenhos, possibilitando assim situações que eles coloquem em jogo as suas representações

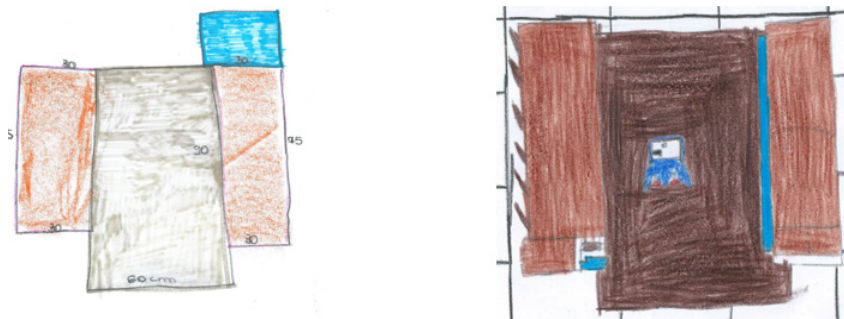


acerca de noções espaciais. Santos e Nacarato (2014) alertam para a necessidade do educador relacionar o uso dos desenhos com os conceitos matemáticos ou geométricos.

Sobre a atividade, apresentamos algumas possibilidades, como dar uma volta completa no pátio ou dar uma volta completa em torno das salas. A princípio, os alunos não estabeleceram relação com o cálculo de perímetro. Foi necessária a intervenção da professora regente, porém a professora se manteve numa posição de questionamento, nunca entregando as respostas e sempre motivando os alunos a debaterem e pesquisarem a solução. Essa intervenção foi positiva, pois posteriormente os alunos conseguiram fazer o desenho e os cálculos utilizando a ferramenta encontrada no GeoGebra.

Para melhor utilizar o GeoGebra, a professora solicitou que fossem feitos desenhos como forma de melhor enxergar os trajetos e formas. Abaixo, temos duas versões diferentes sobre a mesma imagem desenhada pelos alunos e suas representações (Figura 2).

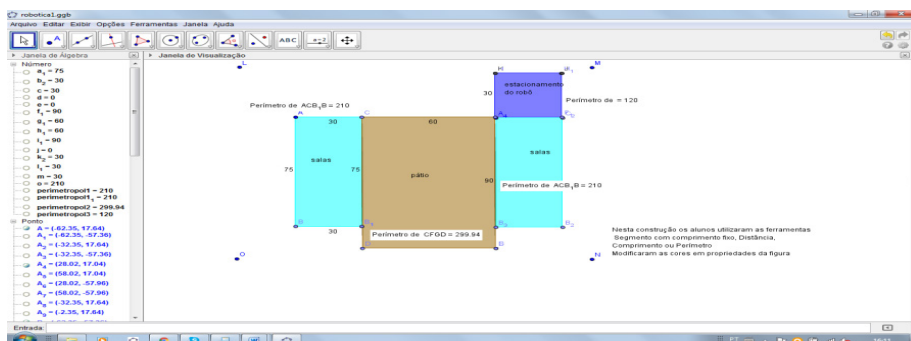
**Figura 2**– Ilustração da Maquete feita pelos alunos.



**Fonte:** Acervo dos autores.

É visível a diferença entre os pontos a serem destacados pelos dois alunos. O primeiro destacou as medidas da maquete, num plano bidimensional. O segundo aluno prendeu-se à maquete enquanto estrutura 3D, com os telhados, paredes, lembrando-se inclusive de fazer um desenho do robô. No entanto, o segundo aluno se esqueceu do principal dessa atividade, fazer as anotações das medidas da maquete. Abaixo, temos a representação da maquete feita no GeoGebra (Figura 3).

**Figura 3:** Representação do desenho feito no GeoGebra.



**Fonte:** Acervo dos autores.

Os alunos apresentaram muita dificuldade para fazer o desenho com medidas pré-estabelecidas. Em todas as atividades anteriores não tínhamos a preocupação com medidas dos lados dos polígonos, tudo era feito à mão.

A segunda atividade tinha como objetivo calcular quantas “rotações”, termo utilizado na aula de robótica, a roda deveria dar para efetuar todo o percurso escolhido pelos alunos. Nessa atividade esbarramos no conceito de comprimento de circunferência. Os alunos de quinto ano estudam a forma da circunferência, os conceitos de cálculos são pertinentes em etapas superiores.

Dessa forma, os alunos foram orientados a fazer o cálculo como sendo necessária apenas uma multiplicação para calcular o comprimento da circunferência formada pela roda do carrinho, sendo fornecidos os dados e a fórmula para esse procedimento.

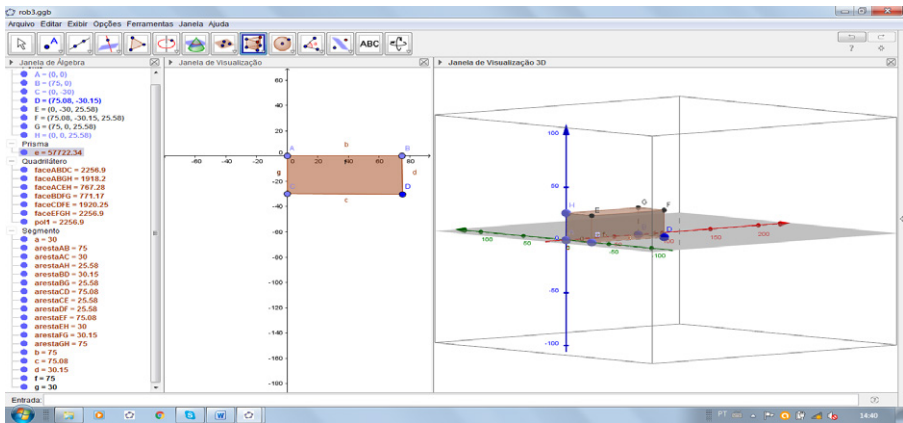
Teoricamente os alunos deveriam fazer o desenho da circunferência no GeoGebra e os respectivos cálculos, mas deixamos apenas o registro dos alunos na folha de papel, pois eles demoraram muito nessa atividade, mesmo utilizando a calculadora disponível no computador. Essa situação prática envolvia multiplicação e divisão de decimais. Mesmo sendo números com apenas uma casa decimal, os alunos estavam cientes sobre o que representavam esses números, ainda assim demonstravam receio ao apresentarem as respostas encontradas.

A última atividade foi a utilização do GeoGebra 3D. Consistia na representação dos blocos de sala de aula. Os alunos tinham a tarefa de representar as salas da maquete utilizadas na atividade de robótica, com os

comprimentos reais e, posteriormente, fazer a planificação do desenho construído.

O GeoGebra 3D oferece duas janelas de visualização, sendo uma em duas dimensões e outra em três dimensões. A dificuldade da atividade foi construir o prisma com as medidas estipuladas na maquete. Para facilitar para os alunos, resolvemos fazer o retângulo com as medidas e, posteriormente, construir o prisma sobre esse retângulo. Os blocos de salas tinham as medidas de 30 cm x 75 cm x 25 cm (Figura 4).

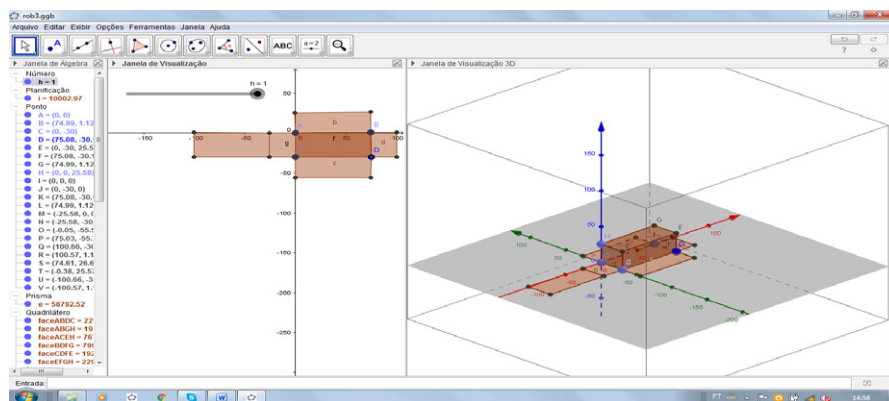
**Figura 4:** Construção dos blocos de salas da maquete.



**Fonte:** Acervo dos autores.

Para a planificação no GeoGebra existe um recurso que a faz automaticamente, criando um controle deslizante que varia de acordo com as medidas. Os próprios alunos descobriram como funcionava o controle deslizante e ficavam manipulando para visualizar o prisma, fechando e abrindo (Figura 5).

**Figura 5:** Planificação feita a partir da atividade do aluno Bruno, do 5<sup>o</sup>C.



Fonte: Acervo dos autores.

A última etapa dessa atividade estava relacionada com áreas. A situação-problema foi dada como desafio. Perguntamos quantos robzinhos caberiam no pátio da maquete, se apenas um robô ocupava uma área de estacionamento 30cm x 30cm, ou seja, de 900 cm<sup>2</sup>.

A maquete tinha um pátio na escala de 60 cm x 90 cm. Logo, a área total era de 5400 cm<sup>2</sup>, cabendo um total de seis robzinhos. Novamente, houve intervenção da professora regente, que explicou que bastavam calcular quantos estacionamentos caberiam no pátio. Essa parte da atividade foi rápida, pois o GeoGebra oferece uma ferramenta que possibilita o cálculo da área de um polígono qualquer. Então, sugerimos que os alunos fizessem as duas áreas no GeoGebra e, posteriormente, o cálculo da divisão das áreas na calculadora.

#### 4. Dados Produzidos na Experiência

Ao iniciarmos esta pesquisa, os alunos responderam a um questionário que contemplava questões relacionando seus conhecimentos prévios sobre informática, softwares online e matemática. Esse questionário nos possibilitou uma visão ampla dos sujeitos de nossa pesquisa para que fossem propostas as atividades.

Quando indagamos sobre em quais aplicativos ou programas de computador relacionados à Matemática, eles já haviam utilizado tabuadas, GeoGebra e o Show do Milhão, buscávamos saber que o GeoGebra foi introduzido nessa instituição de ensino no quarto ano do fundamental como

aula-teste, por isso alguns alunos se recordaram de terem utilizado nessa ocasião.

A respeito das Tabuadas, anualmente era oferecido aos alunos um concurso interno em um software online chamado Tabuada Divertida, a partir do terceiro ano do ensino fundamental.

Na intenção de fazer uma análise mais pontual das atividades desenvolvidas no laboratório de informática, montamos um quadro (Quadro 1) com todas as questões resolvidas pelos alunos dos quintos anos, relacionando as questões com a visualização, os tipos de representações possíveis, sendo elas: gráfica, língua natural, escrita algébrica e figura, além de fazer relações com os tipos de apreensões sequencial, perspectiva, discursiva e operatória (DUVAL, 2003, p. 125-127).

**Quadro 1** – Análise das atividades desenvolvidas com o Geogebra na turma de 5º ano.

Atividades	Visualização	Tipos de representações				Tipos de Apreensões		
		gráfica	língua natural	escrita algébrica	figura	sequencial	perspectiva	discursiva
1. Pontos e Retas	x	x	x	x	x	x		
2. Semelhança e Homotecias	x	x	x	x	x			
3. Congruência	x	x	x	x	x			
4. Construção de Ângulo	x	x	x	x	x			
5. Medição de Ângulo na Obra	x	x	x	x	x			
6. Reconhecimento de Polígonos	x	x	x	x	x			
7. Mensagem das Figuras	x	x	x	x	x			
8. Quadr. Ártico, Pitágoras	x	x	x	x	x			
9. Frações	x	x	x	x	x			
10. Figuras Especiais	x	x	x	x	x			
11. Planificação	x	x	x	x	x			
12. Substituição	x	x	x	x	x			
13. Substituição - Perímetro	x	x	x	x	x			
14. Substituição - Área	x	x	x	x	x			
15. Substituição - Área - 2D	x	x	x	x	x			

Fonte: O autor.

A partir dos dados retirados do Quadro 1, podemos concluir que as atividades realizadas no laboratório de informática, a visualização promovida pelo software de geometria dinâmica, auxiliaram o desenvolvimento de habilidades dentro do campo da geometria. De forma semelhante, com a construção das figuras no software de geometria dinâmica.

A apreensão operatória foi desenvolvida nas atividades a partir do momento em que os alunos observam e manipulam as figuras de partida e as organizam, tomando consciência da distinção das formas de apreensão de cada figura.

De acordo com as modificações que cada figura pôde sofrer, classificamos essa transformação como sendo mereológica, a qual ocorreu na metade das atividades. Nessas atividades, os alunos conseguiram relacionar o todo com as partes, destacando subfiguras ou agrupando figuras.

Na maioria das atividades houve a apreensão operatória ótica, na qual o aluno conseguiu manipular a imagem, transformando uma figura em outra, considerada sua imagem. Isso ocorreu, por exemplo, nas atividades em que os alunos destacavam, com a ferramenta polígono, as figuras visualizadas nas fotos. Em todas as atividades, os alunos identificaram as figuras independentemente da posição que elas ocupavam, utilizando o que Duval (2003) classifica como apreensão operatória posicional.

Em algumas atividades desenvolvidas com o software de geometria dinâmica, os alunos foram capazes de interpretar as questões discursivamente. Ou seja, eles conseguiram interpretar os elementos da figura geométrica, privilegiando a articulação entre os enunciados e o uso do software. Além do mais, os alunos usaram a apreensão perceptiva para resolver as questões propostas. Nessas situações, eles conseguiram interpretar as formas das figuras em uma situação geométrica. Essa análise foi realizada em todas as atividades que exigiram o reconhecimento das figuras, como por exemplo, no reconhecimento dos polígonos.

A partir dessa análise inicial de todas as atividades desenvolvidas, utilizando o software de geometria dinâmica, direcionamos nossa análise para os recortes de vídeos transcritos, com a finalidade de fazer uma avaliação mais pontual sobre cada questão.

Os recortes destacados dos vídeos, registrados das aulas no laboratório, foram organizados em episódios, nos quais o objetivo é evidenciar a complexidade cognitiva envolvida na atividade geométrica e, em particular, a análise dos processos epistemológicos emergentes de cada situação.

Daremos destaque ao episódio com a robótica, na qual trabalhamos com polígonos regulares. Nesse episódio, vemos a importância de se desenvolver a pluralidade dos registros de representações, de forma que o aluno seja capaz de reconhecer um objeto matemático por meio de múltiplas representações.

Para que ocorra a aprendizagem de um conceito geométrico, a conceitualização do objeto matemático, o qual Duval (2004) nomeia de noesis, deve ocorrer por meio de significativas representações, nomeadas de semioses. Isso significa que a compreensão em Matemática acontece na medida em que o sujeito que aprende consegue coordenar vários registros de representações associados a um mesmo objeto matemático ou geométrico.

O termo registro de representação semiótica é usado para designar os diferentes tipos de representação na mesma. As representações língua natural, figural, algébrica, gráfica são exemplos de diferentes tipos de registros de representações.

Um registro de representação semiótica é um sistema de signos que tem por objetivo não somente a comunicação, mas o tratamento da informação e a objetivização. Nesse sentido, esse registro de representação necessita permitir três atividades cognitivas: a formação de uma representação identificável, o tratamento de um registro de representação e a conversão de um registro para outro. (DUVAL, 2004).

Podemos analisar nas nossas atividades geométricas, por exemplo, uma reta, ela é uma representação identificável, pois todos reconhecem esse signo, é comum a todos. A atividade cognitiva é cumprida. O tratamento é como formamos mentalmente a informação que conceitua a reta. As conversões, por sua vez, são externas. Podemos representar uma reta de diferentes maneiras, seja graficamente, ou em forma de equação ou por nome.

Na construção da maquete, analisamos, relacionando com a visualização, quais processos cognitivos estavam presentes e quais relações foram possíveis de serem realizadas nesse contexto aula. O diferencial dessa atividade, em relação às anteriores, foi a robótica. Por meio da robótica e do GeoGebra, os alunos foram capazes de realizar diferentes registros.

A visualização proposta pela maquete e pelo robô, na situação proposta como problema de geometria, influenciou na resolução do problema. O problema consistia no menor caminho para o robô fazer a coleta seletiva de lixo nas salas de aula.

Quando analisamos situações-problemas em geometria, temos um raciocínio que implica referência a uma axiomática local, mas que se desenvolve no registro da língua natural. Essa forma de raciocínio, segundo Duval (2012), conduz o desenvolvimento de um tipo de discurso que funciona por substituição, como se tratasse de uma língua formalizada, ainda que situado em um registro em que o discurso é construído de modo natural, por associação e por acumulação. Na realidade, a passagem de um enunciado em língua natural a uma representação em outro registro, toca um conjunto complexo de operações.

Temos, no enunciado, o registro de partida que mobilizou a construção da maquete e a experiência com o robzinho. A partir da maquete, os alunos interpretaram as formas geométricas, fizeram desenhos que, posteriormente, facilitaram os cálculos matemáticos que respondessem à situação-problema. A resposta final, no nosso caso, seria o registro de chegada. Do registro de saída ao registro de chegada, temos várias etapas que destacamos e analisamos, segundo os conceitos definidos por Duval (2012).

Representando a maquete, temos os paralelepípedos, que formam os dois blocos de salas de aula. Para que o aluno fosse capaz de fazer a desconstrução dimensional de 3D em 2D, eles utilizaram a apreensão operatória de figuras espaciais, no nosso caso, os alunos identificaram apenas uma das faces do prisma, fazendo o desenho 2D da maquete.

Esse mesmo pensamento cognitivo é exigido quando o aluno faz a planificação total da figura de 3D em 2D, ou seja, ele consegue identificar mentalmente e representar externamente todas as partes planas da figura. De acordo com Duval (2009, p. 90), “[...] a desconstrução dimensional é onipresente em toda definição, em todo o raciocínio e em toda explicação em relação às figuras em geometria”. Planificar o paralelepípedo (figura tridimensional), representado pelos blocos de sala de aula, seria o aluno construir seis retângulos (figuras bidimensionais) que deveriam ter as mesmas medidas necessárias para a construção do bloco inicial.

No entanto, essa parte da atividade foi substituída pelo software de geometria dinâmica. Em termos gerais, o raciocínio cognitivo necessário para efetuar esse registro gráfico foi facilitado pelo software.

Duval (2015) discute esse tipo de automatização promovida pelos usos de softwares e o relaciona com as relações promovidas no monitor dos computadores, de acordo com esse autor, do ponto de vista cognitivo, os programas computacionais fornecem três grandes inovações:

[...] a mais fascinante delas é o poder da visualização que é estendido para todos os domínios do conhecimento. A segunda, é que eles constituem um meio de transformação de todas as representações produzidas no monitor.[...] Enfim, a produção é quase imediata: um clique e o resultado apresentam-se no monitor! Os programas computacionais AUTOMATIZAM A PRODUÇÃO COGNITIVA DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS. É isso que desperta o interesse e a inovação de um ponto de vista cognitivo e que explica o papel cada vez mais primordial que desempenham no ensino de matemática (cálculo, álgebra, análise, geometria), uma vez que tornam as atividades de matemática mais imediatamente acessível e mais fácil (DUVAL, 2015, p. 7).

No caso da planificação dos paralelepípedos, que representavam as salas de aula, os alunos deveriam efetuar várias medições para construir os retângulos e quadrados que formavam os paralelepípedos. A construção no software foi facilitada, no sentido de que os alunos tiveram mais agilidade em fazer os desenhos utilizando a planilha de visualização 3D.



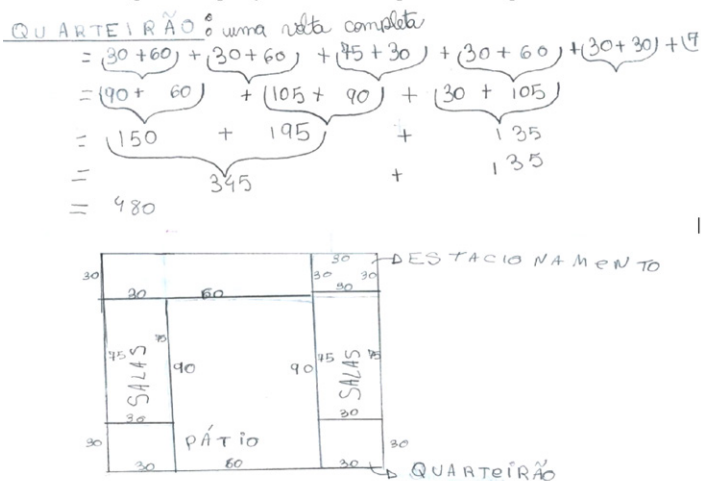
No entanto, anteriormente à utilização do software, foi solicitada a construção da figura com lápis e régua, os alunos apresentaram dificuldade em fazer as medições e transcrições dos valores para o papel. Essa construção da figura exigia uma apreensão sequencial, discursiva e operatória.

Os alunos apresentaram mais dificuldades em fazer a apreensão discursiva, que relacionava aos cálculos de perímetros das figuras planas construídas por eles. Abaixo, temos um trecho da nota de campo da pesquisadora:

Os alunos apresentaram grande dificuldade em fazer os desenhos da maquete. Demoram muito pra fazer os desenhos a mão livre. No software foi mais rápido, porém eu e a professora regente tivemos que auxiliá-los. Outra parte demorada foi a resolução dos problemas. Mesmo sendo contas simples, nas quais eles poderiam utilizar a calculadora do computador, eles se enrolaram e pareciam estar receosos de entregarem as respostas, mesmo eu dizendo que não precisavam colocar os nomes. (Auxiliei bastante nas resoluções) Muitas dúvidas, se perdiam nas somas. (NOTA DE CAMPO DA PESQUISADORA, 2015).

Na sequência, apresentamos um exemplo de atividade (Figura 6) em que percebemos que os alunos se perdem na organização de seus cálculos, mas apresentam um resultado correto, provavelmente advindo do uso da calculadora.

**Figura 6:** Operação da medida do perímetro do quarteirão



Fonte: Acervo dos autores.

A partir da análise dessa atividade, é possível observar que os alunos se prenderam às informações dadas pela figura. Isso nos mostra que a apreensão perceptiva se manteve mais presente do que a discursiva. Na resolução dessa atividade, observaram-se as seguintes articulações:

- a) a articulação entre a apreensão perceptiva e a apreensão operatória;
- b) a articulação entre a apreensão perceptiva e a apreensão discursiva.

A visualização é o resultado da articulação entre a apreensão perceptiva e a apreensão operatória. Por meio dela, o aluno pode identificar as formas na maquete. A apreensão perceptiva e a apreensão discursiva também apareceram articuladas nessa tarefa, resultando na chamada figura geométrica. O aluno precisou interpretar as perguntas da situação-problema e fazer as relações necessárias com a modelagem para efetuar os cálculos de perímetros e cálculos de áreas.

Na utilização do software para a construção da figura, seja ela em 2D ou 3D, existe articulação entre a apreensão operatória e a sequencial. Essa articulação é devida à necessidade dos alunos de seguirem etapas de construção das figuras. Eles inicialmente precisam conhecer as ferramentas existentes no software e, mentalmente, precisam mobilizar tratamentos diferentes para cada apreensão.

O dinamismo oportunizado pelo software, de arrastar as figuras na tela para a construção das figuras e as operações necessárias para o cálculo do perímetro ou das áreas pedidas nas situações-problemas, favorecem uma visão ampla de toda a atividade, diminuindo inclusive os possíveis erros de cálculos matemáticos.

## 5. Considerações Finais

As atividades e dinâmicas desenvolvidas durante o projeto proporcionaram momentos enriquecedores tanto para os pesquisadores quanto para os alunos que participaram, uma vez que o trabalho com o software de geometria dinâmica proporcionou aos alunos experimentar, analisar, descobrir os conceitos estudados.

Baseadas nessas atividades, as discussões foram se os alunos aprenderam por meio da análise e experimentações, as discussões e registros fundamentais para sanar possíveis falhas no aprendizado, mostrando para os professores-pesquisadores o que ainda precisava melhorar no ensino dos alunos.

Avaliando o projeto, de forma geral, é possível destacar que ele ocorreu da melhor forma possível, de acordo com as possibilidades e realidade do ambiente em que estava inserido. Foram adequados horários e forma de trabalho que dessem melhores condições para ocorrerem as atividades, contudo, consideramos

que ainda são necessárias muitas mudanças, tais como a disponibilização de uma internet melhor, a melhoria e a manutenção das máquinas dos laboratórios e maior disponibilidade e envolvimento dos professores regentes da turma.

Os alunos tiveram uma boa aceitação das dinâmicas, mas nem todos se envolveram de forma esperada, o que foi natural, já que as pessoas têm afinidades diferentes.

Há uma preocupação em se resgatar o ensino da geometria como uma das áreas fundamentais da Matemática. Para isso, muitos estudiosos dedicam-se à reflexão, à elaboração, implementação e avaliação de alternativas que busquem superar as dificuldades que, muitas vezes, são encontradas na abordagem desse tema, principalmente pelos professores em sala de aula.

Nesse sentido, este trabalho propôs-se a elaborar e analisar a aplicação de atividades relacionadas ao estudo da geometria para alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, com o uso de um software de geometria dinâmica. Essas atividades se mostraram essenciais para que o aluno tivesse a percepção de espaço, interpretasse esse espaço e sua representação de posição e de movimentação nele. Nesse processo, os pesquisadores atentam para a importância dos processos cognitivos existentes para o êxito do aluno nas atividades escolares, não só aquelas ligadas à Matemática, mas a todas as outras áreas de estudo.

A análise do desenvolvimento das atividades permitiu o alcance do objetivo proposto, haja vista que o software e a robótica desempenharam um papel-chave na aprendizagem da geometria, mostraram-se fundamentais para o desenvolvimento do pensamento cognitivo matemático, melhorando o aprendizado resultante em todas as atividades.

Outro ponto a ser destacado foi a aproximação proporcionada aos alunos pela Modelagem Matemática. A mesma se mostrou adequada a suscitar um ambiente de aprendizagem que gera um significado mais amplo sobre a Matemática, fazendo com que o estudante perceba que modelos matemáticos fundamentam muitas de nossas decisões a respeito da realidade em diversas atividades sociais.

Sendo assim, esta investigação oportunizou a compreensão sobre o modo como os alunos, desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, interagem com os conhecimentos matemáticos na construção de modelos matemáticos para resolver situações propostas no ambiente de modelagem envolvendo a Robótica e outras tecnologias como o GeoGebra.

Desse modo, os alunos podem refletir sobre a Matemática, sobre o seu papel na sociedade, envolvidos com problemas, discutindo as suas ideias e a

dos parceiros e escrevendo o que descobriram sobre as situações-problema reais. Portanto, os resultados mostram a necessidade da incorporação no trabalho desde as séries iniciais do Ensino Fundamental do ambiente da Modelagem Matemática, através da interação dos alunos com situações reais que mobilizam variados conhecimentos matemáticos.

## Referências

BASSANEZI, R. C. Ensino, aprendizagem com modelos matemáticos: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2009.

BIEMBERGUT, M. S.; HEIN, N. Modelagem matemática no ensino. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2003.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. 2017. Disponível em: [http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=79611-anexo-texto-bncc-aprovado-em-15-12-17-pdf&category\\_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79611-anexo-texto-bncc-aprovado-em-15-12-17-pdf&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192). Acesso em: 21 abr. 2020.

DUVAL, R. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. *Revemat: R. Eletr. De Edu. Matem.* eISSN 1981-1322. Florianópolis, v.07, n.1, p. 118-138, 2012. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n1p118>. Acesso em: 17 mar. 2020.

DUVAL, R. Mudanças, em curso e futuras, dos sistemas educacionais: desafios e marcas dos anos 1060 aos anos...2030! *Revemat: R. Eletr. De Edu. Matem.* eISSN 1981-1322. Florianópolis, v.10, n.1, p. 1-23, 2015. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2015v10n1p1>. Acesso em: 17 mar. 2020.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. *In: Machado, S. D. A. (org.). Aprendizagem em matemática: registros de representações semióticas.* 4. ed. Campinas: Papirus. 2003.

DUVAL, R. Semiósís e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. São Paulo: Livraria da Física, 2004. Fascículo 1, coleção Textos da Ciência.

FORNER, R. Paulo Freire e educação matemática: reflexos sobre formação do professor. Campinas: PUC Campinas, 2005.

LARA, I. C. M. Jogando com a matemática na educação infantil e séries iniciais. São Paulo: Rêspel, 2003.

PRENSKY, M. Digital natives, digital immigrants, part 1. On the Horizon, v.5, n.9, p. 2-6, sept./oct. 2001. Disponível em: <https://doi.org/10.1108/10748120110424843> Acesso em: 17 mar. 2020.

PRIOSTE, C. D. O adolescente e a internet: laços e embaraços no mundo virtual. 2013. Tese (Doutorado-Programa de Pós-Graduação em Educação). Área de concentração: Psicologia e Educação-Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 2013.

PROENÇA, W. L. O método de observação participante: contribuições e aplicabilidade para pesquisas no campo religioso brasileiro. Dossiê Religião, n. 4, abr./jul. 2007.

SANTOS, C. A.; NACARATO, A. M. A aprendizagem em geometria na educação básica: a fotografia e a escrita na sala de aula. 1.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

ZILLI, S. R. A robótica educacional no ensino fundamental: perspectivas e prática. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004.

# UMA PROPOSTA EDUCATIVA DE INVESTIGAÇÃO E MODELAGEM DE CIRCUNFERÊNCIA POR MEIO DA ROBÓTICA

*Hutson Roger Silva<sup>40</sup>*

*Suselaine da Fonseca Silva<sup>41</sup>*

## Resumo

A Aula Investigativa é o tipo de atividade que favorece o processo de ensino-aprendizagem, pois aproxima o cotidiano do aluno à investigação da matéria abordada. Dessa forma, com este estudo pretende-se verificar a eficácia da robótica educacional como uma ferramenta que auxilie no ensino e aprendizagem da disciplina de Matemática em aulas relacionadas à circunferência. A aula se iniciou com um debate sobre as formas de programação que a LEGO NXT oferece, em seguida foi proposta a montagem de um robô em formato de carro e pedida a programação deste protótipo, de acordo com a função de rotação, associando a distância ao comprimento da circunferência. Os testes feitos geraram discussões entre a turma, o que de fato foi um debate produtivo e participativo entre a sala. Contudo, pode-se afirmar que este projeto proporcionou aos estudantes uma experiência didática, comprovando que atividades envolvendo investigação e modelagem matemática podem cooperar com a formação pessoal dos alunos.

**Palavras-Chave:** Educação Matemática. Robótica Educacional. Investiga-ção Matemática e Modelagem.

## 1. Introdução

O ensino da Matemática tem passado por várias alterações no decorrer da história da educação. Antes, um método totalmente tradicional, dependente de poucos recursos didáticos e grandes listas de exercícios, tinha o professor como o centro das atenções (MARTINS; SILVA; BEZERRA, 2018). Atualmente essa realidade tem se transformado dia após dia, caminhando para um modelo que privilegia

40 Universidade Federal de Uberlândia – UFU. E-mail: silva.hroger@gmail.com.

41 Universidade Federal de Uberlândia – UFU. E-mail: amirsuse@ibest.com.br.

a construção do conhecimento, em que o aluno seja o protagonista de sua própria aprendizagem.

Uma forma de se desprender das técnicas tradicionais é buscando apoio em atividades que proponham a investigação e a modelagem matemática. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar suas respectivas propriedades. Uma investigação pode se desenvolver em torno de vários problemas, sendo eles ligados à disciplina ou não.

Já a Modelagem Matemática, que pode ser trabalhada dentro de uma atividade investigativa, procura analisar uma situação-problema, transformando-a em um modelo matemático (BIEMBENGUT, 1999). Para Biembengut (1999), a modelagem matemática é considerada uma arte, pois para formular, elaborar expressões, fazer tentativas e buscar as soluções para um determinado problema demanda muito esforço e criatividade, tanto por parte de quem elabora a situação, quanto de quem tentará solucioná-la.

Partindo de situações investigativas, o professor pode propor diversas situações que envolvam a modelagem, associando a Matemática às diversas outras áreas do conhecimento. De fato, o processo de investigação coopera para um melhor resultado do ensino e aprendizagem do estudante, pois o aproxima do mundo real em que vive (SEREIA; PIRANHA, 2010).

Uma forma para dinamizar as aulas que envolvam investigação e Modelagem Matemática é fazendo uma associação dessas com as novas tecnologias. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) recomenda aos professores trabalhar as diferentes tecnologias em sala de aula, afirmando que atividades como essas podem favorecer no desenvolvimento de diversas habilidades. Assim, acreditamos que ao associar aulas investigativas e com modelagem às tecnologias, o aluno pode passar a melhor

[...] compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2018, p. 9)

Nesse sentido, acredita-se que associar a robótica educacional em atividades de investigação e modelagem matemática pode auxiliar os estudantes na inclusão e no desenvolvimento do diálogo, na análise e no criticismo. Além disso,

ofertar uma aula que se desprenda dos padrões tradicionais, agrega valores significativos à aprendizagem dos estudantes.

A robótica educacional é um termo utilizado para caracterizar ambientes de aprendizagem que reúnem materiais de sucata ou kits de montagem compostos por peças diversas, motores e sensores controláveis por computador e softwares, permitindo programar, de alguma forma, o funcionamento de modelos (GAR, 2018).

Por ser um recurso multidisciplinar, a robótica pode ser proposta juntamente com outras disciplinas, permitindo ao professor associar conteúdos teóricos que podem ser demonstrados através da prática. Uma adaptação para seu uso está nas aulas de investigação, pois a robótica educacional possibilita ao aluno construir seus próprios conhecimentos através de suas observações (MAIOSENETTE, 2002).

Além de permitir ao educando a inclusão digital, Zilli (2002) afirma que a robótica utilizada em sala de aula pode despertar várias habilidades nos alunos, como o desenvolvimento do raciocínio lógico e do tino investigativo; a aplicação de teorias formuladas através de atividades concretas; a resolução de problemas por erros e acertos; bem como a capacidade crítica e o aprimoramento das relações interpessoais, que são privilegiadas pelo trabalho em equipes de aprendizagem.

Acreditando na influência que a robótica pode despertar na aprendizagem, este relato de experiência buscou propor uma atividade investigativa, envolvendo Modelagem Matemática, associando robótica à resolução de um problema que foi proposto com o objetivo de analisar quais os resultados obtidos ao se trabalhar com a investigação e a Modelagem Matemática em uma experiência com Robótica Educacional.

Partindo desse objetivo inicial, essa experiência também contou com objetivos secundários que visavam propiciar aos estudantes o desenvolvimento de sua capacidade de analisar, compreender e modelar determinado problema, dialogando com seus pares e buscando a solução em conjunto. Nesse contexto, a utilização da robótica como uma ferramenta de aplicação de conceitos matemáticos corroborou na produção de uma aula diversificada e atrativa no cumprimento desses objetivos.

A Robótica pode gerar um impacto social positivo entre os alunos, além de permitir a inclusão digital, pois podemos trabalhar questões que valorizem a existência humana, o meio ambiente, a saúde, a educação no trânsito, entre outros temas de cunho ético e moral. Além do mais, esse recurso pode nortear os alunos a seguir em seus estudos e a ingressar em uma instituição de ensino superior.



## 2. Procedimentos Metodológicos para Execução da Pesquisa

Considerando a importância do envolvimento entre o professor e os alunos, e também valorizando a proposta didática de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos utilizando a Robótica Educacional como recurso, o método de estudo trabalhado no prosseguimento desta atividade foi o da Pesquisa Qualitativa.

Nos últimos anos, o método qualitativo de pesquisa tem sido muito adotado por pesquisadores da educação. Segundo Bogdan e Biklen (1994), a investigação qualitativa possui cinco características: (1) a fonte de dados do espaço pesquisado é natural e o investigador é o principal protagonista no recolhimento desses dados; (2) os dados são de caráter descritivo; (3) a pesquisa qualitativa valoriza mais o processo em si do que o resultado final; (4) a análise dos dados é formulada por indução; e (5) o pesquisador tenta compreender o significado que os participantes acrescentam em sua experiência.

Em atividades como essa, os pesquisadores devem desempenhar um papel comunicativo e participativo no acompanhamento das hipóteses formuladas nas avaliações registradas (THIOLLENT, 2005). Bogdan e Taylor (1986) destacam que o pesquisador deve estar envolvido por completo na pesquisa, tendo sua participação como algo muito importante.

A conjectura qualitativa é totalmente adequada para o tema proposto, pois ao trabalhar uma aula investigativa de Matemática com Robótica, busca-se analisar qual a eficácia de se trabalhar investigação e Modelagem Matemática em experiência com Robótica Educacional. Para isso, por meio dos métodos qualitativos, pretende-se:

[...] desenvolver uma reflexão aberta e sem âncoras apriorísticas em relação às exigências e às necessidades de produzir conhecimento em uma perspectiva qualitativa; tento buscar uma posição quanto às novas perguntas e respostas criadas ao implementar um processo diferente de construção do conhecimento [...] (GONZÁLEZ REY, 2005, p. 5).

Para produzir os dados deste estudo, o material utilizado foi o kit de robótica da LEGO (Figura 1) com o modelo NXT. A maleta da LEGO é composta por 431 peças, sendo as principais: a bateria de lítio recarregável; motores; sensor de luz; sensor de som; sensor ultrassônico; sensores de toque; sensores de rotação incorporados aos motores; cabos conversores e conectores; cabo USB e maleta para organização de todo o material.

**Figura 1**– Material LEGO NXT.



**Fonte:** O autor.

A plataforma de programação utilizada é oferecida pela própria LEGO de forma totalmente gratuita. A programação pode ser realizada em blocos, dispensada toda e qualquer dificuldade em seu manuseio. Com a programação em blocos é possível conduzir os mecanismos construídos com diversos movimentos, desde os mais simples aos mais avançados. No caso dessa experiência, foi utilizada somente a função de movimento dos motores mediante rotações, distância e comprimento da roda.

Os sujeitos participantes desse momento de estudo foram os 20 alunos do 9º (nono) ano do ensino fundamental, com faixa etária entre 14 e 15 anos. Essa experiência contou com os seguintes passos para sua execução:

1. Montagem do robô;
2. Apresentação da situação-problema;
3. Debate e questionamentos sobre a situação proposta;
4. Programação e testes;

##### 5. Debate e análise sobre o ensino e aprendizagem;

Como estratégia de obtenção das informações, foram produzidos alguns instrumentos de coleta como: notas de campo, rascunhos, questionários, fotografias, gravação em áudio e filmagens. Essa estratégia foi planejada com base na ideia de se analisar o trabalho das equipes e formular considerações mais precisas em detrimento dos dados coletados.

As escolhas das ferramentas para a produção de dados foram baseadas em Tuckman (2000), que destaca três pontos importantes para obtenção de dados: (1) entrevistas, (2) quaisquer documentos e (3) observação. No contexto dessa experiência, a maioria das informações coletadas foi produzida pelas ações dos alunos, que seguiram um roteiro e um questionário com perguntas que deveriam ser respondidas, durante a execução da atividade, de forma organizada e colaborativa. Os documentos produzidos pelos alunos resultaram em um aporte rico em detalhes que descrevem não apenas a experiência em si, mas também a opinião e o sentimento deles com relação a essa vivência.

Vale ressaltar que as observações do pesquisador também auxiliam e contribuem para melhores considerações sobre seu trabalho, podendo analisar melhor o comportamento dos alunos e como a atividade pode influenciar em seu cotidiano. Em atividades como essa, o professor deve estar em diálogo com a turma, sendo um mediador de conhecimentos, para que assim, seus alunos possuam uma aprendizagem significativa.

### 3. A Experiência com Robótica Educacional

A situação-problema sugerida aos alunos como base dessa investigação propunha associar o comprimento de um percurso, desenhando com fita adesiva na mesa de trabalho das equipes, com o comprimento da circunferência da roda de um carro, a fim de descobrir quantas rotações seriam necessárias para que a roda cumprisse esse trajeto.

Para analisar o contexto, os alunos deveriam se organizar e dialogar sobre as possibilidades de ações que solucionassem a situação-problema apresentada, cujo resultado partiria da modelagem dessa atividade, relacionando-a com o conteúdo de comprimento da circunferência e a aplicação da fórmula matemática  $C = 2\pi r$ .

O percurso marcado pelo professor em cada mesa do laboratório de robótica tinha um comprimento diferente, bem como as rodas que foram distribuídas com tamanhos aleatórios. A sala foi dividida em oito equipes de trabalho que seguiram as orientações para construir um robô em formato de carro, de acordo com

o modelo que lhes havia sido entregue. Na Figura 2 pode-se verificar o momento de construção desse protótipo, seguindo as orientações dadas pelo professor:

**Figura 2**– Momentos iniciais para a construção do robô em formato de carro.

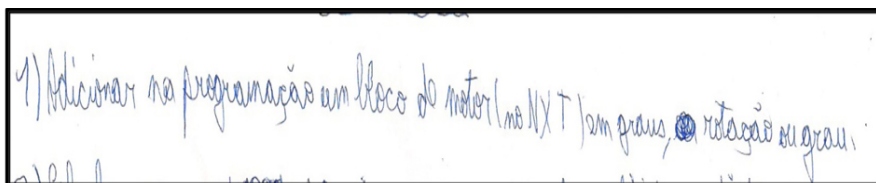


Fonte: O autor.

Após o término da montagem dos robôs e antes de apresentar o problema a ser solucionado, o professor debateu com os alunos sobre os meios de programação que poderiam ser utilizados para que o robô pudesse desenvolver suas atividades, tendo em vista a proposta de fazê-lo percorrer por caminhos previamente determinados. Os grupos foram incentivados a escrever primeiramente como deveria ser a programação, antes de realizá-la no software da LEGO.

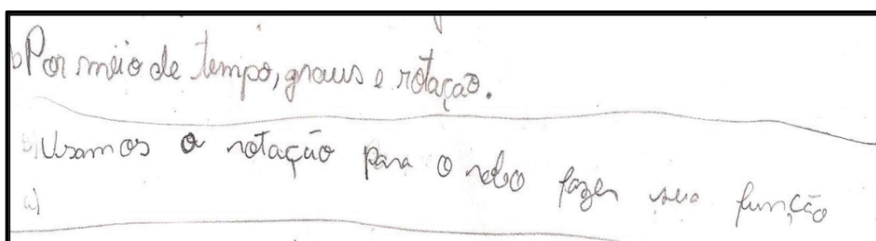
As equipes deveriam escrever o que definiram em consenso sobre a melhor maneira de programar os motores do robô para que esse executasse a missão de percorrer o caminho proposto. Essa questão tinha como intuito conhecer o nível de dificuldade que os grupos poderiam apresentar antes de realizar a programação em busca da melhor solução para a atividade. Os alunos conversaram entre si, definindo também quem seria escolhido como relator da equipe para o preenchimento dos questionamentos e apresentação dos resultados. Foram apresentados três meios de programação, a saber: rotação, graus ou centímetros. Quase todas as equipes concluíram que a programação por rotação seria a mais útil para essa situação-problema abordada, pois poderiam utilizar a medida da circunferência da roda

dividida pelo comprimento da circunferência da rotação do motor, determinando assim, a quantos centímetros correspondia uma rotação. A Figura 3 apresenta o exemplo de resposta de duas equipes sobre suas ideias de como deveria ser programado o robô que foi construído, visando percorrer um dado percurso:



1) Adicionar na programação um bloco de motor (no NXT) em graus, rotação ou grau.

“Adicionar na programação um bloco de motor (no NXT) em graus, rotação ou grau”.



Por meio de tempo, graus e rotação.  
Usamos a rotação para o robô fazer sua função.

“Por meio de tempo, graus e rotação. Usamos a rotação para o robô fazer sua função”.

Fonte: O autor.

Para iniciar a primeira etapa da prática investigativa foi feita a contextualização da questão que, como descreve Pontes (2003), tem o objetivo de familiarizar os alunos com o problema, promover debates e levantar conjecturas. Foi proposto para esse fim o seguinte questionamento: *“Como determinar a distância que está marcada com a fita branca na mesa da equipe em função do tamanho da roda do robô para fazer com que ele realize todo o percurso? Qual o elemento matemático ou geométrico que pode ser associado ao movimento da roda do robô? Qual o cálculo que deve ser realizado para determinar a distância que deverá ser percorrida pelo robô?”*

A princípio, os alunos se mostraram tímidos para debaterem as questões e ninguém quis se voluntariar para dar o primeiro palpite. Conforme o professor ia instigando as equipes, eles começaram a discutir entre si sobre como responder a essas questões. Após alguns comentários entre os grupos, uma aluna afirmou que “se fosse associar com o comprimento da roda teria que usar a circunferência” Aproveitando a situação, outro aluno acrescentou que “seria necessário usar alguma fórmula para solucionar o problema.” A mesma aluna respondeu que “se fosse utilizar alguma fórmula deveria ser a do comprimento da circunferência que é o

resultado da multiplicação  $2\pi r$ .” Tendo em vista a importância do conhecimento das incógnitas, o professor anotou no quadro todas as informações importantes que os alunos iam falando. Então, para dar início à segunda etapa, o professor perguntou o que significava  $2\pi r$ , não houve muita dúvida, rapidamente a sala respondeu que “ $2\pi r$  é o comprimento da circunferência”. Complementando a pergunta, o professor questionou o que significavam as incógnitas descritas no algoritmo e todos os alunos responderam que “ $r$  é o raio da roda, obtido pela metade do diâmetro e  $\pi$  é aproximadamente 3,14”.

Ao anotar o raciocínio, para não perder a linha de entendimento dos grupos, os alunos começaram a traçar as conjecturas propostas pelo problema, cumprindo a segunda etapa que relata Pontes (2003). Para os alunos, a resolução do problema proposto já havia sido encontrada, bastando transcrever as ideias apresentadas para a interface de programação do robô. Diante dessa conclusão inicial, foi dado um tempo para a reflexão e verificação das hipóteses levantadas até aquele exato momento. Entretanto, outro aluno afirmou que “o problema não acabou, pois deveria calcular a distância que o robô vai andar”. Em seguida, outra aluna completou que para efetivar a solução “devia medir a distância que o carrinho ia percorrer”. Outros afirmaram que “para medir esta distância basta calcular o tempo que o carro robô gastaria durante o percurso”.

Os alunos foram interrogados sobre qual associação poderia fazer com o tempo, sabendo que o teste com a programação deveria ser feito uma única vez. Uma aluna de outro grupo concluiu que “não seria necessário calcular o tempo, pois o teste com o carro não foi associado à velocidade”. Logo, todos os alunos concordaram e descartaram a possibilidade de associarem o tempo com o comprimento da circunferência, afirmando que o problema se tornaria mais difícil.

Por fim, a mesma aluna palpitou que “se dividir a distância a ser percorrida pelo comprimento da circunferência, encontraria a quantidade de rotações necessárias para que a roda do robô concluísse seu trajeto”. Assim, ao discutir e analisar as hipóteses elencadas pelas equipes, pode-se fazer a modelagem necessária para a resolução do problema. Todos os alunos concordaram que a fórmula dita poderia informar a quantidade de rotação necessária para resolver o problema, sendo assim, fazendo o protótipo sair de um ponto e chegar exatamente a outro.

Chegando à terceira etapa de Ponte (2003), os alunos iniciaram os cálculos e os testes na programação, sendo permitido arredondamento de valores para facilitar as resoluções, todavia, os alunos estavam cientes de que o arredondamento não traria a exatidão, porém uma aproximação, podendo fazer o robô parar um pouco antes ou depois do ponto de chegada. Para essa etapa foi disponibilizada uma fita métrica para cada equipe e os alunos puderam medir a distância da mesa e o raio



dos diferentes tipos de roda. Como parte integrante dessa investigação, as equipes deveriam fazer o registro de todas as informações coletadas, bem como dos cálculos e dos valores encontrados que seriam utilizados na programação. A Figura 4 mostra uma das equipes fazendo a medição das grandezas relacionadas nesse processo:

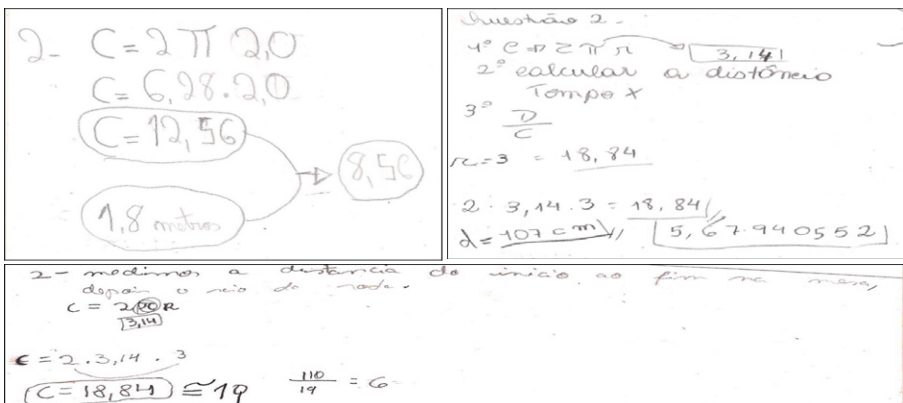
**Figura 4**– Alunos medindo o raio da roda e a distância do trajeto.



Fonte: O autor.

As folhas de anotação das equipes foram entregues ao professor, que estabeleceu uma comparação, percebendo que todos tiveram êxito na resolução do problema e que a única falha de algumas equipes foi no critério de organização dos dados e das respostas dadas. O professor aconselhou aos alunos que melhorassem a organização de seus registros, tendo em vista que essa habilidade é muito importante para a compreensão de qualquer problema. A Figura 5 destaca a resolução de três das oito equipes:

**Figuras 5** – Resolução do problema.



Fonte: O autor.

Após realizarem as contas e a programação, as equipes conseguiram fazer o robô percorrer o trajeto, umas com mais precisão do que as outras, mas como dito anteriormente, os próprios alunos tinham ciência de que pelo arredondamento nos cálculos utilizados poderia haver falhas na exatidão do movimento.

Ao finalizar a experiência, foi proposta uma discussão para análise e reflexão dessa atividade investigativa, bem como para avaliar o rendimento da aula. Os alunos, agora bem mais falantes do que no início da aula, levantaram alguns questionamentos, tais como: a diferenciação do tamanho das rodas dos robôs, a intensidade do giro do motor colocada na programação por cada equipe e se esses elementos interferem na precisão do movimento. A conclusão dos próprios alunos foi que esses elementos não interferiram, mas que o arredondamento nos cálculos pode, sim, interferir na chegada do robô com exatidão à linha final. Por fim, foi solicitada uma avaliação dos alunos sobre essa experiência, em que cada equipe deveria elaborar um parecer sobre suas impressões da aula. Algumas respostas foram agrupadas na figura 6 e transcritas logo abaixo, para maior entendimento do leitor.

**Figura 6:** Avaliação dos alunos sobre a aula.

• Todo o grupo achou interessante a experiência. Sabemos que foi apenas uma demonstração simples, mas que mostra que a matemática é extremamente aplicável na robótica. Ficamos surpresos que com a conta, a atividade proposta foi feita com precisão.

Questão 3 → Nós achamos que a aula foi interessante porque nós conseguimos usar nossos conhecimentos matemáticos na programação do robô e pudemos aprender mais. O Hudson é um ótimo professor.

Todos do grupo acharam uma aula boa para a aprendizagem.

**Fonte:** O autor.

O primeiro relato diz que “Todo o grupo achou interessante a experiência”. Ainda relataram que “sabiam que foi apenas uma demonstração simples, mas que mostra que a matemática é extremamente aplicável na robótica”, concluindo que “ficamos surpresos que com a conta, a atividade proposta foi feita com precisão.”



Outro grupo relatou que “acharam a aula interessante porque precisamos usar os conhecimentos matemáticos na programação do robô”, e ainda alegaram que “puderam aprender mais”. Um terceiro grupo narrou que “todos acharam uma aula boa para a aprendizagem”. Na discussão final proposta pelo professor, alguns alunos verbalizaram sua satisfação em participar dessa aula de robótica, avaliando que foi uma experiência divertida e bastante dinâmica, além de trabalhar uma aplicação de conceitos e fórmulas tão importantes para a Matemática.

Algo importante a ser destacado foi a participação efetiva dos alunos. Os questionamentos puderam fazer com que as conversas aleatórias fossem deixadas para um segundo plano, valorizando o momento de aula. Sendo assim, pode-se afirmar que essa experiência corrobora com a ideia de se utilizar a robótica como ferramenta para as aulas investigativas, obtendo resultados produtivos na aplicação de conceitos matemáticos para a construção da aprendizagem do aluno.

#### **4. Considerações Finais**

Os alunos conseguiram alcançar a modelagem final, por meio da investigação, da Modelagem Matemática do problema proposto. Essa atividade pôde apresentar aos alunos uma das aplicações da Matemática, sendo assim, acredita-se que a aula proporcionou aos indivíduos um momento prático e reflexivo, auxiliando na construção da aprendizagem. Após esta experiência, acredita-se que associar as aulas investigativas à cultura digital pode influenciar em resultados promissores para a educação. Nota-se que quando há a presença de algum equipamento eletrônico, há um envolvimento maior dos estudantes.

Vale ressaltar que, para que o professor se utilize de novas tecnologias em suas aulas, faz-se necessário o seu conhecimento total dessa ferramenta e, para tanto, sua formação continuada é imprescindível. A preparação do professor deve estar presente em seu cotidiano pois, para aulas que envolvam investigação e modelagem, é preciso todo um preparo, desde o planejamento dessa aula até a sua execução, a fim de que caminhe como o planejado e seus objetivos propostos sejam alcançados, promovendo a construção da aprendizagem pelo aluno.

A experiência comprova o enriquecimento cognitivo que os alunos podem adquirir através de atividades investigativas. O pensamento crítico, o diálogo, a criatividade e o esforço foram fundamentais para que os alunos pudessem alcançar êxito nessa experiência tão enriquecedora.

Observa-se também que aulas investigativas produzem debate, tornando-se envolventes e, conseqüentemente, a dispersão deixa de ser algo comum em sala de aula. Além do mais, é importante destacar o respeito e a empatia que os

alunos mantiveram durante a aula, conversando e escutando seus colegas de equipe, buscando em conjunto solucionar uma situação-problema. Vale ainda destacar que o professor deve definir bem quais os objetivos que pretendem alcançar, não deixando as aulas investigativas perderem o foco da aprendizagem, mas estando sempre atento e intervindo, sobretudo no comportamento dos alunos, quando necessário.

Por fim, essa experiência serviu para confirmar que a produção de aulas investigativas e de modelagens associadas à Robótica Educacional possibilita um trabalho educativo que garante o desenvolvimento cognitivo, interpessoal e crítico do aluno, o que de fato buscou-se analisar e responder desde o início desta experiência.

## Referências

BIEMBENGUT, M. S. Modelagem matemática & implicações no ensino e aprendizagem de matemática. Blumenau: Ed. da Furb, 1999.

BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S.K. Dados qualitativos. *In*: BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S.K. Investigação qualitativa em educação - uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BOGDAN, R. C.; TAYLOR, S. Introducción a los métodos cualitativos de investigación: la búsqueda de significados. Buenos Aires: Editorial Paidós, 1986.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 01 abr. 2020.

GAR - GUIA ALMANAQUE DE ROBÓTICA. Introdução à robótica. 2018. Disponível em: <http://www.leomar.com.br/brinquedos/images/stories/manuais/laboratorio/guia%2ode%2orobotica.pdf> Acesso em: 01 abr. 2020.

GONZÁLEZ REY, F. L. Pesquisa qualitativa e subjetividade: os processos de construção da informação. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005.

MAIOSENETTE, R. A utilização dos recursos informatizados a partir de uma relação inventiva com a máquina: a robótica educativa. *In*: Proinfo – Programa Nacional de Informática na Educação – Paraná, 2002.

MARTINS, K. S.; SILVA, E. S.; BEZERRA, L. M. A Prática do professor tradicional. V CONGRESSO DE EDUCAÇÃO, Olinda, v. V, p. 1-4, 1 nov. 2018. Disponível em: [http://www.editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/TRABALHO\\_EV117\\_MD4\\_SA3\\_ID3302\\_06092018171644.pdf](http://www.editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/TRABALHO_EV117_MD4_SA3_ID3302_06092018171644.pdf). Acesso em: 18 abr. 2020.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. Investigações matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. 149p.

SEREIA, D. A. O.; PIRANHA, M. M. Aulas práticas investigativas: uma experiência para a formação de alunos participativos. 2010. Disponível em: [http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/Ciencias/Artigos/aulas\\_prat\\_investig.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/Ciencias/Artigos/aulas_prat_investig.pdf) Acesso em: 01 abr. 2020.

THIOLLENT, M. Metodologia da pesquisa-ação. São Paulo: Cortez, 2005.

TUCKMAN, B. Manual de investigação em educação. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2000.

ZILLI, S. R. A robótica educacional no ensino fundamental: perspectivas e práticas. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

# A ROBÓTICA EDUCACIONAL NO CONTEXTO DAVYDOVIANO E A APRENDIZAGEM DE NÚMEROS INTEIROS

*Suselaine da Fonseca Silva<sup>42</sup>*

## Resumo

Este artigo, intitulado Robótica Educacional no contexto Davydoviano e a aprendizagem de Números Inteiros, apresenta relato da atividade experimental desenvolvida com estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental na aprendizagem de operações com Números Inteiros. O ensino das operações matemáticas envolvendo Números Inteiros (negativos e positivos) pode ser associado ao posicionamento de objetos e o seu deslocamento na reta numérica. No contexto das aulas de Robótica observou-se o mesmo raciocínio: a correlação entre o 'movimento do robô' e as 'operações com Números Inteiros' na reta numérica. Essa conexão nos permitiu realizar com os estudantes um experimento que fizesse a associação da teoria com a prática, utilizando a robótica como ferramenta de aprendizagem das operações com Números Inteiros. Os resultados obtidos comprovaram que a realização de atividades de aprendizagem pode favorecer a conexão entre a teoria e a prática, corroborando assim para o desenvolvimento das capacidades cognitivas e de novas habilidades.

**Palavras-Chave:** Ensino de Matemática. Robótica. Números Inteiros. Atividades de Aprendizagem.

## 1. Introdução

A forma como o ser humano adquire conhecimento foi objeto de estudo no decorrer da história da humanidade e continua sendo uma preocupação recorrente nos dias atuais. Especialmente nessa era virtual, em que a maior parte da população dispõe de algum recurso tecnológico com uma grande quantidade de informações que podem ser acessadas a qualquer momento, as discussões continuam vislumbrando as reais condições ou ferramentas que proporcionam uma aprendizagem significativa.

---

<sup>42</sup> Doutoranda da Faculdade de Educação na Universidade Federal de Uberlândia, Minas Gerais, Brasil. E-mail de contato: suses23@hotmail.com.

A busca por métodos que maximizassem os resultados advindos do processo de aprendizagem sempre foi uma preocupação de teóricos que engendraram as suas teorias mediante experimentações contundentes. Essas teorias fazem parte do contexto histórico da humanidade e norteiam diversos trabalhos científicos que estudam o comportamento humano e sua relação com o conhecimento.

Nessa perspectiva, Vygotsky<sup>43</sup> contribuiu muito por meio de suas pesquisas e se estabeleceu como um dos teóricos responsáveis por uma visão inovadora no campo do desenvolvimento psíquico e pedagógico. Suas teorias movimentaram por muitos anos o campo das pesquisas na antiga União Soviética (URSS), com vários adeptos em sua linha de pensamento. Entre seus seguidores, destacou-se Davydov<sup>44</sup>, cujas pesquisas associaram a Psicologia e a Pedagogia para firmar a necessidade de mudanças nas formas de ensinar. Suas pesquisas apontaram a necessidade de se priorizar a criação de atividades que conduzissem o estudante ao estabelecimento de relações entre o empírico e o teórico, entre o todo e suas partes, de forma significativa e produtiva.

Para Davydov, “uno de los problemas centrales de la psicología general, evolutiva y pedagógica es descubrir las conexiones entre el desarrollo de la psiquis del niño y su educación y enseñanza.” (DAVYDOV, 1988, p. 46). Tais conexões foram estudadas por Davydov através de programas experimentais que foram aplicados em escolas da União Soviética por vinte e cinco anos seguidos. Esses experimentos eram pautados pela aplicação de atividades previamente elaboradas pelo professor, visando o envolvimento do estudante na apropriação do conhecimento.

Davydov afirma em seus estudos que “[...] o professor deveria usar os meios definidos para promover a necessidade existente da criança e a capacidade de receber uma tarefa de aprendizagem e executar ações de aprendizagem” (DAVYDOV, 1999, p. 6). Nesse contexto, o professor tem um importante papel a cumprir, não apenas expondo o conteúdo, mas utilizando os meios que possam facilitar a aprendizagem, tornando-a mais significativa para os estudantes. O direcionamento dado pelo professor e as ferramentas adotadas por ele na apresentação do conteúdo a ser estudado precisam provocar o interesse do estudante, a fim de estabelecer sentido àquilo que se aprende. Libâneo (2004), estudioso das teorias de Davydov, afirmou que:

---

43 Lev Vygotsky (1896-1934), psicólogo bielorusso, realizou diversas pesquisas na área da aprendizagem e das relações sociais nesse processo – denominado ‘Sócio Construtivismo’. ([http://pt.wikipedia.org/wiki/Lev\\_Vygotsky](http://pt.wikipedia.org/wiki/Lev_Vygotsky)).

44 Vasili Vasilevich Davydov (1930 – 1998), psicólogo e professor russo, desenvolveu um ‘sistema de ensino’ (corresponde ao atual Ensino Fundamental) em que propunha um novo método para o ensino de matemática. (LIBÂNEO, 2004, p. 05)

Com base nas formulações de Vigotsky e Leontiev, Davídov desenvolve sua versão da teoria histórico-social da atividade, explicitando a tese de que a educação e o ensino determinam os processos do desenvolvimento mental dos alunos, incluindo a formação de capacidades ou qualidades mentais. (LIBÂNEO, 2004, p. 5)

Esses processos de desenvolvimento mental, se forem bem coordenados e utilizando os recursos adequados, podem potencializar as habilidades dos estudantes. Com o intuito de proporcionar uma aprendizagem significativa e associando a aula de robótica como a conexão necessária para esse fim, propusemos aos estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental um experimento com uma atividade que abrangesse as operações com os Números Inteiros, visando analisar o que essa atividade ‘instigaria’ nos estudantes e se de fato ela poderia auxiliá-los na compreensão dos conceitos matemáticos que lhes foram apresentados. Os aspectos teóricos utilizados nesse experimento são apresentados a seguir.

## 2. Aspectos Teóricos Davydovianos na Aprendizagem

Davydov apresentou em suas pesquisas o que para ele constituía a definição de Atividade de Aprendizagem, destacando que

[...] as crianças podem apropriar-se de conhecimentos e habilidades somente por meio da atividade de aprendizagem quando elas tiverem uma necessidade interna e motivação para fazê-lo. A atividade de aprendizagem envolve a transformação do material a ser apropriado e implica que algum produto mental novo, isto é, o conhecimento, seja adquirido. Necessidades de aprendizagem e motivos orientam as crianças para a apropriação de conhecimento como um resultado de transformações de um material dado. (DAVYDOV, 1999, p. 2)

Para Davydov (1999, p. 25), a Atividade de Aprendizagem só fará sentido se houver uma necessidade interna que funcione como motivação para que a criança queira se envolver na aquisição do conhecimento, estabelecendo novas conexões e gerando transformações significativas.

De acordo com a constituição da Atividade de Aprendizagem proposta por Davydov (1999, p. 25), a responsabilidade da escola passa a ser a reconfiguração de um currículo que seja historicamente relevante, bem como o gerenciamento das atividades, proporcionando ferramentas e meios específicos

para que o estudante desenvolva o seu pensamento criativo, sua consciência enquanto ser participante da sociedade, capaz de lidar com as situações adversas de seu cotidiano de forma ativa e laboral. As ações do professor devem estar voltadas para a organização e formulação de atividades que impulsionem os estudantes para esse desenvolvimento integral. Em contrapartida, os estudantes precisam se empenhar para participar dessas atividades de forma responsável e dinâmica, apropriando-se do conhecimento, que estabelece a conexão entre o teórico e o prático.

Com base nesses aspectos teóricos propostos por Davydov (1999, p. 25) para os três principais elementos do processo de ensino, a saber, a escola, o professor e o estudante, buscou-se delimitar um conteúdo de Matemática e uma ferramenta ou recurso que pudessem ser inseridos na proposta de Atividade de Aprendizagem que seria formatada para uma posterior aplicação. Nesse contexto, esta pesquisa visou explorar a aplicação de uma atividade de aprendizagem utilizando a robótica como recurso de aprendizagem das operações com Números Inteiros. A próxima seção apresenta os passos de criação dessa atividade.

## **2.1 A robótica educacional no processo de desenvolvimento da aprendizagem**

A robótica educacional se apresentou nas últimas décadas como uma ferramenta tecnológica a serviço do desenvolvimento cognitivo, podendo ser usada, entre outros fins, como recurso para a aprendizagem de conceitos. Se, para Davydov (1999), a organização de Atividades de Aprendizagem pode provocar no estudante o interesse pelo conteúdo, há de se levar em conta a necessidade de se dispor de ferramentas que auxiliem nesse processo e foi justamente essa necessidade que levou os pesquisadores deste trabalho a pensar na robótica com essa finalidade.

Na cidade de Uberlândia, em Minas Gerais, algumas escolas da rede particular de ensino têm integrado a robótica ao seu contexto educacional como instrumento aliado ao desenvolvimento de aulas práticas para se trabalhar conteúdos específicos de diversas áreas do conhecimento. Nessas aulas de robótica, os estudantes fazem a montagem de estruturas que simulam situações do dia a dia como, por exemplo, carros, pontes, elevadores, alavancas, entre outras, objetivando a associação com algum conteúdo que foi ou ainda será trabalhado em outras disciplinas.

Com base na experiência de quase dez anos oferecendo aulas de robótica aos seus estudantes, o Colégio Batista Mineiro foi escolhido para aplicar a Atividade de Aprendizagem que foi elaborada com o objetivo de reforçar o conteúdo de operações com Números Inteiros para os estudantes

do sétimo ano do Ensino Fundamental II. O material necessário à montagem dos mecanismos é disponibilizado pela escola e as aulas são realizadas em um laboratório, com espaço que permite dividir os estudantes em pequenos grupos. Vale ressaltar que a interação entre os estudantes também pode contribuir com a aprendizagem, sendo essa uma característica presente nas aulas de Robótica, que privilegia a divisão de tarefas e o compartilhamento de ideias. Nesse sentido,

A principal virtude da Robótica Educativa é exigir do estudante a organização de tarefas e pensamentos, desde o planejamento, até a montagem dos mecanismos e a programação da lógica do robô. Com isto, a cada passo do projeto é necessário agregar conhecimentos múltiplos para solucionar problemas, elevando gradualmente a complexidade de pensamento e, concomitantemente, o grau de atração dos estudantes na resolução do problema. (CAMBRUZZI; SOUZA, 2013, p. 23)

Nas relações que se apresentam favoráveis ao desenvolvimento integral, pode-se acrescentar a relação científico-tecnológica, que ambienta a teoria mediante o processo tecnológico. As especificações do conteúdo abordado na atividade de aprendizagem são descritas na próxima seção.

### **3. Planejamento e a Efetivação da Atividade de Aprendizagem**

A Atividade de Aprendizagem propicia aos estudantes vivenciar situações práticas que os auxiliem na compreensão e na apropriação de alguns conceitos, processos e até mesmo de algumas teorias. A atividade de aprendizagem planejada à compreensão das operações com Números Inteiros (positivo e negativo) conduziu a dois aspectos essenciais para sua efetivação.

O primeiro aspecto, a familiarização dos estudantes com a montagem e a programação dos mecanismos robóticos; o segundo, as dificuldades apresentadas pelos estudantes do 7º ano, relacionadas à compreensão das operações envolvendo números negativos e positivos ao mesmo tempo.

Com a finalidade de proporcionar ao estudante uma experiência real para a aplicação da teoria, foi proposta a atividade de aprendizagem descrita no Quadro 1, em suas respectivas etapas:



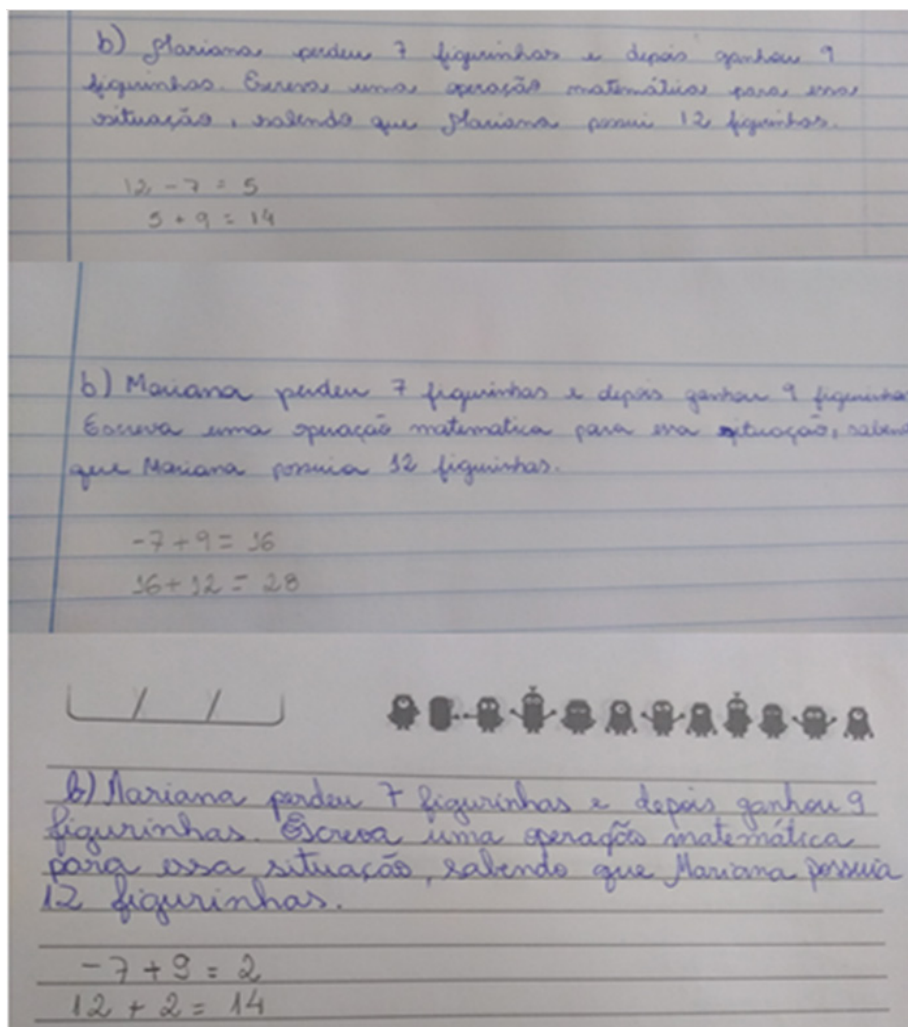
**Quadro 1**– Planejamento da Atividade de Aprendizagem.

ETAPAS	AÇÕES
1ª ETAPA – AMBIENTAÇÃO DO CONTEÚDO (15 e 16 de Abril de 2019)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• APRESENTAÇÃO DO CONTEÚDO: CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIRO</li> <li>• EXERCÍCIOS DE SONDAGEM DA COMPREENSÃO DA TEORIA</li> <li>• CORREÇÃO E ANÁLISE DAS RESPOSTAS DADAS AOS EXERCÍCIOS</li> </ul>
2ª ETAPA – ATIVIDADE DE APRENDIZAGEM (17 de Abril de 2019)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• CONSTRUÇÃO DO ROBÔ-BASE CONFORME MANUAL DE INSTRUÇÕES</li> <li>• APRESENTAÇÃO DA RETA NUMÉRICA COMO ESPAÇO PARA DESLOCAMENTO DO ROBÔ</li> <li>• SORTEIO DAS OPERAÇÕES ENTRE OS GRUPOS</li> <li>• ELABORAÇÃO DE ESTRATÉGIAS</li> </ul>
3ª ETAPA – VALIDAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO (17 de Abril de 2019)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• PROGRAMAÇÃO DO ROBÔ</li> <li>• TESTES DA PROGRAMAÇÃO NA RETA NUMÉRICA</li> <li>• CORREÇÃO DE ERROS</li> </ul>
4ª ETAPA – DISCUSSÃO DOS RESULTADOS (17 de Abril de 2019)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• APRESENTAÇÃO DA SOLUÇÃO DE CADA GRUPO</li> <li>• DEBATE E ANÁLISE DOS RESULTADOS ALCANÇADOS</li> </ul>

**Fonte:** O autor (2019).

As etapas descritas nesse quadro transcorreram de forma dinâmica e sequencial, com a colaboração de todos os estudantes durante a aula de robótica. Na primeira etapa, a apresentação do conteúdo gerou dúvidas, mostrando que a temática era nova para os estudantes e apontando algumas dificuldades na resolução de exercícios, em particular, os que necessitavam de operações de adição e subtração entre números positivos e negativos. Em outros casos, a dificuldade apresentada foi quanto à compreensão dos valores ‘negativos e positivos’ como sentidos opostos. A Figura 1, a seguir, exemplifica essa ocorrência, mostrando a divergência na compreensão do problema que havia sido proposto.

Figura 1– Resolução do problema.



Fonte: O autor (2019).

A figura apresenta três resoluções diferentes para um problema básico, envolvendo perdas e ganhos. Aparentemente, poderia ser considerado um problema muito simples, até mesmo infantil para a faixa etária dos estudantes (entre 12 e 13 anos). Entretanto, as operações que alguns estudantes apresentaram na resolução do problema demonstraram falta de compreensão da adição e subtração no conjunto dos Números Inteiros. Durante a correção das atividades, os estudantes levantaram vários questionamentos sobre os resultados apresentados

como solução correta, denotando a dificuldade em assimilar a essência das operações envolvendo os números negativos e positivos.

Na segunda etapa foi proposta uma aula de robótica como atividade de aprendizagem para a apropriação das operações com Números Inteiros. Como as aulas de robótica são trabalhadas de forma dinâmica e colaborativa, os estudantes foram divididos em grupos (de três e quatro pessoas) e desafiados a montar e programar um robô que, pelo deslocamento na reta numérica, pudesse resolver algumas operações básicas com Números Inteiros.

Inicialmente, cada grupo montou um robô-base, que possui a capacidade de deslocamento para frente e para trás, o que simula bem na reta numérica as operações de adição (movimentação para a direita) e subtração (movimentação para a esquerda). A Figura 2 mostra o momento de construção do robô e sorteio das operações.

**Figura 2**– Montagem do Robô e sorteio da operação.



**Fonte:** O Autor (2019).

A última imagem dessa figura apresenta o sorteio da operação por um dos grupos. Os estudantes deveriam programar para que o robô partisse do ponto zero da reta. Por exemplo, se um grupo sortearse a operação “ $-2 + 5$ ”, o robô, partindo do zero, deveria realizar: dois movimentos para a esquerda e cinco para a direita, parando no ponto três da reta, que é a resposta correta para essa operação. Como a distância entre os pontos da reta numérica construída pelo professor não correspondia a ‘um giro completo’ da roda do robô e, sem a permissão do uso de régua ou fita métrica, o nível de dificuldade da programação fez com que cada grupo estabelecesse seu próprio critério na medição dos espaços entre os pontos. O ápice da atividade foi o momento em que os grupos passaram a estabelecer os meios para elaborar a programação do robô, conforme Figura 3, a seguir.

**Figura 3**—Estratégias e Programação do robô.

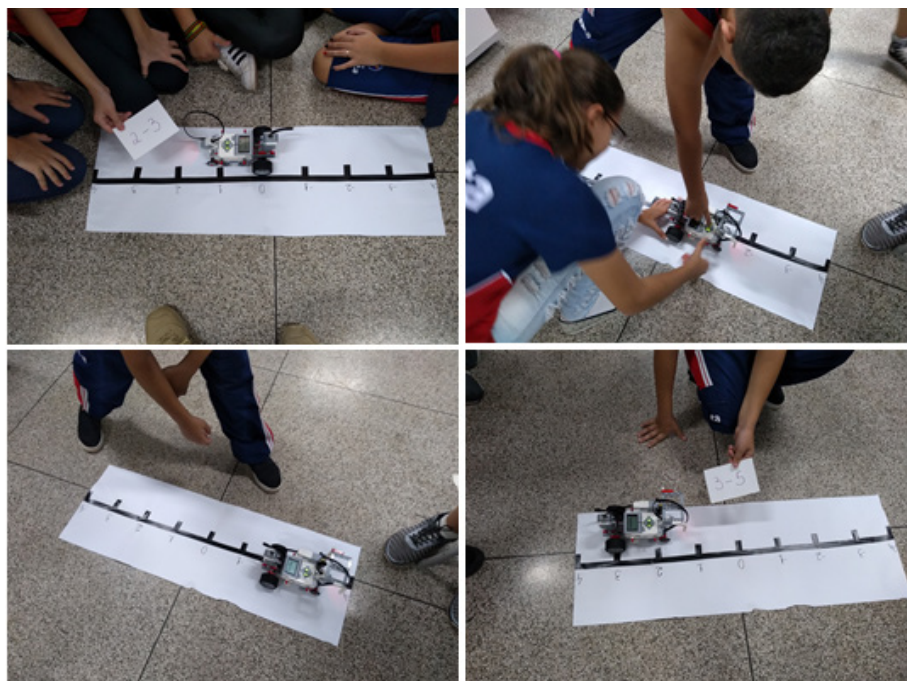


Fonte: O Autor (2019).

A figura apresenta o momento de organização de um dos grupos, em que as responsabilidades foram divididas para que se chegasse aos resultados desejados. A busca por estratégias mais assertivas movimentou todos os estudantes, que puderam atuar colaborativamente, ora ouvindo, ora sendo ouvido em suas ideias.

Na terceira etapa da atividade, foi estabelecido pelo professor que os grupos teriam três chances para validar a sua programação. O grupo poderia acertar de primeira ou não, sendo-lhe permitido modificar a programação do seu robô até três vezes nesse processo. Dos sete grupos que foram montados para a atividade, apenas dois conseguiram chegar ao resultado correto na primeira tentativa. Quatro grupos ajustaram sua programação, conseguindo na segunda tentativa, e um grupo precisou da terceira tentativa para acertar a operação. O processo de ajustes e validação do resultado de alguns grupos podem ser conferidos na Figura 4.

Figura 4—Ajustes e validação dos resultados.



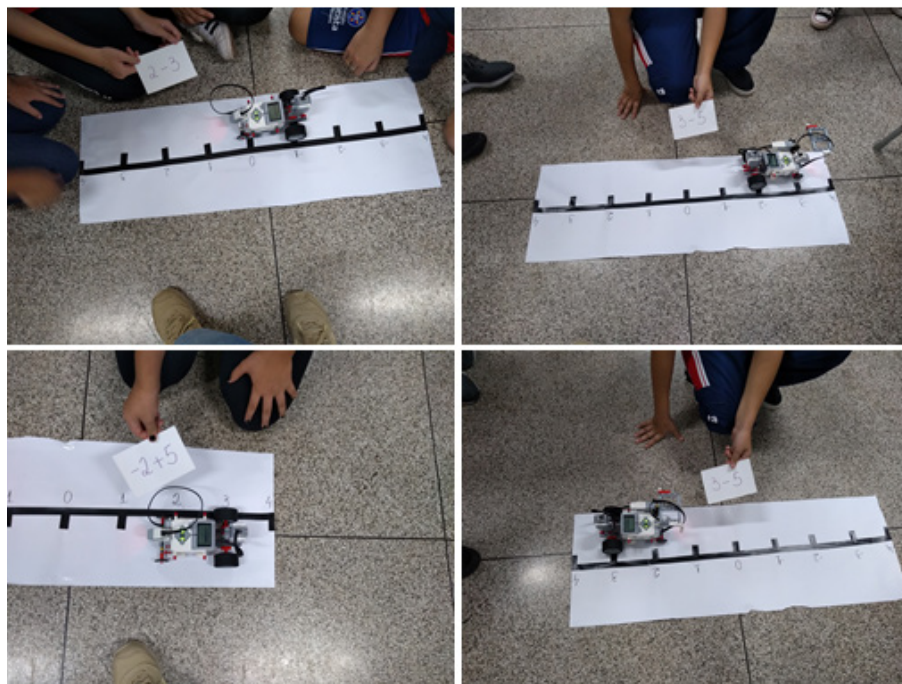
Fonte: O Autor.

Durante essa etapa, alguns estudantes executavam a operação do cartão sorteado pela equipe, sabendo exatamente onde o robô deveria parar após realizar as ações de idas e vindas na reta numérica.

Após os ajustes da programação, cada grupo apresentou seus resultados, relatando aos demais quais foram as maiores dificuldades encontradas por eles durante o desenvolvimento da atividade. Essa foi a quarta e última etapa da atividade de aprendizagem, que apontava para um nível discursivo do processo pelos estudantes. Muitos disseram que a etapa mais difícil foi a medição da distância entre os pontos sem o uso da régua ou de um instrumento próprio para tal. Um grupo afirmou ter usado o cadarço do tênis de um estudante para medir a distância entre os pontos e comparar com o contorno da roda do robô. Isso denota que outro conceito importante da Matemática já foi utilizado por eles, o de comprimento da circunferência, que poderá ser abordado em outra atividade de aprendizagem. A Figura 5 mostra o resultado final de alguns grupos.



**Figura 5**– Resultado final da operação na reta numérica.



Fonte: O Autor (2019).

Como mostra a Figura 5, a roda dianteira do robô é o que determina seu deslocamento sobre os pontos da reta e, por isso, ao executar a programação, ela para exatamente no resultado da operação como era esperado na proposta da Atividade de Aprendizagem. Ao final de todas as etapas foi realizada uma roda de conversa com as equipes, que puderam expressar suas percepções com relação à essa aula. Os estudantes mostraram de forma geral uma descontração e euforia difíceis de se perceber no ambiente de uma sala de aula convencional. Isso denota que a Atividade de Aprendizagem proporcionou um ambiente propício ao envolvimento do estudante com o conhecimento de forma prática e dinâmica, como era o objetivo inicial desse experimento. A última seção desse artigo apresenta as conclusões observadas na aplicação dessa atividade.

#### 4. Considerações Finais

A proposta de se trabalhar com Atividades de Aprendizagem é apontada por Davydov (1999, p. 35) como um método que auxilia o estudante na

compreensão e apropriação do conhecimento, estabelecendo conexões entre os aspectos teóricos e práticos para o desenvolvimento humano. Na atividade de aprendizagem apresentada neste artigo, foi utilizada a robótica como ferramenta para o entendimento das operações com Números Inteiros. Durante essa atividade, foi possível perceber o quanto os estudantes se envolveram em todas as etapas, compreendendo de forma eficaz a associação entre as operações com Números Inteiros e o movimento do robô na reta numérica.

As estratégias utilizadas na solução dos problemas, as tentativas de acerto na programação e a interação entre os componentes do grupo, mostram que o ambiente escolar pode ir além da produção de conhecimentos teóricos, promovendo atividades que favoreçam o desenvolvimento de habilidades e capacidades que influenciam na formação integral do indivíduo.

Pelo cunho prático dessa atividade de aprendizagem, pode-se concluir que a lembrança do movimento do robô na reta numérica permanecerá na memória dos estudantes como uma ponte, estabelecendo as conexões necessárias ao aprendizado significativo das operações com Números Inteiros.

Outras experiências com Atividades de Aprendizagem podem surgir a partir desta, buscando a confirmação dos resultados apresentados neste artigo e categorizando novas ações que proporcionem a apropriação do conhecimento e o desenvolvimento cognitivo do estudante como agente de seu próprio aprendizado.

## Referências

CAMBRUZZI, E.; SOUZA, R. M. **O uso da robótica educacional para o ensino de algoritmos**. 2013. Disponível em: <http://www.eati.info/eati/2014/assets/anais/artigo4.pdf>. Acesso em: nov. 2019.

DAVYDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**: investigación teórica y experimental. Moscu: Progreso, 1988.

DAVYDOV, V. V. **O que é a verdadeira atividade de aprendizagem?** Tradução de Cristina Pereira Furtado. Revisão da tradução de José Carlos Libâneo e Raquel A. Marra da Madeira Freitas. 1999.

LIBÂNEO, J. C. A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender – Davíдов e a teoria histórico-cultural da atividade. In: **Revista Brasileira de Educação** (27). São Paulo: Anped, 2004. Disponível em: <http://www.anped.org.br/reunioes/26/outrostextos/tegt04.doc>. Acesso em: maio.2020.

# MODELAGEM MATEMÁTICA MAKER

Élton Meireles de Moura<sup>45</sup>

Deive Barbosa Alves<sup>46</sup>

Arlindo José de Souza Júnior<sup>47</sup>

## Resumo

Neste artigo apresentamos uma ‘discussão’ sobre a convergência da Modelagem Matemática e da Educação Maker no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Método que parte do estudo de uma situação-problema à solução do problema. Foram utilizados dados de estudos anteriores, considerando a Modelagem Matemática e a Educação Maker complementares. Baseados em Bassanezi (2011), Biembengut (2003) e Meyer (2020), constamos definições e procedimentos da Modelagem na Educação. Sobre a Educação Maker, além de breve histórico, apresentamos características que conceituam o termo, alicerçado no ‘construcionismo’ de Papert (1928 – 2016), conforme Moura (2019). Após elucidar a convergência de termos que conceituam ‘processos de modelar e prototipar’, propõe-se a Modelagem Matemática Maker, apresentando a ‘Espiral de Modelagem Matemática Maker’, fundamentada na Espiral de Aprendizagem de Valente (2005). Essa proposta mostrou-nos a importância de se criar meios que possam contribuir à Educação, na medida em que se buscam ações educativas, integradas às tecnologias digitais em uma perspectiva ‘dialógica, emancipadora,

---

45Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia – UFU (2009), Mestre na linha de Saberes e Práticas Educativas pela Faculdade de Educação da UFU (2013), Doutor pela Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo – USP, sob a temática da Educação Maker, com Doutorado Sanduíche pela Stanford University (2019). Pesquisador do Núcleo de Pesquisa em Mídias na Educação (NUPEME), e Pesquisador do Grupo de Estudos e Pesquisa em Avaliação Educacional (GEPAE), todos filiados à UFU. Contato: e.meireles@alumni.usp.br;

46Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia – UFU (2006), Mestre na linha de Saberes e Práticas Educativas pela Faculdade de Educação da UFU (2011), Doutor pela Faculdade de Educação da Universidade Federal de Uberlândia. Professor do Colegiado de Matemática da Universidade Federal do Tocantins e membro do núcleo docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Tocantins, Câmpus de Araguaína. Pesquisador do Núcleo de Pesquisa em Mídias na Educação (NUPEME). Contato: deive@uft.edu.br;

47Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP (1989), Mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP (1993), Doutor em Educação pela Universidade Estadual de Campinas – Unicamp (2000). Professor Titular da Faculdade de Matemática da Universidade Federal de Uberlândia e membro do núcleo docente da Pós-graduação da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Uberlândia – UFU. Pesquisador do Núcleo de Pesquisa em Mídias na Educação (NUPEME). Contato: arlindoufu@gmail.com.



participativa, criativa e compartilhada’ que contribua à autonomia das pessoas envolvidas à condição de autores/autoras de suas trajetórias.

**Palavras-Chave:** Modelagem Matemática. Educação Maker. Convergência. Ensino e Aprendizagem de Matemática. Modelagem Matemática Maker.

## 1. Introdução

A intenção de compreender o universo, na busca por explicações para os diferentes fenômenos que observamos na natureza, tem rendido diversas abordagens e estratégias de como estudamos e tratamos a informação. Com o passar do tempo, as abordagens e meios para essas observações e estudos têm se modificado, se modernizado e se transformado, dando origem ao que se compreende como modelos.

Assim, um modelo, resultado de um método, segue uma sequência de etapas, que permitam: compreender a situação-problema e, assim, resolvê-la, aprimorá-la, modificá-la, ou ainda, criar outra. Como a Modelagem faz parte de nosso processo cognitivo – pensamos por meio de modelos – o uso de um conjunto de procedimentos foi bem absorvido no meio educacional, principalmente pela disciplina de Matemática, cunhando a Modelagem Matemática como uma das principais ferramentas da área, tanto para pesquisa quanto para o ensino de Matemática.

Paralelamente, temos evoluído como espécie a partir das ferramentas que criamos e utilizamos, além das construções que, com tais ferramentas, concebemos. Assim como a Modelagem, a Criatividade, em sentido literal, é outro processo defendido no cenário educacional, apesar de não ser simples. Criar no ‘universo escolar’ é se deparar com desafios. Porém, no início deste século temos nos deparado com a ideia de Educação fundamentada no ato de criar, a chamada Educação Maker.<sup>48</sup> Aqui, vale apenas ressaltar que a ‘aprendizagem criativa’, elucidada pela Educação Maker e, geralmente, ocorrida em espaços de fabricação digital, vem usando diversas tecnologias ao mesmo tempo em que amplia as possibilidades de processos de experimentação e estudo do currículo na educação formal (MOURA, 2019).

Neste capítulo, o objetivo é iniciar uma discussão sobre a convergência da Modelagem Matemática e da Educação Maker em um processo integral de ensino e aprendizagem de Matemática, que vai do estudo de uma situação real à criação

<sup>48</sup>Maker é um termo de língua inglesa que se origina do verbo to make, que em português significa “fazer”. Portanto, Maker, no sentido do texto, está relacionado a quem ou o que cria e constrói alguma coisa, em outras palavras, um criador.

de uma solução para o problema abordado. Para tanto, foram utilizados elementos originados em estudos anteriores, com o intuito de verificar a hipótese de que a Modelagem Matemática e a Educação Maker podem ser complementares.

Este texto encontra-se, então, dividido em cinco seções, a saber: (1<sup>a</sup>) Sobre Modelagem Matemática, trata-se brevemente sobre as definições da Modelagem no cenário educacional brasileiro; (2<sup>a</sup>) Sobre a Educação *Maker*, apresenta-se uma síntese histórica enlaçando as características elementares que conceituam o termo; (3<sup>a</sup>) Cartografia da Convergência: Modelagem e Prototipagem, onde encontra-se uma breve discussão sobre a cartografia da convergência de dois termos que conceituam os processos educacionais, Modelagem e Prototipagem; (4<sup>a</sup>) Modelagem Matemática *Maker*, onde se apresenta um modelo que engloba a união de preceitos da Modelagem Matemática com os da Educação *Maker*, a favor do ensino e do desenvolvimento do currículo escolar; por fim, tem-se as (5<sup>a</sup>) Considerações Finais.

## 2. Sobre Modelagem Matemática

A defesa da Modelagem Matemática como método ou processo no ensino tem seus começos nos anos de 1970, por alguns professores de disciplinas de Cálculo Diferencial Integral, em Cursos de Engenharia. Segundo Biembengut (2003), o Brasil teve suas primeiras proposições, nessa mesma década, pelos professores de Educação Superior: Aristides Camargo Barreto e, após fazer uma palestra na UNICAMP, Aristides ‘instiga’ o interesse de Rodney Carlos Bassanezi. E nesse processo de ‘conquista’ pela Modelagem, o espaço brasileiro de adeptos da Modelagem é significativo. Outros autores, apesar de não se dedicarem à Modelagem na Educação, também, têm dado importantes contribuições, como: João Frederico Mayer e Ubiratan D’Ambrósio.

Não há, porém, um consenso sobre o conceito de Modelagem Matemática e, conseqüentemente, também não há um único conjunto de procedimentos indicados para sua concepção. Isso não significa que sejam apontamentos divergentes. Bem verdade, não é difícil verificar semelhanças tanto nas definições quanto nos conjuntos adotados como procedimentos para as propostas de Modelagens Matemáticas. Bassanezi (2011), por exemplo, conceitua a Modelagem Matemática como um processo dinâmico utilizado na obtenção e validação de modelos matemáticos, ou ainda, uma interessante forma de abstração e generalização com finalidades diversas, alinhadas à resolução de situações reais. Nesse sentido, a Modelagem consiste em interpretar e reescrever situações reais, utilizando-se da “linguagem”

matemática. Biembengut (2003, p. 12) resume a Modelagem Matemática como um meio de interagir Matemática com a realidade. Meyer (2020), ao se referir ao processo de pesquisa, descreve em sete passos o ato de se modelar uma situação-problema.

O primeiro passo na Modelagem Matemática nessa ótica, a pragmática, é o de se “ler o mundo”, conhecer o problema, familiarizar-se com seus aspectos mais relevantes (...). O segundo passo, resultante de um primeiro passo bem feito, é o de escolher hipóteses simplificadoras do problema original, para se poder trabalhar apenas com os aspectos mais importantes (...). O terceiro passo vem a expressão do problema numa das linguagens do universo matemático (...). O quarto passo (...) o da resolução do problema matemático (...) O quinto passo: a partir de (...) diversas soluções, todas verdadeiras no universo abstrato da Matemática, (...) avaliar dentro dos intervalos de aceitação quais devem servir, e quais devem ser descartadas. (...). O sexto passo repete a avaliação crítica, mas agora pela ótica da situação real e sua problemática, seu entorno, sua relevância. (...). O sétimo passo (...) é aquele que consiste no processo decisório com relação ao problema original, (...) que levou à necessidade da Modelagem Matemática. (MEYER, 2020, p. 159-161)

Constata-se que, apesar de Bassanezi (2011) e Biembengut (2003) relacionarem Modelagem Matemática ao ensino da disciplina Matemática, enquanto Meyer (2020) se refere ao processo de pesquisa, mesmo assim, a convergência das escritas evidencia uma convergência do próprio método onde o Modelador, ao “Modelar”, reescreve uma situação-problema por meio de uma linguagem matemática, específica e empregada, buscando uma solução que ‘atenda’ ao problema original. Dessa forma, vê-se que a Modelagem apresenta momentos definidos, que se valem como um guia.

Ao ensinar Matemática Aplicada aos estudantes, Meyer (2020) aponta para o desafio de se ensinar “Matemática da Necessidade”, isto é, ensinar de forma que faça sentido a cada estudante ao que pretende fazer profissionalmente. Ainda, segundo o autor, Modelagem Matemática aprendida e apreendida na Escola precisa ser “útil” a cada um desses estudantes, afim de que ele/ela possa melhor compreender e contribuir à sociedade, à natureza e, mais que tudo, poder modificar as realidades para algo ainda melhor (MEYER, 2020).

A Matemática da Necessidade significa ao professor/a, ainda, saber elucidar a cada estudante a importância dele à Sociedade. O que Freire (1996) chama

de curiosidade epistemológica, sem a qual não alcançamos o conhecimento cabal do objeto. De acordo com Freire (1976), a curiosidade epistemológica é estabelecida pelo exercício crítico da capacidade de aprender. É a curiosidade que se torna metodicamente rigorosa e se opõe à curiosidade ingênua, que caracteriza o senso comum. No caso da Matemática, é entender o significado da pergunta “para que estou aprendendo isto?” ou “Para que serve isto?”.

### 3. Sobre a Educação *Maker*

A Educação *Maker* é conceituada por Moura (2019, p. 25) como “toda e qualquer ação ou atividade, com viés educativo que, utilizando-se das Tecnologias conduza um processo de criação, construção ou manutenção de um produto, físico ou digital, relacionando tal processo a um conteúdo científico”. A Educação *Maker* tem como um de seus pilares o Movimento *Maker*. Baseado na cultura do “faça você mesmo”, do inglês *Do-it-Yourself* (DIY), esse movimento traz por essência a ideia de que toda pessoa pode: construir, consertar, modificar e fabricar os mais diversos tipos de objetos e/ou projetos.

Os “*Makers*” tornam-se aqueles, amadores ou profissionais, que atuam em diferentes áreas ligadas à Ciência e à Tecnologia, organizando-se com o objetivo de suportar ‘mutuamente’ o desenvolvimento dos projetos. O coletivo constituído pelos *Makers* reúne adeptos em espaços físicos chamados espaços *Maker*, equipados com objetos tradicionais e máquinas de fabricação digital, entre elas, impressoras 3D e cortadoras a laser.

Alguns pilares históricos para a Educação *Maker* são: a criação da “*Maker Faire*”<sup>49</sup> e da “*MAKE Magazine*”,<sup>50</sup> em 2006 nos EUA, por Dale Dougherty, que popularizaram as práticas DIY no mundo; o projeto *FabLearn*<sup>51</sup>, que semeou comunidades de educadores *Makers* em dezenas de países desde 2010; e a

49A *Make Faire* é uma feira aberta para encontro de *Makers*. Seu site oficial é o <https://makerfaire.com/>. Acesso em: 18 abr. 2020.

50*Make Magazine* é uma revista norte-americana de lançamento bimestral publicada pela editora Media, com foco no movimento “faça você mesmo”, do inglês *Do-it-Yourself* (DIY). A revista publica projetos envolvendo computadores, eletrônica, robótica, metalúrgica, madeira e outras áreas. Sua versão *online* pode ser encontrada em <https://makezine.com/>. Acesso em: 18 abr. 2020.

51O projeto *FabLearn* é a concepção do *Transformative Learning Technologies Lab* (TLTL), um grupo acadêmico da Escola de Educação da Universidade de Stanford, que a partir de 2018 estaria instalada na área educacional da Universidade de Columbia. O projeto é baseado em três pilares: as *FabLearnConferences*, que são eventos científicos; o laboratório de fabricação onde o grupo desenvolve atividades, e o programa *FabLearn Fellows*, que admite docentes e pesquisadores atuantes em

tradição intelectual do Construcionismo<sup>52</sup> de Papert (1986), que se apoia no Construtivismo<sup>53</sup> de Piaget (1974), mas avança ao enfatizar a ideia de que o conhecimento se realiza quando o aprendiz está engajado na produção de um objeto de seu interesse (PAPERT, 1986). Na cultura Maker, tomou significado de que a construção do conhecimento ocorre mais efetivamente quando o aprendiz está conscientemente engajado na construção de um objeto público e compartilhável.

A pedagogia baseada na “mão na massa”, usando as tecnologias digitais, de maneira especial os computadores, adquirem um papel de destaque porque “eles fornecem uma gama especialmente ampla de excelentes contextos para a aprendizagem construcionista” (PAPERT, 1991, p. 8). O construcionismo “preparou o terreno” teórico para que educadores Maker construíssem uma compreensão mais profunda de suas próprias práticas (MARTINEZ; STAGER, 2013). Seymour Papert é considerado por Martinez (2016) como o “pai do movimento Maker”.

Outro pilar histórico para a Educação Maker foi a constituição dos FabLab<sup>54</sup>. Em 2001, Neil Gershenfeld, professor do Massachusetts Institute of Technology (MIT) e diretor do Center for Bits and Atoms do MIT – CBA/MIT (GERSHENFELD, 2013), fundado pela National Science Foundation (NSF), criou a disciplina chamada HowTo Make (almost) Everything (como fazer quase qualquer coisa) em que os estudantes inscritos no curso, por meio do acesso a ferramentas de fabricação digital, podiam estudar as “fronteiras entre ciência da computação e ciência física” (GERSHENFELD, 2012, p. 46). Em outros termos, fornecer o ambiente, habilidades, materiais avançados e tecnologia para fazer as coisas de maneira barata e rápida em qualquer lugar do mundo, e disponibilizá-las localmente para empreendedores, estudantes, artistas, pequenos negócios e, de fato, a quem quiser criar algo ou personalizado. Desde então, a rede de FabLabs se expandiu para

---

ambientes de educação formal, para relatos de atividades e acompanhamento por período determinado (SILVA, 2017).

520 Construcionismo é uma teoria proposta por Seymour Papert, diz respeito ao conhecimento baseado na realização de uma ação que resulta em um produto palpável, desenvolvido com o concurso do computador, que seja de interesse de quem o produz. Essa teoria se baseia em outra, o Construtivismo, de Jean Piaget.

530 Construtivismo indica que as estruturas cognitivas do sujeito não nascem prontas, motivo pelo qual o conhecimento repousa em todos os níveis onde ocorre a interação entre os sujeitos e os objetos durante o seu processo de desenvolvimento. A grande contribuição do Construtivismo, pautado na obra de Piaget e na aplicação pedagógica das teorias construtivistas, em relação à educação, é a de que a aprendizagem não acontece de forma passiva pelo aluno, cabendo ao professor a tarefa de criar possibilidades enquanto sujeito mediador da aprendizagem e promover situações- problema que permitam o conflito e consequentemente avanço cognitivo de cada aluno na sua individualidade, promovendo o desenvolvimento das estruturas de pensamento, raciocínio lógico, julgamento e argumentação.

54 FabLab é o diminutivo de Fabrication Laboratory, em português Laboratório de Fabricação.

comunidades, museus, bibliotecas, feiras de ciências e, por fim, alcançando as instituições de ensino. Recentemente, o interesse tem sido incorporar atividades Maker na sala de aula, integrando-as com o currículo e com o objetivo de criar contextos concretos de aprendizagem sobre conceitos relacionados com ciência, matemática, engenharia e tecnologia (BEVAN, 2017).

Diversos pesquisadores têm observado que a produção de objetos ou a aprendizagem baseada em métodos “construcionistas”, como as oferecidas pelas atividades Maker, pode proporcionar as condições para que os aprendizes sejam criativos e críticos, bem como, capazes de resolver problemas e atuar em grupo (MARTINEZ; STAGER, 2013; HALVERSON; SHERIDAN, 2014; KURTI; KURTI; FLEMMING, 2014; BLIKSTEIN; WORSLEY, 2016).

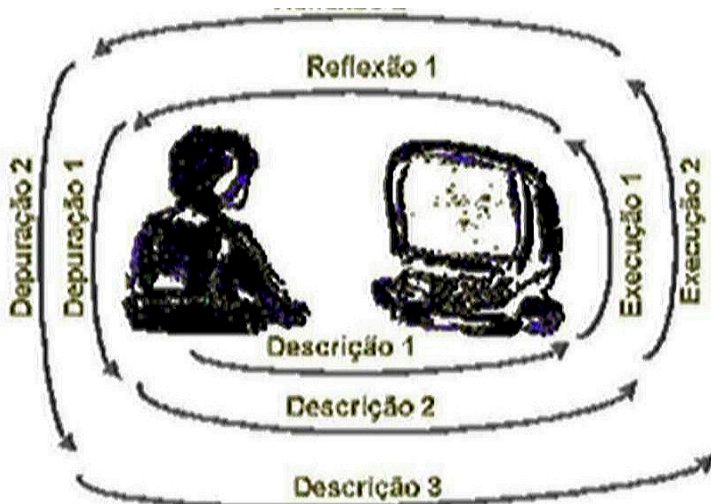
O processo ‘ser criativo’ é importante, pois constitui-se no contexto de aprendizagem que leva o estudante a deixar de ser ‘mero receptor de informação’, e o torna um: questionador de ideias, inventor de artefatos e, por extensão, um construtor de conhecimentos (PAPERT, 1988; AZEVEDO; MALTEMPI; LYRA, 2019). Na prática Maker, em uma pedagogia crítica, o estudante é levado ao aprendizado pela sua autonomia, por isso há originalidade e equilíbrio na relação professor/a – estudante. Aqui, ambos são vistos como sujeitos de conhecimento, que podem (re)construir criticamente o saber, em uma proposta de Educação dialética e dialógica, no contexto histórico, cultural, social e político no qual se inserem. Isso é, por meio de atividades Maker, o estudante desenvolve o seu conhecimento teórico na prática. O processo Maker, nesse sentido, é traçado nos seguintes passos: planejar – prototipar – modificar – fabricar.

A prototipagem, então, é um processo construcionista inspirado na Espiral de aprendizagem. Valente (2005) aponta que no construcionismo é vital que o aprendiz produza algo que possa ser avaliado, em relação às ideias primárias e à proposta do problema. Para tanto, acontecem algumas etapas que fazem parte do processo de aprendizagem construcionista. Para explicar esse processo, Valente apresentou a Espiral de Aprendizagem, que é composta pelas seguintes ações: descrição, execução, reflexão e depuração, como mostra a Figura 1.

Essas ações inicialmente foram apresentadas como etapas de um ciclo e consistem em descrever a aprendizagem como uma linguagem da programação, composta por executar a tarefa, refletir sobre o que foi executado e depurar o que for necessário. A engrenagem que faz com que essa espiral esteja em movimento é um item bastante recusado na educação, o erro. Os “erros” dos estudantes não podem ser desprezados, pois são reflexos da construção do conhecimento, do que o estudante está apreendendo e revelam o nível de estruturação em que o estudante está operando. O erro precisa levar à reflexão! Cabe ao professor, dessa forma, inteirar-se

de tal maneira que possa fazer uso dos erros cometidos pelos estudantes, como material para a re(orientação) do ensino, para assim, resultar aos estudantes em aprendizagem. Isto é, instigar nos estudantes a capacidade de resiliência, ou seja, recobrar-se facilmente frente ao erro e adaptar-se às mudanças a partir dele.

**Figura 1** – Espiral de aprendizagem que acontece na interação aprendiz-TIC.



Fonte: Valente (2005).

Refletir, nessa concepção, é também colocar a “mão na massa”, um dos lemas da Cultura Maker, mas que por vezes é esquecido no cenário educacional. O professor, como principal agente da instituição escolar, tem o dever de saber que “a educação é sempre uma certa teoria do conhecimento posta em prática [...]” (FREIRE, 2003, p.40).

A Educação Maker vem sendo considerada (BLIKSTEIN 2013; HALVERSON; SHERIDAN, 2014; ROSE, 2014; SHERIDAN *et. al.*, 2014) boa solução para que os estudantes sejam mais ‘participantes’, desenvolvendo projetos, usando objetos tradicionais como palitos, canudos, papel e tesoura, combinados com tecnologias de ponta como ferramentas digitais de fabricação, e tem contribuído para a aprendizagem das disciplinas relacionadas com o STEM – sigla em inglês para Science, Technology, Engineering e Mathematics (Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática, em português).

É importante enfatizar, no entanto, a presença das tecnologias digitais como parte do espaço Maker, conforme Valente e Blikstein (2019), pois sua presença potencializa a capacidade cognitiva dos estudantes, e, pensando na



utilização pedagógica de elementos tecnológicos contemporâneos, a Educação Maker tem uma das mais completas orientações nesse sentido, em especial, à convergência de mídias.

Essa convergência, entretanto, não se encerra com as mídias. A possibilidade de criar outras convergências na Educação Maker é extraordinária. Uma notória convergência percebida mundialmente e relacionada ao Maker é o STEM. Especificamente, na Matemática, pode-se dizer que a Modelagem faz da Matemática um instrumento útil na aprendizagem da beleza e da força da própria Matemática como ciência fundamental (MEYER, 2020, p. 162). Portanto, é natural pensar em, oportunamente, convergir o método utilizado na Modelagem Matemática com os caminhos da construção de uma parte prática, e até visual ou tangível, relacionados às atividades da Educação Maker. No próximo tópico, a discussão sobre esse encontro nos apontamentos sobre a cartografia dessa convergência.

#### **4. Cartografia da Convergência: Modelagem e Prototipagem**

Inicia-se a compreensão sobre a cartografia da convergência entre Modelagem Matemática e Educação Maker, entendendo o cenário que leva a esse encontro. Tendo em vista que a convergência de produtos e ações humanas tem se transformado pela nova era tecnológica, proporcionando uma nova ordem de afinidade, interação e compartilhamento de saberes, as palavras de Paiva (2010) esclarecem que:

[...] vislumbramos uma cartografia regida pelo princípio da conjunção, convergência e compartilhamento, em que ‘isto’ e ‘aquilo’ se conjugam e interagem, propiciando experiências inéditas no cotidiano e na história da cultura. É necessário entender essa nova constelação, é de ordem fenomenológica (pois traduz a natureza do próprio fenômeno tecnossocial e comunicacional) e ao mesmo tempo de ordem epistemológica (pois revela o estado avançado na arte da investigação científica sobre os processos comunicativos). (PAIVA, 2010, p. 20)

Paiva (2010) indica, portanto, a existência de uma cartografia da convergência, influenciada por uma Cultura Digital, que se formula a partir do uso, produção, conflito, compartilhamento, interação e ressignificação de criações humanas no âmbito virtual e real, sejam para a emancipação ou malogros sociais. Castells (1999, p. 25), complementa que o dilema do determinismo tecnológico



é, provavelmente, um problema infundado, dado que a tecnologia é a sociedade, e a sociedade não pode ser entendida ou representada sem suas ferramentas tecnológicas”.

Na Educação, a cartografia de convergência parece estimular a união de ações educativas com experiências submersas em tecnologias. Contudo, numa sociedade que é cada vez mais dominada pela proliferação da mídia eletrônica e das demandas e dos imperativos da cultura de consumo, a escola precisa, com urgência, assumir um papel mais proativo (BUCKINGHAM, 2010, p. 55). Isso não pode significar, usar a tecnologia como um enfeite, penduricalho, para ações educativas.

Em suma, se pretendermos atrair os aprendentes (...), a resposta não será enfeitar os materiais de ensino com penduricalhos – dar mais vida ao currículo com um brilho superficial da cultura digital (...). Nem será adotar a tecnologia digital a serviço de formas estritamente instrumentais de aprendizagem, numa tentativa de torná-la mais agradável. (...) É preciso um compromisso mais inteiro e mais crítico com as culturas digitais. (BUCKINGHAM, 2010, p. 47)

Há ainda que se estar sempre atento ao desenvolvimento humano dos estudantes a respeito das tecnologias, como aponta Freire (1981).

[...] humanismo e tecnologia não se excluem. Não percebem que o primeiro implica a segunda e vice-versa. Se o meu compromisso é realmente com o homem concreto, com a causa de sua humanização, de sua libertação, não posso por isso mesmo prescindir da ciência, nem da tecnologia, com as quais me vou instrumentando para melhor lutar por esta causa. Por isso também não posso reduzir o homem a um simples objeto da técnica, a um autômato manipulável. (FREIRE, 1981, p. 11)

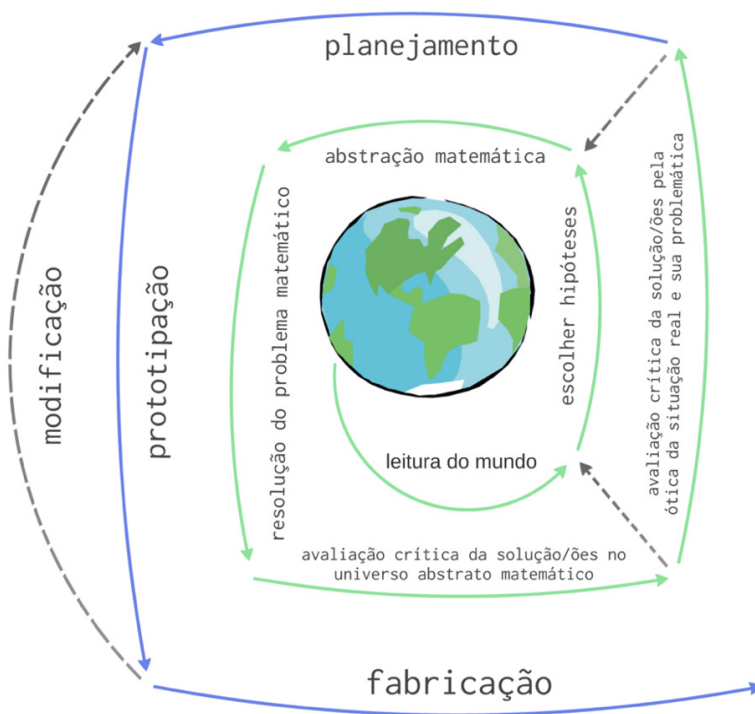
É preciso ter ideias novas sobre ensino-aprendizagem, tecnologia e cultura. Assim, nesse compromisso e baseando-se na cartografia da convergência e apontamentos de Paiva (2010), Castells (1999), Buckingham (2010) e Freire (1981), propõe-se concentrar as ações de modelar e prototipar, referenciadas nas metodologias da Modelagem Matemática e da Educação Maker, respectivamente, em um único ato pedagógico, interligado, que adote práticas de Modelagem com produções de protótipos, em bases construcionistas, apoiado em soluções fundamentadas no desenvolvimento do currículo de Matemática.

## 5. Modelagem Matemática *Maker*

Pelos conceitos e modelos de Biembengut (2003), Bassanezi (2011) e Meyer (2020), sobre Modelagem Matemática, integrados ao significado de Educação *Maker* apontado por Moura (2019), adota-se a acepção de Modelagem Matemática *Maker* como: processo múltiplo iniciado pela interpretação e reescrita de situações reais em forma de problemas matemáticos abstratos, cujas soluções dão a base de condução para novo procedimento de prototipação, construção ou manutenção de um produto, físico ou digital, que promova ou seja solução, parcial ou total, para o problema real original, relacionando, sempre, os múltiplos processos a conteúdos curriculares de Matemática.

Para dar forma à definição, criou-se a Espiral da Modelagem Matemática *Maker*, vista na Figura 2, que se baseia na Espiral da Aprendizagem proposta por Valente (2005), que indica etapas de um ciclo que engloba a execução de tarefas, a reflexão sobre o que foi executado e depuração do que for necessário.

**Figura 2** – Espiral de Modelagem Matemática *Maker*.



Fonte: O autor.

O início do processo na Modelagem Matemática Maker não difere das conceituações de modelos conhecidos, adotados de autores da Modelagem Matemática. O processo de Modelagem é indicado pelas setas na cor verde e, como todo processo de Modelagem, este se inicia numa situação real, representada pelo desenho do globo terrestre. A saber:

- Primeiro estágio é a leitura do mundo. Bem verdade, esta expressão leitura do mundo é um termo de Meyer (2020) que, aqui, mantém seu significado de conhecer o problema, interpretá-lo e familiarizar-se com seus aspectos mais relevantes;
- Segundo estágio é a escolha das hipóteses e variáveis, ou seja, tudo aquilo que pode ser matematizado e usado para possíveis conjecturas algébricas ou geométricas;
- Terceiro estágio busca reescrever o problema real numa linguagem matemática e utilizando-se das hipóteses e variáveis anotadas no estágio anterior;
- Quarto estágio, a resolução do problema matemático, trata de buscar uma ou várias soluções para o problema abstrato;
- Quinto estágio avalia criticamente quaisquer soluções encontradas no universo matemático abstrato, verificando sua aceitação como resposta satisfatória ao problema algébrico ou geométrico. Caso esse crivo avaliativo não seja aceito, o modelo deve voltar ao ponto de escolha das hipóteses e refazer os caminhos a partir deste, revendo sua estratégia e procurando outros caminhos, se necessário, até que a resposta atingida pelo problema algébrico ou geométrico seja aceitável;
- Sexto estágio, repete-se a avaliação crítica, mas agora pela ótica da situação real e sua problemática, verificando a aplicação das soluções encontradas algebricamente no universo real. Exemplo do estágio anterior, caso essa triagem avaliativa não seja aceita, o modelo retorna, agora, ao ponto de abstração matemática e refaz os caminhos a partir deste, até que a resposta alcançada pelo problema algébrico ou geométrico seja satisfatória nesse universo real.

A partir deste ponto, Meyer (2020), em seu último passo, estabeleceu como processo decisório com relação ao problema original, se amplia e torna-se a construção de um protótipo, físico ou digital, que, de acordo com a solução matemática obtida, promove ou torna-se a própria solução concreta, parcial ou total, para o problema real original. Esse processo de prototipação é subdividido, portanto, em quatro estágios, que se sucedem aos aqui já descritos.

Adentra-se, em bases práticas construcionistas da Educação Maker, que no modelo estão indicadas pelas setas de cor azul. Portanto, o sétimo estágio da Espiral é o Planejamento, momento em que se objetiva criar estratégias de como concretizar a solução encontrada. O processo de Prototipação, essencialmente subsidiado pelas tecnologias de fabricação digital, é o estágio oitavo. Cabe a este estágio, construir protótipos das estratégias levantadas anteriormente.

A Modificação é um estágio que deve ocorrer quando há possibilidade de simplificação ou para corrigir e aperfeiçoar o protótipo. Chegando a um resultado que não possibilita modificações neste sentido, embarca-se no último estágio da espiral, a Fabricação. Esta será responsável por, além de fabricar o produto, avaliar sua eficácia na resolução do problema original. É esperado ainda, nesse estágio, o compartilhamento do processo.

## 6. Considerações Finais

A Escola é local privilegiado, embora não único, para um ensino criativo e significativo do currículo. A convergência entre ‘método’ e ‘tecnologias educacionais’ pode deixar a Educação plural, multifacetada e, por consequência, significativa aos estudantes. Baseado nesse propósito, iniciou-se a integração dos conceitos entre a Modelagem Matemática e a Educação Maker, convergindo às práticas de Modelagem em um contexto Maker, no intuito de promover o Ensino e a Aprendizagem na disciplina de Matemática.

Espera-se que a possibilidade de integrar Modelagem e Prototipagem – representada pela Espiral da Modelagem Matemática Maker – propicie a realização de outros estudos – discussões – experiências educativas que promovam processos convergentes de teorias à Educação. Finalizamos este Capítulo reiterando a importância de se criar possibilidades de “reinventar” modos de Educação que, muito além da “memorização” de conceitos e teorias, por vezes, (des)atualizadas, propicie aos estudantes - dessa “era tecnológica” - descobrir o que se quer ser para melhor contribuir para a manutenção de nosso planeta.

## Referências

AZEVEDO, G. T.; MALTEMPI, M. V.; LYRA, G. M. V. Computacional thinking and active learning in mathematics as a contribution to the treatment of parkinson's disease. *In: SCIENCE AND MATHEMATICS EDUCATION IN THE 21st CENTURY*, 2019, Braga. Braga: Universidade do Minho, 2019. p. 75-76.

BASSANEZI, R.C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática. 3. ed., 3ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2011.

BEVAN, B. The promise and the promises of making in science education. *Studies in Science Education*, Londres, v. 53, n. 1, p. 75-103, 2017.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. Modelagem Matemática no Ensino. 4.ed. São Paulo: Contexto, 2003.

BLIKSTEIN, P. Digital fabrication and “making” in education: the democratization of invention. *In: WALTER-HERRMANN, J.; BÜCHING, C. (ed.) Fab labs: Of machines, makers and inventors*. Bielefeld: Transcript Publishers, 2013. p. 203–221.

BLIKSTEIN, P.; WORSLEY, M. Children are not hackers: building a culture of powerful ideas, deep learning, and equity in the maker movement. *In: PEPPLER, K.; HALVERSON, E. R.; KAFAI, Y. B. (ed.) Makeology: makerspaces as learning environments*. V. 1. New York NY: Routledge, 2016. p. 64–79.

BUCKINGHAM, D. Cultura digital, educação midiática e o lugar da escolarização. *Educação & Realidade*, v. 35, n. 3, p. 37-58, 2010.

CASTELLS, M. A Sociedade em rede. São Paulo: Paz e Terra, 1999.

FREIRE, P. Educação como prática da liberdade. 6. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1976.

FREIRE, P. Educação e mudança. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1981.

FREIRE, P. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, P. Educação e esperança. *In: Pedagogia da indignação: cartas pedagógicas e outros escritos*. São Paulo: UNESP, 2003.

GERSHENFELD, N. How to make almost anything: the digital fabrication revolution. *Foreign Affairs*, v. 91, n. 6, p. 43-57, 2012.

HALVERSON, E. R.; SHERIDAN, K. M. The maker movement in education. *Harvard Educational Review*, Cambridge, v. 84, n. 4, p. 495–504, 2014.

KURTI, R. S.; KURTI, D.L.; FLEMING, L. The philosophy of educational makerspaces: part 1 of making an educational makerspace. *Teacher Librarian*, Bowie, MD, v.41, n. 5, p. 8–11, 2014.

MARTINEZ, S. L. Como construir um espaço *Maker* ou makerspace. Santa Barbara: Constructing Modern Knowledge Press, 2016.

MARTINEZ, S. L.; STAGER, G. Invent to learn: making, tinkering, and engineering in the classroom. Santa Barbara: Constructing Modern Knowledge Press, 2013.

MEYER, J. F. Modelagem matemática: o desafio de se ‘fazer’ a matemática da necessidade... Com a Palavra, *O Professor*, 5 (11), p. 140-149, 2020.

MOURA, E.M. Formação docente e educação *maker*: o desafio do desenvolvimento das competências. 2019. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019.

PAIVA, C.C. Metamorfoses epistemológicas no campo da comunicação: convergências sociais e tecnológicas. In: PAIVA, C. C. et. al. (org.). *Afrodite no ciberespaço: A era das convergências*. João Pessoa: Marca de fantasia, 2010.

PAPERT, S. Constructionism: a new opportunity for elementary science education. Proposta para a National Science Foundation, Massachusetts Institute of Technology, Media Laboratory, Epistemology and Learning Group, Cambridge MA, 1986.

PAPERT, S. Logo: computadores e educação. São Paulo: Brasiliense, 1988.

PAPERT, S. Situating constructionism. In: HAREL, I.; PAPERT, S. (ed.). *Constructionism*. Norwood NJ: Ablex, 1991. p. 1–11.

PIAGET, J. A tomada de consciência. São Paulo: Melhoramentos: Editora da Universidade de São Paulo, 1974.

ROSE, M. The mind at work: valuing the intelligence of the american worker. New York, NY: Penguin, 2014.

SHERIDAN, K. M.; HALVERSON, E. R.; LITTS, B.; BRAHMS, L.; JACOBS-PRIEBE, L.; OWENS, T. Learning in the making: a comparative case study of three makerspaces. *Harvard Educational Review*, New York, NY:, v. 84, n. 4, p. 505–531, 2014.

VALENTE, J. A. Espiral da espiral de aprendizagem: o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação. Tese (livre docência). Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. 2005. Tese (Livre Docência) - Departamento de Multimeios, Mídia e Comunicação, Instituto de Artes (IA), Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP).

VALENTE, J. A.; BLIKSTEIN, P. The construction of knowledge in maker education: a constructivist perspective. *Constructivism Foundation*. Brussels, Belgium, v. 14, n. 3, p. 252-262, 2019.

# MODELAGEM MATEMÁTICA NO TORNEIO F1 *IN SCHOOLS*

*Ulisses Queiroz Parreira*<sup>55</sup>

*Éliton Meireles de Moura*<sup>56</sup>

*Deive Barbosa Alves*<sup>57</sup>

## Resumo

Neste artigo, investigamos o desenvolvimento de um projeto elaborado por um grupo de estudantes de uma escola de Ensino Fundamental II e Médio, da cidade de Araguaína (TO), para sua participação no Torneio F1 in Schools, promovido pelo Serviço Social da Indústria – SESI. No referido torneio, os alunos elaboraram um modelo de negócio buscando entrelaçar assuntos relacionados à Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (STEM), na construção de uma escuderia de fórmula um e na administração de todas as dificuldades envolvidas na estruturação e construção de um carro de corrida em miniatura. A partir desse contexto objetivou-se discutir o método educacional, STEM, na perspectiva de nove fases da Modelagem Matemática Maker, na compreensão de que tanto STEM quanto a Modelagem Matemática convergem para uma Educação Maker. Norteados pela problemática: Como se constitui a Modelagem Matemática Maker enquanto processo analítico de uma atividade STEM? Avançamos com a pesquisa, considerando e observando os recursos tecnológicos utilizados pelos alunos no processo, e constatamos a existência de um fluxo, ora contínuo, ora de mão dupla entre as fases da Modelagem Matemática Maker, que contribuem para a interação entre teoria e prática.

---

55Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Tocantins, Câmpus de Araguaína. Professor da Escola Sesi de Araguaína. E-mail: uliqp@mail.uft.edu.br.

56Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia – UFU (2009), Mestre na linha de Saberes e Práticas Educativas pela Faculdade de Educação da UFU (2013), Doutor pela Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo – USP, sob a temática da Educação Maker, com Doutorado Sanduíche pela Stanford University (2019). Pesquisador do Núcleo de Pesquisa em Mídias na Educação (NUPEME), e Pesquisador do Grupo de Estudos e Pesquisa em Avaliação Educacional (GEPAE), todos filiados à UFU. Contato: e.meireles@alumni.usp.br.

57Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Uberlândia – UFU (2006), Mestre na linha de Saberes e Práticas Educativas pela Faculdade de Educação da UFU (2011), Doutor pela Faculdade de Educação da Universidade Federal de Uberlândia. Professor do Colegiado de Matemática da Universidade Federal do Tocantins e membro do núcleo docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal do Tocantins, Câmpus de Araguaína. Pesquisador do Núcleo de Pesquisa em Mídias na Educação (NUPEME). Contato: deive@uft.edu.br.



**Palavras-Chave:** Modelagem Matemática. STEM. Educação Maker. Torneio de Robótica. Ensino e Aprendizagem de Matemática. Modelagem Matemática Maker.

## 1. Introdução

A escola Sesi de Araguaína passou a utilizar a robótica educacional em suas práticas de ensino ainda no ano de 2015, como ferramenta metodológica associada às demais disciplinas. Logo em seguida, no ano de 2016, passou a se aventurar no mundo dos torneios de robótica, participando tanto de eventos relacionados à Olimpíada Brasileira de Robótica (OBR) quanto ao Torneio de Robótica FIRST LEGO League (FLL). Com o passar dos anos, tal ação ganhou força e logo no ano de 2019 a escola passou a ofertar a Robótica como disciplina integrada em sua grade de ensino, deixando de considerá-la como algo à parte, como um simples complemento das outras disciplinas.

Nesse mesmo ano, a escola teve sua primeira participação no torneio F1 in Schools, o qual trata-se de um campeonato internacional desenvolvido pela F1 in Schools Ltd, que criou um modelo de negócio em que se aprende assuntos relacionados à Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática (STEM), na construção de uma escuderia de fórmula um e na administração de todas as dificuldades envolvidas na estruturação e construção de um carro de corrida em miniatura, segundo a empresa

A F1 in Schools Ltd é uma empresa social que trabalha com parceiros comprometidos do setor para fornecer uma experiência educacional emocionante, mas desafiadora, através do apelo magnético da Fórmula 1. A F1 in Schools é o único programa educacional verdadeiramente global que conscientiza o STEM e a Fórmula 1 entre estudantes e crianças em todas as regiões, em todos os países, em todos os continentes (F1 IN SCHOOLS, 2021, p. 1, tradução nossa).

Nós buscamos discutir esse método educacional, STEM, na perspectiva de nove fases da Modelagem Matemática Maker, na compreensão de que tanto STEM quanto a Modelagem Matemática convergem para uma Educação Maker. A partir desse entendimento, formulamos a seguinte pergunta de pesquisa: Como se constitui a Modelagem Matemática Maker enquanto processo analítico de uma atividade STEM?

Desse ponto de vista, nosso objetivo geral foi a análise, pela Modelagem Matemática Maker, do desenvolvimento de um carro em miniatura da fórmula

um, realizada por seis estudantes, sendo três do nono ano e três do segundo ano do ensino médio, com o intuito de participarem do campeonato F1 in Schools. Nossos objetivos específicos foram: Estabelecer o entendimento de Modelagem Matemática Maker e fabricar o protótipo do carro de fórmula um.

## 2. A Modelagem Matemática Maker

A teoria que usamos neste capítulo está explicada, neste livro, no capítulo: Modelagem Matemática Maker. Ela é uma cartografia da convergência entre Modelagem Matemática e Educação Maker. Compreendemos a Cartografia como “a arte de construir um mapa sempre inacabado, aberto, composto de diferentes linhas, “conectável, desmontável, reversível, suscetível de receber modificações constantemente” [...]” (OLIVEIRA; PARAÍSO, 2012, p. 167). A convergência é “uma situação em que múltiplos sistemas [...] coexistem e em que o conteúdo passa por eles fluidamente” (JENKINS, 2008, p. 411). Assim, no escopo da Modelagem Matemática Maker, a “cartografia regida pelo princípio da conjugação, convergência e compartilhamento, em que ‘isto’ e ‘aquilo’ se conjugam e interagem, propiciando experiências inéditas no cotidiano e na história da cultura” (PAIVA, 2010, p. 20).

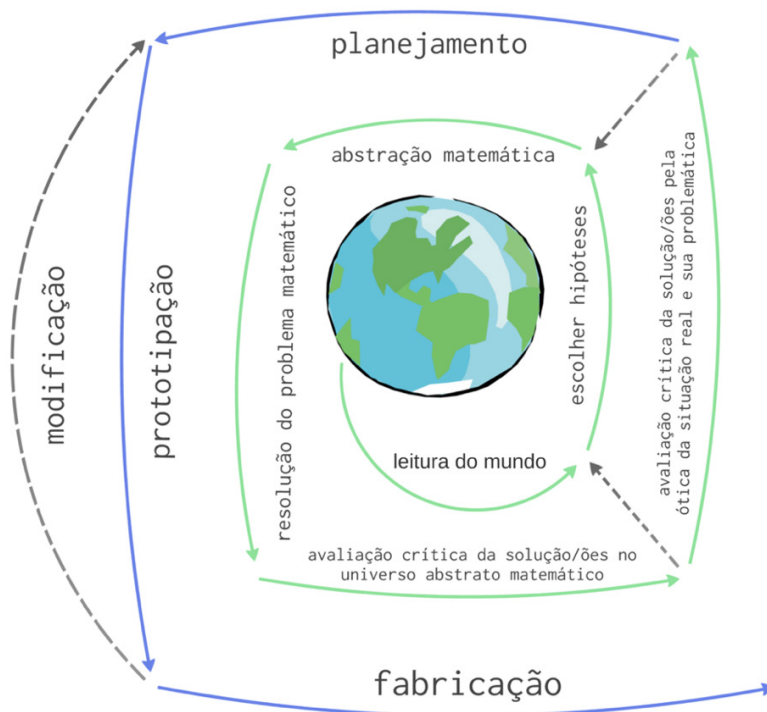
O conceito de Educação Maker, segundo Moura (2019, p. 25), é “toda e qualquer ação ou atividade, com viés educativo que, utilizando-se das Tecnologias conduza um processo de criação, construção ou manutenção de um produto, físico ou digital, relacionando tal processo a um conteúdo científico”. Desse ponto de vista mapeamos a construção de um protótipo de um carro, em miniatura, de fórmula 1, o qual foi produzido com uso de filamentos de Acrilonitrila Butadieno Estireno (ABS), polímeros usados na impressão 3D das peças que construíram o protótipo do carro de Fórmula 1 no laboratório de robótica da própria escola. Neste processo educativo, o grupo foi formado por seis estudantes, dois do sexo masculino e quatro do sexo feminino, com funções distintas:

1. As quatro estudantes:
  - i. Pereira se responsabilizou pelo design gráfico, com a função de preparação e edição das fotos publicadas nas redes sociais da equipe;
  - ii. Vieira se responsabilizou pelo marketing, com a função de publicações nas redes sociais. Também teve o trabalho de desenvolvimento do projeto social, bem como na ajuda com a produção dos registros da equipe, em formato de portfólios;

- iii. Silva se responsabilizou pela direção de recursos e registros nos portfólios, com a função de criação e edição dos registros do portfólio, pelo desenvolvimento do projeto social, além do auxílio nas postagens do grupo nas redes sociais;
  - iv. Lustosa se responsabilizou, enquanto projetista, pela função de esboço dos modelos e ideias de carros e aerofólios, dianteiros e traseiros.
2. Os dois estudantes:
- i. Cardoso se responsabilizou pela engenharia, com a função de auxiliar no desenvolvimento, montagem e modelação dos carros de fórmula 1;
  - ii. Oliveira se responsabilizou pela engenharia e pilotagem, com a função de criação e modelação dos carros no software Fusion 360.

Esse grupo produziu diversos dados desde os portfólios, exigidos pelo campeonato de robótica, divulgação em redes sociais, à produção de peças que compunham o protótipo de carro de Fórmula 1. No escopo deste trabalho analisaremos os dados sobre a construção do aerofólio do carro, sob a perspectiva da Modelagem Maker, conforme Figura1.

**Figura 1** – Espiral de Modelagem Matemática Maker.



Fonte: Moura; Alves; Souza Júnior (2022).

As seis etapas iniciais do processo da Modelagem Maker, representadas pelas setas em cor verde, são fases comumente encontradas em qualquer processo de Modelagem Matemática:

1. Leitura do mundo que, segundo Meyer (2020), é conhecer o problema e interpretá-lo em seus aspectos mais relevantes;
2. Formular hipóteses e estabelecer as variáveis relevantes do problema a ser modelado;
3. A partir das hipóteses e variáveis, escrever o problema real na linguagem matemática;
4. A construção do modelo matemático para resolução do problema matemático;
5. A avaliação crítica de qualquer solução de modelo que se possa encontrar;
6. A verificação, crítica, se as soluções matemáticas propostas pelo modelo matemático são úteis no mundo real.

As quatro etapas finais, representadas pelas setas nas cores azul e preta, dizem respeito ao processo de prototipação, as quais se pautam nas bases práticas construcionistas da Educação Maker, a saber:

7. O planejamento, ao se buscar formas de materializar a solução encontrada;
8. A prototipação, processo de fabricação das peças para construção do protótipo, no qual se usam as tecnologias de fabricação digital;
9. A Modificação, quando os resultados do protótipo não são satisfatórios à solução do problema no mundo real e necessitam de correções e aperfeiçoamento.

Essas fases foram usadas para analisar e discutir a fabricação de um protótipo do carro de fórmula 1, de um grupo de estudantes que, usando o protótipo, participaram do F1 in Schools. Essa é uma competição internacional STEAM (Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática), na qual estudantes de nove a 19 anos devem produzir um carro em miniatura de Fórmula 1. Ela é realizada desde 2019 (SESI, 2021). Assim, passamos a analisar o processo de produção do grupo de estudantes que se intitularam Tucuna.

### **3. A Fabricação do protótipo segundo a Modelagem Matemática Maker**

É importante observar que os trabalhos na perspectiva da Modelagem Matemática Maker são situações vivenciadas por estudantes que necessitam usar os saberes, em especial aqueles adquiridos no âmbito da disciplina de Matemática, para, no caso da F1 in Schools, executarem o desafio de construção do carro em miniatura proposto em tal torneio. Situações e ações que exigem dos

estudantes um trabalho coletivo, pois “[...] além de possibilitar a produção de saberes necessários para o desenvolvimento do ensino com pesquisa, possibilita também o desenvolvimento de um ambiente favorável ao enfrentamento de diferentes tipos de desafios presentes no cotidiano [...]” (SOUZA JÚNIOR; ALVES, 2020, p. 153).

Esse trabalho coletivo interfere na primeira fase da Modelagem Matemática Maker, pois não se trata da leitura de mundo de uma só pessoa, mas de um grupo de indivíduos com perspectivas e interesses diversos que buscam alcançar um objeto comum, nesse caso, construir o melhor carro em miniatura de Fórmula 1 da competição F1 in Schools. Desse ponto de vista surgiram diversos conflitos que, em um processo de negociação, foram superados em prol de uma leitura de mundo comum, tanto do mundo da Fórmula 1, quanto do Torneio F1 in Schools. Assim, na leitura desse mundo, chegaram ao entendimento que, para a construção do carro de corrida em miniatura, deveriam seguir rigorosamente medidas estabelecidas pela comissão organizadora, necessárias para a adequação do protótipo à pista onde as tomadas de tempo iam ocorrer, além do fato de tais regras inibirem possíveis “atalhos” tomados por equipes em busca do primeiro lugar. Assim, com a leitura do mundo da competição F1 in Schools feita, o grupo passou a elaborar um cronograma, segundo eles

[...] com o intuito de datar e organizar todo o trabalho que iria ter início a partir de então, para que todas as ações fossem realizadas dentro do prazo estipulado, garantindo assim o sucesso no controle do tempo. O documento foi escrito à mão e, em seguida, digitalizado no Excel e compartilhado no drive para que todos os integrantes pudessem ter acesso ao mesmo tempo. (ACERVO DA EQUIPE TUCUNA).

Os dizeres do grupo nos apresenta as diversas mídias que, já no início dos trabalhos, eles tiveram envolvimento, desde o uso delas para produzirem informações, como para obtê-las na busca da construção do carro em miniatura de Fórmula 1 mais veloz possível. Akgun (2013) argumenta que essa característica de múltiplas mídias, múltiplas fontes de informações, além do livro didático, permitem que os estudantes compreendam e usem as informações obtidas através da colaboração para aprender um assunto profundamente, e também aprender múltiplos assuntos de STEM ao mesmo tempo.

**Quadro 1** – Cronograma equipe Tucuna.

Anos	2019		2020		
Meses	NOVEMBRO	DEZEMBRO	JANEIRO	FEVEREIRO	MARÇO
<b>ENGENHARIA</b>					
Criação dos Carros no Software	█	█			
Usinagem dos Carros			█		
Tintura				█	
Construção Completa				█	
Testes				█	█
<b>DESIGN</b>					
Estande		█	█		
Criação do uniforme para competição			█	█	
Confeção das camisetas				█	
<b>MARKETING</b>					
Preparação do Projeto Social	█				
Realização do Projeto Social - 1º parte		█			
Realização do Projeto Social - 2º parte				█	
Busca por Patrocínio	█	█			
<b>GESTÃO DE RECURSOS</b>					
Orçamento básico		█			
<b>PORTFÓLIOS</b>					
Escritas	█	█	█		
Formatação				█	

Fonte: Acervo da equipe Tucuna.

Nesse cronograma houve uma pausa a partir do dia 17 de dezembro de 2019, quando findou o ano letivo. O retorno foi no dia 13 de janeiro de 2020, antes do início do ano letivo. Esse retorno mostra que o “[...] estímulo à curiosidade associado com atividades que requerem mais participação dos alunos (atividades mão na massa, do inglês hands-on) é o principal no STEM, para tornar o aluno mais engajado” com os temas da Matemática (PORVIR, 2018, p. 4). Além de mostrar o engajamento dos estudantes, o cronograma, enquanto resultado

da leitura do mundo das competições F1 in Schools, foi de suma importância para a equipe

[...] ter êxito na gestão do tempo, pois desde o primeiro dia o empenho de cada integrante foi nítido. Haviam reuniões semanalmente para discussão dos tópicos em evidência, com intuito de aprofundar melhor no assunto e tirar dúvidas frequentes e também serviam para que a equipe alinhasse o trabalho que foi desenvolvido, ver os pontos positivos e negativos e criar plano de ação a fim de melhorar o trabalho na semana. (ACERVO DA EQUIPE TUCUNA).

A partir dessa estruturação, a equipe passou a formular hipóteses e estabelecer as variáveis relevantes para obter a miniatura de carro de fórmula 1 mais rápido da competição F1 in Schools.

Nessa segunda fase da Modelagem Matemática Maker, a equipe estipulou as seguintes hipóteses simplificadoras:

1. Como o carro deve “cortar” o ar, vamos considerar apenas o aerofólio dianteiro dele;
2. O carro também não fará curva e o mesmo não terá sua pressão direcionada ao chão, pois sua tração não vem das rodas e sim de uma cápsula de Co<sub>2</sub>, que é liberada nos instantes iniciais.

Para Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), as hipóteses simplificadoras existem, pois todos os problemas devem ser tratados com passos de simplificação. Algumas vezes “[...] a simplificação que fazemos é para facilitar a resolução matemática. Outras vezes simplificamos para colocar o problema no nível dos nossos alunos. Não simplificamos o problema real, e sim introduzimos hipóteses que simplificam sua abordagem” (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 28). A partir das hipóteses formuladas, a equipe chegou às seguintes grandezas:

1. A força de fricção que surge por intermédio do atrito entre o carro em miniatura de fórmula 1 e o ar, a qual é chamada de Força de Arraste ( $F_a$ ) (HELERBROCK, 2021);
2. A medida do grau de concentração de massa em determinado volume;
3. A relação entre o peso e o volume ocupado pelo ar, a qual é chamada de densidade do ar ( $\rho$ ). Ao nível do mar e à temperatura de 25°C, o valor dele é de aproximadamente 1,18 kg/m<sup>3</sup> ( $\rho \approx 1,18 \text{ kg/m}^3$ ) (GEF, 2021);
4. A constante, calculada em laboratório, que expressa o atrito entre o veículo e o ar, chamada de coeficiente aerodinâmico ( $C_a$ ) (GEF, 2021);
5. A área frontal do aerofólio ( $A_f$ ); e
6. A velocidade ( $V$ ) do carro em miniatura de Fórmula 1.










De posse das hipóteses, variáveis e constantes, a equipe passou para a quarta fase da Modelagem Matemática Maker, a elaboração do modelo matemático. Não o criamos, usamos o que Such (2018) apresenta quando explica que a força de arrasto, ou arrasto aerodinâmico, acaba sendo uma das principais forças que atuam sobre o deslocamento de um veículo em alta velocidade, devido a isso, de imediato a equipe percebeu a importância de se trabalhar visando a redução de atuação dessa força sobre o protótipo, tomando por base a aerodinâmica adotada, uma vez que, em carros de competição, “a aerodinâmica se torna um fator ainda mais importante. Nessas competições, qualquer ganho na eficiência é de extrema importância, desta forma, quanto menor forem as resistências aerodinâmicas, melhor será a eficiência dos protótipos” (SUCH, 2018, p. 22). A força de arrasto pode ser obtida por meio da definição a seguir:

$$Fa = \rho \cdot Ca \cdot Af \cdot \frac{V^2}{2}$$

Onde, Fa = Força de arrasto,  $\rho$  = Densidade do ar, Ca = Coeficiente aerodinâmico, Af = Área frontal e V = Velocidade.

Foi necessário que a equipe buscasse informações sobre o coeficiente de arrasto para algumas geometrias comuns, Figura 2. A equipe escolheu trabalhar com dois formatos de aerofólio: um, com geometria “triangular” e o outro, com três geometrias “meia gota”, “semiesfera” e “triangular”, para a construção do protótipo.

**Figura 2** – Coeficiente aerodinâmico (Ca), para geometrias comuns.

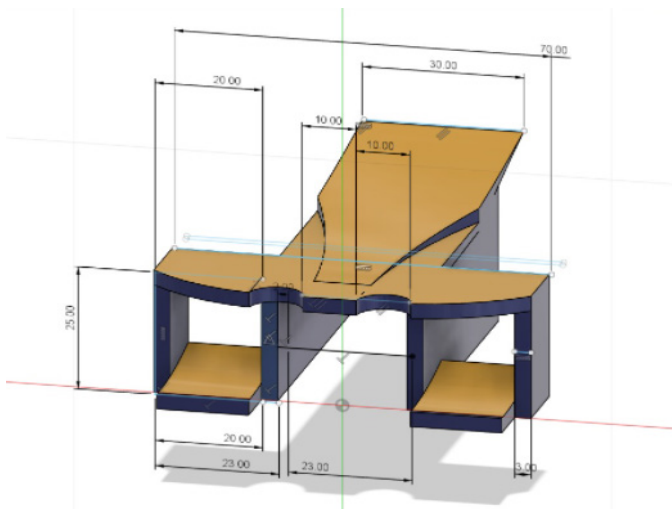
Forma	Ca
Esfera → 	0.47
Semi-esfera → 	0.42
Triangular → 	0.50
Cúbica → 	1.05
Cúbica inclinada → 	0.80
Cilíndrica (Menor seção) → 	0.82
Cilíndrica (Maior seção) → 	1.15
Gota → 	0.04
Meia gota → 	0.09

Fonte: Adaptado de Andrietta (2019).



O estudo dessas diferentes geometrias deu início à sétima etapa da Modelagem Matemática Maker, o planejamento da materialização do protótipo, mesmo antes de passarmos pelas etapas 5 e 6. Dizemos isso, pois o grupo teve que começar a miniatura do carro de fórmula 1, fazendo-o no software Fusion 360. Esse software é capaz de projetar peças tridimensionais e ainda realizar testes de carga e tensão nos objetos construídos. A Figura 3 apresenta o planejamento da construção do aerofólio com geometria “triangular”.

**Figura 3** – Aerofólio com geometria triangular.



Fonte: Acervo da equipe Tucuna.

Para essa geometria, estipulamos os seguintes dados:  $\rho = 1,180 \text{ kg/m}^3$ ;  $C_a = 0,5$ ;  $A_f = 0,003611 \text{ m}^2$ ; e  $V = (80 \text{ km/h}) \div 3,6 = 22,222 \text{ m/s}$ . Ao usarmos o modelo matemático, temos:

$$F_a = \rho \cdot C_a \cdot A_f \cdot \frac{V^2}{2}$$

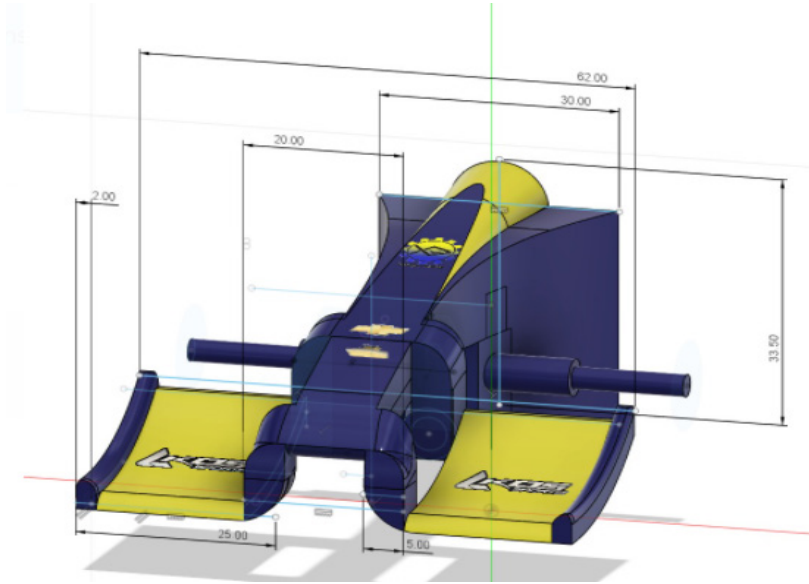
$$F_a = 1,180 \cdot 0,5 \cdot 0,003611 \cdot \frac{(22,222)^2}{2}$$

$$F_a = 0,526N$$

Depois de planejarem esse aerofólio de geometria triangular, a equipe passou a planejar um aerofólio mais complexo, fazendo uso de três geometrias: a Figura 3 apresenta o planejamento da construção de aerofólio com três

geometrias: “meia gota”, “semiesfera” e “triangular”, chamaremos de geometria mista, Figura 4. Nesse caso, para encontrar o Coeficiente aerodinâmico (Ca), calculou-se a média dos coeficientes das três geometrias envolvidas.

**Figura 4** – Aerofólio com geometria mista.



Fonte: Acervo da equipe Tucuna.

Nessa geometria mista, o passo inicial foi calcular o Coeficiente aerodinâmico médio (CaM) dos coeficientes das três geometrias usadas:

$$CaM = \frac{0,09 + 0,42 + 0,5}{3} = \frac{1,01}{3} = 0,336 \dots \approx 0,3$$

Para os outros valores foram estabelecidos os seguintes dados:  $\rho = 1,180 \text{ kg/m}^3$ ;  $A_f = 0,002984 \text{ m}^2$ ; e  $V = (80 \text{ km/h}) \div 3,6 = 22,222 \text{ m/s}$ . Ao usarmos o modelo matemático, temos:

$$Fa = \rho \cdot Ca \cdot Af \cdot \frac{V^2}{2}$$

$$Fa = 1,180 \cdot 0,3 \cdot 0,002984 \cdot \frac{(22,222)^2}{2}$$

$$Fa \approx 0,261N$$

Com os dois aerofólios planejados e com os resultados dos modelos matemáticos para cada um deles, os estudantes puderam saber quais dos dois aerofólios iriam lhes trazer melhores resultados na competição F1 in Schools.

Alcançada a fase 5 de avaliação crítica da solução encontrada pelo modelo, que possibilitou calcular a Força de Arrasto dos aerofólios. Sendo que o escolhido foi o aerofólio de geometria mista, pois ele tinha menor arrasto, logo, o carro em miniatura terá maior velocidade (SUCH, 2018).

Para fazer uma verificação crítica se a solução apresentada pela Matemática seria útil na competição, a equipe Tucuna fez uso do software Autodesk Flow Design, o qual

[...] é um software virtual, disponibilizado pela Autodesk, que simula um túnel de vento. Este é utilizado por engenheiros e mostra o fluxo de ar ao redor dos projetos, com essa visão, de como estaria o carro na pista, a equipe conseguiu fazer as modificações e melhorias necessárias. O FLOW DESIGN foi utilizado em todo o desenvolvimento do carro. Observando sempre as cores predominantes na tela, pois o vermelho indica onde há uma alta pressão, o que pode causar baixa velocidade. As cores azul e verde indicam que há pouco arrasto, ou seja, mais velocidade. (ACERVO DA EQUIPE TUCUNA).

O resultado da simulação foi o mesmo apresentado pelo modelo matemático, ou seja, mostrando que o passo seis da Modelagem Matemática Maker tinha sido alcançado. Como a fase sete estava concomitante às fases cinco e seis, deu-se nela a finalização dos desenhos do carro em miniatura de fórmula 1 e apresentação do orçamento geral, Quadro 2, para a produção do protótipo e ida à competição F1 in Schools, que ocorreria em São Paulo.

Quadro 2 – Orçamento Geral.

ITEM	QTD	VALOR UNID	TOTAL
Micro Retífica	1	R\$ 350,00	R\$ 350,00
Paquímetro digital	1	R\$ 220,00	R\$ 220,00
Rolamentos	30	R\$ 53,00	R\$ 1.590,00
Estilete Metálico	3	R\$ 17,10	R\$ 51,30
Rolo de ABS	1	R\$ 150,00	R\$ 150,00
Lixas de Ferro	5	R\$ 1,00	R\$ 5,00
Cola Instantânea	4	R\$ 8,00	R\$ 32,00
Pich	1	R\$ 2.000,00	R\$ 2.000,00
Portfólio	2	R\$ 200,00	R\$ 400,00

Pintura	3	R\$ 200,00	R\$ 600,00
Balança de Precisão	1	R\$ 15,00	R\$ 15,00
Kit de EPI	1	R\$ 30,00	R\$ 30,00
Canecas	15	R\$ 20,00	R\$ 300,00
Adesivos do carro	3	R\$ 10,00	R\$ 30,00
Jaquetas	12	R\$ 120,00	R\$ 1.440,00
Camisetas	20	R\$ 55,00	R\$ 1.100,00
Passagens			R\$ 12.904,52
Hospedagem			R\$ 4.604,56
Diárias			R\$ 4.552,50
Ajuda de Custo			R\$ 5.085,00
Bandeiras	2	R\$ 150,00	R\$ 300,00
<b>Total:</b>			<b>R\$ 35.759,88</b>

Fonte: Acervo da equipe Tucuna.

A equipe comenta que a escola Sesi arcou com “grande parte dos custos, principalmente da viagem, [...], isso facilitou muito, pois os recursos vindos dos demais patrocinadores foram destinados para as outras demandas da equipe”. Os estudantes conseguiram três empresas para patrociná-los. Após a finalização do projeto virtual e com todas as medidas prontas, a equipe partiu para o processo de fabricação do protótipo físico na íntegra, a oitava etapa da Modelagem Matemática Maker. Para a realização desse processo, contou-se com a ajuda do Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial – SENAI. Para a usinagem do bloco de poliuretano (material do qual o corpo do carro seria construído) foi utilizada a SKYBULL 600M DIPLOMAT<sup>58</sup> de três eixos, Figura 5.

Figura 5 - SKYBULL 600M DIPLOMAT (Usinagem do corpo do carro).

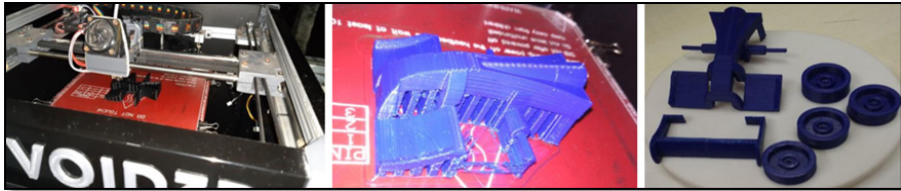


Fonte: Acervo da equipe Tucuna.

<sup>58</sup> Máquina de usinagem utilizada em projetos de metal, plástico, poliuretano, MDF, etc.

Paralelamente a todo o processo de usinagem, a equipe trabalhou em algumas partes do protótipo em ABS<sup>59</sup>, na impressora 3D, VOID 3D, do laboratório de robótica da própria escola. As mesmas, associadas à parte de poliuretano, acabaram compondo todo o corpo do carro. Foram impressos os aerofólios dianteiros, traseiros, rodas e eixos, Figura 6.

**Figura 6** – Componentes impressos na impressora VOID 3D.



Fonte: Acervo da equipe Tucuna.

Finalizada a parte de montagem, acabamentos e testes, a funilaria foi realizada em uma empresa da cidade, do ramo automotivo, uma vez que eram exigidos dos participantes a busca de patrocínio e parcerias para a construção do modelo, evidenciando assim o verdadeiro trabalho de uma escuderia de Fórmula 1.

O protótipo montado, antes da pintura, pesava em torno de 42g. Considerando que as regras do torneio estipulavam que o protótipo deveria pesar no mínimo 50g, todas as composições das peças levavam em conta esse peso final. Os oito gramas restantes para se atingir o mínimo estipulado foram alcançados na pintura, com camadas de prime, tinta e verniz. Ao final do processo, o protótipo atingiu a incrível marca de 50,5g, o que chamou a atenção dos juízes e demais competidores, como relata a equipe, contribuindo também para o bom desempenho do carro na pista, Figura 7.

**Figura 7** – Processo de funilaria – Empresa patrocinadora da equipe.



Fonte: Acervo da equipe Tucuna.

<sup>59</sup> Filamento plástico utilizado em impressões 3d.

Uma vez finalizada a parte de funilaria, o grupo retornou para o laboratório da escola, e nos dias seguintes, passaram a finalizar os últimos detalhes relacionados ao protótipo, como alinhamento das rodas, lubrificação dos rolamentos e inserção dos adesivos, tanto dos patrocinadores quanto os da equipe. O produto final pode ser observado na Figura 8.

**Figura 8** – Protótipo finalizado – Virtual / Real.



Fonte: Acervo da equipe Tucuna.

À esquerda, o protótipo obtido via software, com imagem renderizada, e à direita, o carro físico, pronto para participar do torneio, o “Tucafast”, nome dado ao protótipo pela equipe. Não se fez uso da nona etapa do processo de Modelagem Matemática Maker, pois não foi necessária Modificação, uma vez que os resultados do protótipo foram satisfatórios à solução do problema no mundo real.

De acordo com os relatos da equipe, no pós-torneio, os resultados foram melhores do que os esperados: na defesa do projeto de construção, eles alcançaram o primeiro lugar a nível nacional, e nas tomadas de tempo na pista, obtiveram o oitavo lugar de um total de 30 equipes que participaram com seus respectivos carros.

#### 4. Considerações Finais

Na introdução fizemos o seguinte questionamento: Como se constitui a Modelagem Matemática Maker enquanto processo analítico de uma atividade STEM? Percebemos que ela se constitui por nove etapas em espiral, a qual, como uma mola, se movimenta em processo de ida e volta entre as fases, interligando teoria e prática.

Em diferentes situações, percebeu-se no desenvolvimento das atividades tal processo, ora a atuação de uma via de mão única, mencionando aqui as fases que compõem a Modelagem Matemática Maker, ora uma via de mão dupla, uma vez que os estudantes foram estimulados, por meio do desafio proposto pelo

torneio, a utilizarem os seus saberes, em busca de uma integração entre teoria (em especial da disciplina de Matemática) e a prática, visando é claro a resolução das situações-problema apresentadas. Desse modo, constatou-se o sucesso obtido por um grupo de indivíduos, mesmo que com interesses distintos, uma vez que estes se propuseram de fato a uma situação de coletividade, visando um objetivo comum, pois, a partir das hipóteses formuladas e pautados em modelos matemáticos existentes, acabaram encontrando o melhor caminho a seguir, mesmo tendo que, por vezes, refazer os seus passos ao percorrer as fases da Modelagem Matemática Maker, na busca por mais eficiência no modelo final do protótipo.

Espera-se que a apreciação desses saberes possa contribuir com o surgimento de novas argumentações que favoreçam a harmonia entre teoria e prática no ensino, uma vez que a própria Matemática já se encontra em um processo de aprimoramento constante.

Nessa acepção, e focando na efetiva participação da equipe no campeonato da F1 in Schools, constatou-se esta ser impraticável para a maiorias das escolas brasileiras, uma vez que a escola Sesi e seus estudantes desembolsaram R\$ 35.759,88 para participar do evento, como foram seis estudantes a participar, temos um investimento individual de R\$ 5.959,98, uma atividade para poucas escolas no Brasil. Tal constatação evidencia ainda a necessidade do desenvolvimento/estruturação de práticas/eventos acessíveis às unidades de ensino, visando a disseminação dessas abordagens.

Acompanhar todos os detalhes deste processo apresentou-se como um momento extremamente produtivo para o desenrolar desta pesquisa, evidenciando a necessidade dos educadores e das próprias instituições de ensino, de se voltarem ainda mais para o campo da experimentação, buscando novas abordagens para o ensino da Matemática e a conseqüente continuidade na reformulação desta disciplina.

## Referências

AKGUN, O. E. Technology in STEM project-based learning. *In*: CAPRARO, R. M.; CAPRARO, M. M.; MORGAN, J. R. STEM project-based learning: an integrated Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM) Approach (2nd Edition). 2<sup>nd</sup>. ed. Texas: Sense Publishers, 2013. Cap. 8. p. 65-76.

ANDRIETTA, M. Entenda a importância da resistência do ar. 2019. Disponível em: <https://infoenem.com.br/entenda-a-importancia-da-resistencia-do-ar/>. Acesso em: 25 jun. 2021.

GEF. Fundamentos de física. 2021. Disponível em: <http://coral.ufsm.br/gef/q-fluidos03.html>. Acesso em: 29 jun. 2021.

HELERBROCK, R. Forças de arraste; Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/fisica/forcas-arraste.htm>. Acesso em: 29 jun.2021.

JENKINS, H. Cultura da convergência. 1. ed. São Paulo: Aleph, 2008.

MEYER, J. F. C. A. Modelagem Matemática: o desafio de se “fazer” a matemática da necessidade. Com A Palavra, O Professor, [s.l.], v. 5, n. 11, p. 140-149, 29 abr. 2020. Revista Com a Palavra o Professor. <http://dx.doi.org/10.23864/cpp.v5i11.559>. Disponível em: <http://revista.geem.mat.br/index.php/PPP/article/view/559>. Acesso em: 29 jun. 2021.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. Modelagem em educação matemática. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

MOURA, E. M. Formação docente e educação maker: o desafio do desenvolvimento das competências. 2019. Tese (Doutorado em Educação e Ciências Sociais) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019. Disponível em: [https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-03032020-171456/publico/ELITON\\_MEIRELES\\_DE\\_MOURA\\_rev.pdf](https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-03032020-171456/publico/ELITON_MEIRELES_DE_MOURA_rev.pdf). Acesso em: 29 jun. 2021.

OLIVEIRA, T. R. M.; PARAÍSO, M. A. Mapas, dança, desenhos: a cartografia como método de pesquisa em educação. *In*: Revista Pro-posições, v. 23, n. 3, p. 159-178, set/dez. 2012.

PAIVA, C. C. Metamorfoses epistemológicas no campo da comunicação: convergências sociais e tecnológicas. *In*: Paiva, A. C. *et al.* (org.). Afrodite no ciberespaço: A era das convergências. João Pessoa: Marca de Fantasia, 2010.

PORVIR. STEM: o movimento, as críticas e o que está em jogo. 2018. Disponível em: <https://porvir.org/stem-o-movimento-as-criticas-e-o-que-esta-em-jogo/>. Acesso em: 29 jun. 2021.

SCHOOLS, F1 IN. O desafio. 2021. Disponível em: <https://www.f1inschools.com/about-the-challenge.html>. Acesso em: 29 jun. 2021.

SESI. Torneio SESI de Robótica. 2021. Disponível em: <http://www.portaldaindustria.com.br/sesi/canais/torneio-de-robotica/>. Acesso em: 22 jun. 2021.



SOUZA JÚNIOR, A. J.; ALVES, D. B. Modelagem matemática e educação ambiental no contexto da cultura digital. Com A Palavra O Professor, Vitória da Conquista, BA, v. 5, n. 11, p. 150-170, jan. 2020. Quadrimestral. Disponível em: <http://revista.geem.mat.br/index.php/PPP/article/view/560>. Acesso em: 23 jun. 2021.

SUCH, M. R. Análise aerodinâmica de um veículo de eficiência energética. 2018. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Automotiva, Grupo de Pesquisa em Eficiência Energética de Sistemas Veiculares, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/188252/TCC%20-%20Matheus%20Rosa%20Such.pdf?se>. Acesso em: 24 jun. 2016.



ISBN 978-65-5390-057-8



9 786553 900578