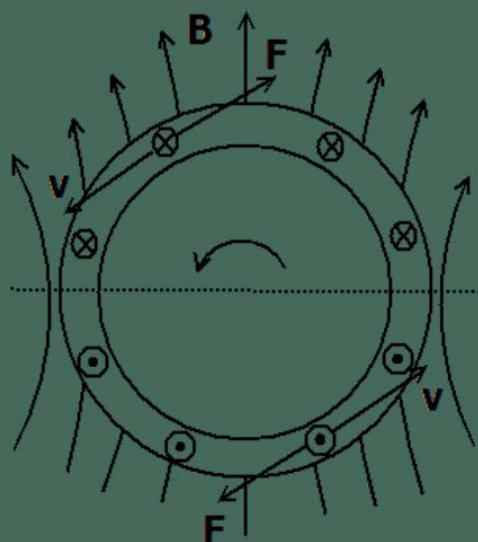
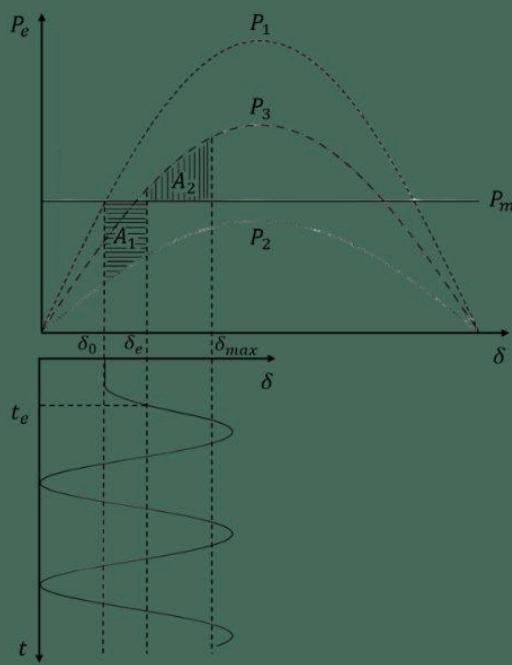


ESTABILIDADE ANGULAR

UM CURSO DE GRADUAÇÃO

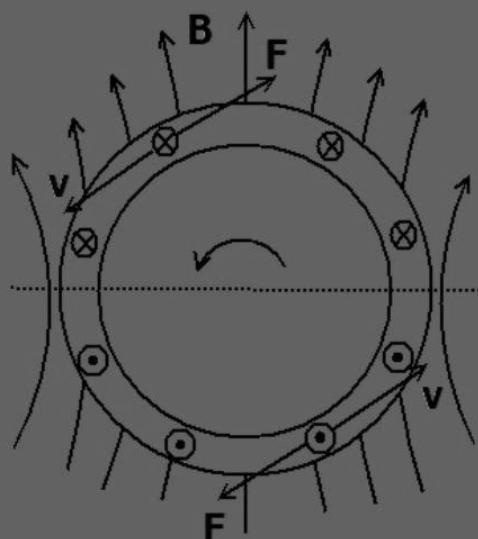
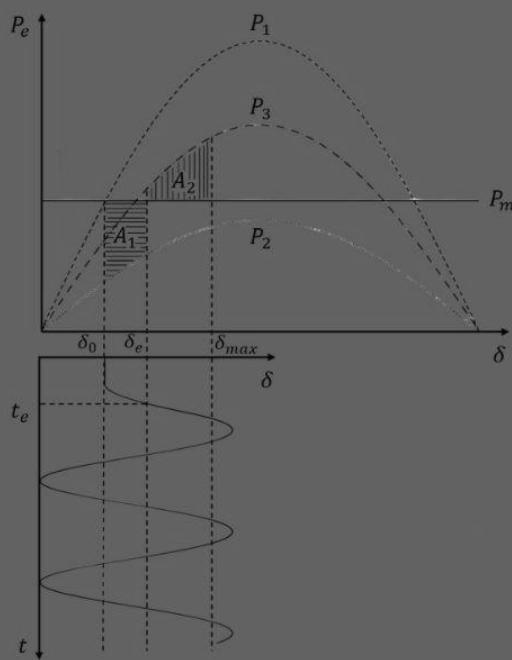
SÉRGIO MANUEL RIVERA SANHUEZA
STEFANI CAROLLINE LEAL DE FREITAS
MAXWELL DIÓGENES BANDEIRA DE MELO
ADELICIO MAXIMIANO SOBRINHO



ESTABILIDADE ANGULAR

UM CURSO DE GRADUAÇÃO

SÉRGIO MANUEL RIVERA SANHUEZA
STEFANI CAROLLINE LEAL DE FREITAS
MAXWELL DIÓGENES BANDEIRA DE MELO
ADELICIO MAXIMIANO SOBRINHO



SÉRGIO MANUEL RIVERA SANHUEZA
STEFANI CAROLLINE LEAL DE FREITAS
MAXWELL DIÓGENES BANDEIRA DE MELO
ADELICIO MAXIMIANO SOBRINHO

ESTABILIDADE ANGULAR: UM CURSO DE GRADUAÇÃO

VOLUME ÚNICO

SÉRGIO MANUEL RIVERA SANHUEZA
STEFANI CAROLLINE LEAL DE FREITAS
MAXWELL DIÓGENES BANDEIRA DE MELO
ADELICIO MAXIMIANO SOBRINHO

ESTABILIDADE ANGULAR: UM CURSO DE GRADUAÇÃO

1ª Edição
Volume Único
PALMAS
2025

Universidade Federal do Tocantins

Editora da Universidade Federal do Tocantins - EDUFT

Reitora Maria Santana Ferreira dos Santos Milhomem	Conselho Editorial Presidente Ruhena Kelber Abrão Ferreira
Vice-reitora Marcelo Leineker Costa	Membros do Conselho por Área
Pró-Reitor de Administração e Finanças (PROAD) Carlos Alberto Moreira de Araújo	<i>Ciências Biológicas e da Saúde</i> Ruhena Kelber Abrão Ferreira
Pró-Reitor de Avaliação e Planejamento (PROAP) Eduardo Andrea Lemus Erasmo	<i>Ciências Humanas, Letras e Artes</i> Fernando José Ludwig
Pró-Reitor de Assuntos Estudantis (PROEST) Kherlley Caxias Batista Barbosa	<i>Ciências Sociais Aplicadas</i> Ingrid Pereira de Assis
Pró-Reitora de Extensão, Cultura e Assuntos Comunitários (PROEX) Bruno Barreto Amorim Campos	<i>Interdisciplinar</i> Wilson Rogério dos Santos
Pró-Reitora de Gestão e Desenvolvimento de Pessoas (PROGEDEP) Michelle Matilde Semiguem Lima Trombini Duarte	
Pró-Reitor de Graduação (PROGRAD) Valdirene Gomes dos Santos de Jesus	
Pró-Reitor de Pesquisa e Pós-Graduação (PROPESQ) Flávia Lucila Tonani	
Pró-Reitor de Tecnologia e Comunicação (PROTIC) Olívia Tozzi Bittencourt	

O padrão ortográfico e o sistema de citações e referências bibliográficas são prerrogativas de cada autor. Da mesma forma, o conteúdo de cada capítulo é de inteira e exclusiva responsabilidade de seu respectivo autor.



<http://www.abecbrasil.org.br>



<http://www.abeu.org.br>

Capa: Ana Luiza Lopes Costa

Revisão Linguística: Os autores

Diagramação: Ana Luiza Lopes Costa

Doi 10.20873//_eduft_2025_30

Ficha catalográfica

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Estabilidade angular [livro eletrônico] : um curso
de graduação / Sergio Manuel Rivera
Sanhueza...[et al.]. -- 1. ed. -- Palmas, TO :
Editora Universitária - Eduuft, 2025.
PDF
Outros autores: Stefani Carolline Leal de Freitas,
Maxwell Diógenes Bandeira de Melo, Adelicio Maximiano
Sobrinho.

Bibliografia.
ISBN 978-65-5390-191-9

1. Educação superior 2. Engenharia elétrica - Estudo e
ensino 3. Máquinas elétricas I. Sanhueza, Sergio Manuel
Rivera. II. Freitas, Stefani Carolline Leal de. III.
Melo, Maxwell Diógenes Bandeira de. IV. Maximiano
Sobrinho, Adelicio.

25-279136

CDD-621.31

Índices para catálogo sistemático:

1. Engenharia elétrica 621.31

Eliete Marques da Silva - Bibliotecária - CRB-8/9380

Apresentação

Chegar a cursar uma graduação não é uma tarefa fácil, e concluir-la é ainda mais desafiador — especialmente quando se trata de um curso de engenharia. Muitas vezes, assimilar o conteúdo exige do aluno dedicação, boa vontade e paciência, e o mesmo vale para os professores no momento de ensinar. Para percorrer essa jornada, é essencial recorrer a livros didáticos que abranjam o conteúdo curricular. No entanto, embora muitos cumpram essa função, a didática acaba, por vezes, ficando em segundo plano.

Na área de Sistemas de Potência, há autores de renome internacional com ampla experiência, cujas obras são consideradas verdadeiras “bíblias” sobre o tema, por tratarem, simultaneamente, de Fluxo de Potência, Curto-Circuito e Estabilidade. No entanto, assim como a Bíblia, essas obras nem sempre são de fácil leitura.

Sob a ótica do estudante de graduação, ter em mãos uma “bíblia” de Sistemas de Potência pode ser intimidador diante do conteúdo denso — sem contar que, paralelamente, o aluno cursa diversas outras disciplinas. Esse aspecto deve ser considerado, afinal, todo professor já foi aluno um dia. Por isso, esta singela obra tem como foco apenas a Estabilidade Angular, ou seja, aquela relacionada ao ângulo do rotor da máquina síncrona.

Buscou-se utilizar fundamentos que o aluno já conhece a partir das disciplinas introdutórias do curso de engenharia, como a mecânica do movimento rotacional, com base na Segunda Lei de Newton, e a conceituação física das variáveis associadas à inércia.

Com o objetivo de tornar o assunto mais acessível ao estudante, foram incluídos exercícios extraídos de concursos públicos e do Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (ENADE). A familiaridade com esse tipo de questão permite ao futuro engenheiro eletricista

compreender melhor o que é exigido para sua inserção no mercado de trabalho.

Prefácio

Este livro aborda a influência do gerador síncrono na estabilidade angular do sistema elétrico de potência. Para que o estudante possa assimilar o conteúdo de forma mais objetiva, é recomendável que já tenha domínio das disciplinas do curso de Engenharia Elétrica, conforme a sequência apresentada na figura abaixo.



Como em todo curso de engenharia, as disciplinas do ciclo básico — como Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Linear, Física, Lógica de Programação e Métodos Numéricos — permitem representar diversos sistemas físicos por meio da linguagem matemática.

Já as disciplinas específicas do curso de Engenharia Elétrica — como Circuitos Elétricos, Eletromagnetismo, Sistemas Elétricos de Potência e Máquinas Elétricas — proporcionam ao aluno a maturidade necessária para compreender o objetivo central desta obra: a Estabilidade Angular. Sendo assim, é altamente recomendável que o estudante não apresente lacunas significativas nos conteúdos mencionados.

Com o intuito de facilitar a assimilação dos conceitos, o livro foi estruturado nos seguintes capítulos:

Capítulo 1 – Apresenta uma descrição sucinta dos métodos numéricos utilizados na análise da estabilidade angular;

Capítulo 2 – Introduz o conceito de inércia de forma qualitativa e quantitativa. Antes de se abordar a modelagem matemática, são feitas analogias que ajudam a compreender a influência da inércia no sistema

elétrico. Este capítulo também revisa aspectos da geração de energia em usinas hidrelétricas e os tipos de turbinas envolvidos;

Capítulo 3 – Descreve as principais características dos geradores síncronos, incluindo aspectos físicos e a produção de conjugado;

Capítulo 4 – Representa a parte central da obra, na qual a estabilidade angular é modelada, analisada e implementada computacionalmente;

Capítulo 5 – São apresentados fatores que influenciam a estabilidade angular, bem como o impacto dos sistemas de transmissão em corrente contínua (HVDC) e das fontes renováveis de energia na inércia do sistema elétrico.

Os autores

Sumário

CAPÍTULO 1 MÉTODOS NUMÉRICOS VOLTADOS PARA ESTABILIDADE DE SISTEMAS DE POTÊNCIA	13
CAPÍTULO 2 A IMPORTÂNCIA DA INÉRCIA NO SISTEMA ELÉTRICO	29
CAPÍTULO 3 REPRESENTAÇÃO DE MÁQUINAS SÍNCRONAS NO SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA	44
CAPÍTULO 4 A ESTABILIDADE ANGULAR	91
CAPÍTULO 5 FATORES QUE AFETAM A ESTABILIDADE	128
SOBRE OS AUTORES	148

CAPÍTULO 1

MÉTODOS NUMÉRICOS VOLTADOS PARA ESTABILIDADE DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

No contexto da estabilidade de sistemas elétricos de potência, é necessário resolver numericamente um conjunto de equações algébrico-diferenciais (EAD). Na literatura, os métodos mais utilizados para esse fim são o método de Newton-Raphson, aplicado às equações algébricas, e o método Trapezoidal Implícito, voltado para as equações diferenciais.

Nas próximas seções, esses métodos serão apresentados de forma didática, considerando tanto sistemas unidimensionais quanto multidimensionais.

Método de Newton-Raphson

Para resolver uma equação algébrica não linear ou um sistema de equações algébricas não lineares, o método de Newton-Raphson é amplamente utilizado, principalmente por ter **convergência quadrática**. Será descrito na sequência como aplicá-lo nos casos unidimensional e multidimensional.

Descrição do método de Newton-Raphson – caso unidimensional.

Para resolver apenas uma única equação algébrica, do tipo $F(x) = 0$, utilizando o método de Newton-Raphson (CHAPRA; CANALE, 2011), faz-se uma estimativa inicial, x_{est} , e a partir desta, o método irá calcular uma possível solução, x_{novo} , conforme a Equação (1.1), sendo F' a derivada da função F .

$$x_{novo} = x_{est} - \frac{F(x_{est})}{F'(x_{est})} \quad (1.1)$$

Para saber se o valor calculado para x_{novo} é o correto, deve haver uma diferença, Δx , muito pequena entre o valor calculado, x_{novo} , e a estimativa, x_{est} , dada por (1.2):

$$\Delta x = |x_{novo} - x_{est}| \quad (1.2)$$

O usuário deve, no início do programa estabelecer uma tolerância, tol , para o valor de Δx , por exemplo, um milésimo (0,001), assim o critério de parada será quando o valor de Δx , seja menor que a tolerância, tol .

Caso a diferença, Δx , seja maior que tolerância , tol , o valor da estimativa, x_{est} , será corrigido somando-o ao valor de Δx , e o processo se repete, começando uma nova iteração. Este processo é feito através das Equações (1.3) e (1.4).

$$\Delta x = -\frac{F(x_{est})}{F'(x_{est})} \quad (1.3)$$

$$x_{est} = x_{est} + \Delta x \quad (1.4)$$

Após o usuário estimar um valor para a solução, x_{est} , calcula-se o valor de Δx , usando (1.3).

Na sequência, é realizado o teste de convergência: se o valor de Δx for menor que a tolerância definida, tol , significa que o valor estimado x_{est} , é aceitável, encerrando o processo iterativo. Caso contrário, a estimativa x_{est} é corrigida usando a equação (1.4) e o processo é repetido em uma nova iteração.

Um algoritmo simplificado é apresentado na Figura 1.1, sendo i o contador de iterações.

Como todo algoritmo, tem-se três etapas, entrada, processamento e saída, sendo que o usuário fornece a estimativa x_{est} e a tolerância tol .

O processamento tem como objetivo calcular x_{novo} , e na saída são impressos os valores da iterações necessárias, i , da diferença Δx , e também do valor procurado para x_{novo} .

É importante ressaltar que, comumente, a tolerância tol é atribuída com o valor de um milésimo (10^{-3}). No entanto, caso o usuário deseje usar uma tolerância menor, o número de iterações poderá aumentar.

Apesar da vantagem do método de Newton-Raphson – que possui convergência quadrática –, ele é bastante sensível à estimativa inicial (ou “chute”). Do ponto de vista estritamente matemático, uma função F pode ter mais de um valor de x que satisfaça a condição $F(x) = 0$, logo deve haver bom senso ao estimar x_{est} de acordo com o sistema físico representado por F .

Desta forma, se x representa um valor de tensão em pu, o “chute” mais conveniente será 1,0 pu, pois sabe-se que as tensões em uma rede elétrica operam normalmente próximas a este valor.

Dados de entrada:
 x_{est} : Estimativa inicial ("chute")
 tol : tolerância admitida

Processamento:
 Início
 $i=0$
 Enquanto ($|\Delta x| \geq \text{tol}$)
 Se ($|\Delta x| < \text{tol}$)
 $x_{\text{novo}} = x_{\text{est}}$
 Parar
 Fim Se

 Fim Enquanto
 Fim

 Saída
 Imprime (i), (Δx), (x_{novo})

Figura 1.1 - Algoritmo do Método de Newton-Raphson unidimensional.

Descrição do método de Newton-Raphson – caso multidimensional.

Quando se tem um sistema de N equações algébricas e N variáveis, o processo iterativo é análogo às Equações (1.3) e (1.4), que tratam do caso unidimensional, sendo que desta vez, o objetivo é encontrar o vetor $[x]$ que satisfaça ao sistema de equações algébricas dado por (1.5):

$$\begin{aligned} F_1(x_1, x_2, \dots, x_N) &= 0 \\ F_2(x_1, x_2, \dots, x_N) &= 0 \\ &\vdots \\ F_N(x_1, x_2, \dots, x_N) &= 0 \end{aligned} \tag{1.5}$$

Sendo o vetor x dado por:

$$[x] = [x_1 \ x_2 \ : \ x_N] \tag{1.6}$$

Da mesma forma que no caso unidimensional, deve-se estimar valores para os elementos do vetor x , representados por (1.7), e a partir desta estimativa calcular os novos valores de x , denotados pelo vetor x_{novo} , dado por (1.8).

$$[x_{est}] = \begin{bmatrix} x_{1_{est}} & x_{2_{est}} & \vdots & x_{N_{est}} \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

$$[x_{novo}] = \begin{bmatrix} x_{1_{novo}} & x_{2_{novo}} & \vdots & x_{N_{novo}} \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

A diferença, em módulo, entre os vetores $[x_{novo}]$ e $[x_{est}]$ é representada pelo vetor $[\Delta x]$, conforme a Equação (1.9).

$$[\Delta x] = \left\| \begin{bmatrix} x_{1_{novo}} & x_{2_{novo}} & \vdots & x_{N_{novo}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{1_{est}} & x_{2_{est}} & \vdots & x_{N_{est}} \end{bmatrix} \right\| \quad (1.9)$$

A derivada que aparece em (1.3) é agora substituída pela matriz Jacobiana, dada pela Equação (1.10), onde cada linha contém as derivadas das respectivas funções F em relação a cada elemento do vetor x .

$$[J(x)] = \left[\frac{\partial F_1}{\partial x_1} \frac{\partial F_1}{\partial x_2} \cdots \frac{\partial F_1}{\partial x_N} \frac{\partial F_2}{\partial x_1} \frac{\partial F_2}{\partial x_2} \cdots \frac{\partial F_2}{\partial x_N} \vdots \vdots \ddots \vdots \frac{\partial F_N}{\partial x_1} \frac{\partial F_N}{\partial x_2} \cdots \frac{\partial F_N}{\partial x_N} \right] \quad (1.10)$$

O processo iterativo do Método de Newton-Raphson consiste na aplicação das equações (1.11) e (1.12).

$$- [F(x_{est})] = [J(x_{est})][\Delta x] \quad (1.11)$$

$$[x_{est}] = [\Delta x] + [x_{est}] \quad (1.12)$$

De início, o usuário faz a estimativa para o vetor $[x_{est}]$, deste modo são obtidos $F(x_{est})$ e $J(x_{est})$, e na sequência é resolvido o sistema linear da Equação (1.11), obtendo assim o vetor $[\Delta x]$.

O próximo passo é fazer o teste de convergência, pois se os elementos de $[\Delta x]$ são menores que a tolerância, tol , isso significa que os valores

estimados para $[x_{est}]$, são aceitáveis, e encerra-se o processo iterativo. Caso contrário, corrige-se $[x_{est}]$, usando (1.12), incrementa-se uma iteração i a mais, e o processo é repetido (BURDEN; FAIRES; BURDEN, 2021).

Na sequência, é apresentado um algoritmo simplificado na Figura 1.2.

```
Dados de entrada:  
[xest]: Estimativa inicial ("chute")  
tol: tolerância admitida  
  
Processamento:  
Início  
    i=0  
    Enquanto ( [Δx] ≥ tol )  
        Calcular o vetor F([xest])  
        Calcular a matriz Jacobiana J([xest]) usando (1.10)  
        Calcular o vetor [Δx] usando (1.11)  
        Se ( [Δx] < tol )  
            [xnovo]=[xest]  
            Parar  
        Fim Se  
  
        Fim Enquanto  
    Fim  
  
Saída  
Imprime (i), ([Δx]), ([xnovo])
```

Figura 1.2 - Algoritmo do Método de Newton-Raphson multidimensional.

Com relação à resolução do sistema linear da Equação (1.11), é recomendável utilizar a decomposição LU (CHAPRA; CANALE, 2011), pois é de fácil implementação.

Uma particularidade da montagem da matriz Jacobiana

Conforme visto na Equação (1.10), para calcular os elementos da matriz Jacobiana é necessário derivar uma função F , de N variáveis, em relação a $x_1, x_2, \dots, e x_N$.

Esta derivação pode ser feita de forma analítica, mas para evitar o erro humano nesta operação, principalmente quando se tem um grande número de equações envolvidas, a derivação numérica é uma boa opção. A derivada de uma função $F(x)$ é definida pela Equação (1.13), onde ε é um número de reduzido valor. No entanto, esta expressão não é utilizada, pois apresenta erro elevado se comparado ao resultado da derivação analítica, feita “manualmente”.

$$F'(x) = \frac{F(x+\varepsilon) - F(x)}{\varepsilon} \quad (1.13)$$

Para reduzir o erro da derivação numérica em relação a analítica, de valor exato, é utilizado o método das diferenças finitas centradas, que apresentam erro da ordem (ε^1 , o que é bem atrativo (CHAPRA; CANALE, 2011), assim, a derivada de uma função $F(x)$ é dada por (1.14).

$$F'(x) = \frac{F(x+\varepsilon) - F(x-\varepsilon)}{2\varepsilon} \quad (1.14)$$

Em (1.14), o valor de ε conveniente para ser utilizado é 10^{-5} .

Desta forma, caso não se queira calcular os elementos da matriz Jacobiana de forma analítica, para evitar erros humanos, pode-se utilizar a expressão (1.14), mas dependendo da ordem do sistema a ser resolvido, pode haver a desvantagem de mais cálculos internos durante o processamento.

Método trapezoidal implícito

A resolução numérica de Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) tem vários métodos na literatura, e neste capítulo será descrito o Trapezoidal Implícito, que por sua vez é amplamente empregado para estudos de estabilidade de sistemas de potência (FELTRIN, 1986).

A grande vantagem dessa técnica, em relação às demais, está no fato de permitir a resolução simultânea de equações diferenciais e algébricas,

formando, a cada instante de tempo, um sistema de equações algébricas não lineares. Esses sistemas podem ser resolvidos de forma iterativa com relativa facilidade por meio do método de Newton-Raphson (BURDEN; FAIRES; BURDEN, 2021).

No estudo da estabilidade angular, há um forte acoplamento entre as equações diferenciais e algébricas que compõem o modelo matemático. Isso ocorre porque as equações que descrevem o comportamento dos geradores são diferenciais, enquanto as equações que regem o fluxo de potência nas linhas são algébricas — o que torna o método Trapezoidal Implícito especialmente útil nesse contexto.

A seguir, será descrito como aplicar esse método em cada uma das duas situações distintas:

- i.Uma equação única diferencial;
- ii.Várias equações diferenciais;

Aplicação para uma única equação diferencial

Seja uma equação diferencial, na variável x , dada por (1.15):

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x) \quad (1.15)$$

Sendo:

t : vetor tempo;

x : vetor incógnita da equação diferencial;

De acordo com (1.15), os valores de x são obtidos integrando a função $f(t, x)$ em relação ao tempo t . De forma ilustrativa, uma função $f(t, x)$ pode ser representada através do gráfico da Figura 1.3, cujos limites de integração são t_0 e t_f . Já o vetor tempo é dividido em n intervalos de comprimento h .

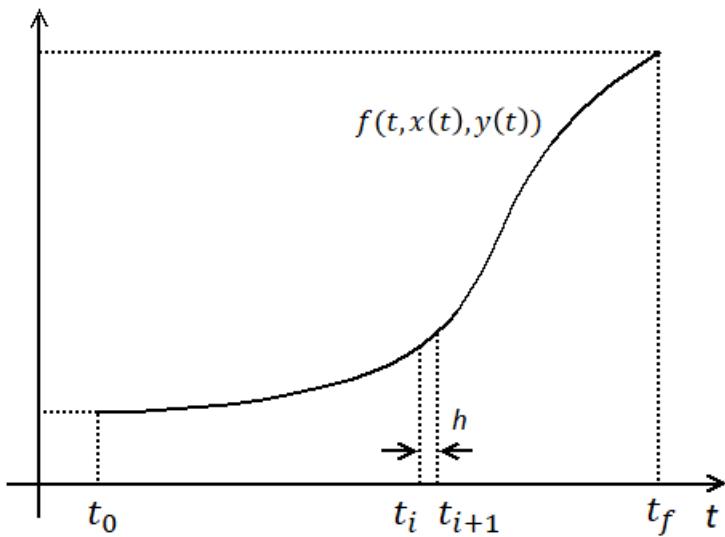


Figura 1.3 - Integração da função $f(t,x)$ num intervalo de tempo h .

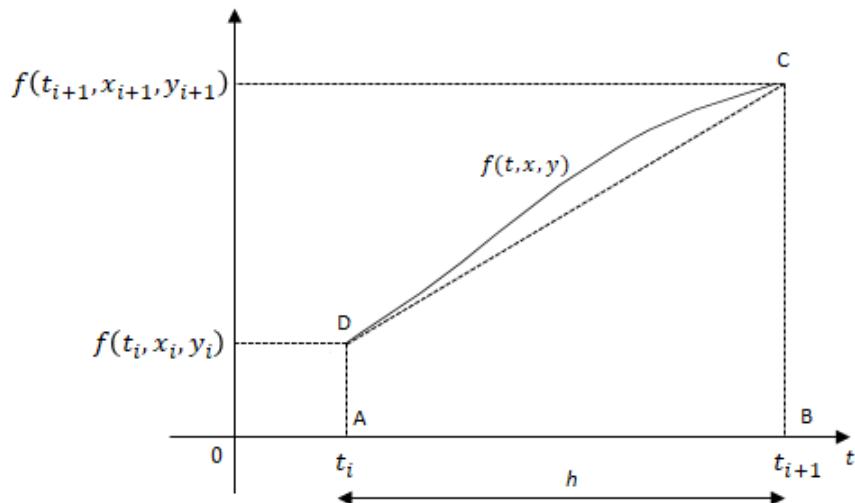


Figura 1.4 - Integração da função $f(t,x)$ num intervalo de tempo h .

Este tipo de método é classificado como um Problema de Valor Inicial (PVI), pois no tempo inicial t_0 , devem ser conhecidos previamente o valor de x_0 , e assim, o objetivo é calcular sequencialmente para cada tempo t_i , o respectivo valor x_i .

Fazendo agora uma maximização no intervalo h , indicado na Figura 1.3, tem-se a Figura 1.4, que mostra um intervalo de integração de um tempo t_i

até um tempo t_{i+1} , correspondentes aos valores $f(t_i, x_i)$ e $f(t_{i+1}, x_{i+1})$. Esta operação pode ser realizada multiplicando ambos os lados da Equação (1.15) por dt .

$$dx = f(t, x)dt$$

Integrando ambos os lados:

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} dx = \int_{t_i}^{t_{i+1}} f(t, x)dt$$

O que resulta na Equação (1.16), cuja integral do segundo membro corresponde aproximadamente a área do trapézio $ABCD$ da Figura 1.4.

$$x_{i+1} - x_i = \int_{t_i}^{t_{i+1}} f(t, x)dt \quad (1.16)$$

Desta forma é possível reescrever (1.16) conforme (1.17)

$$x_{i+1} - x_i = \frac{h}{2}[f(t_i, x_i) + f(t_{i+1}, x_{i+1})] \quad (1.17)$$

Sabendo que no tempo t_i , o valor de x_i é conhecido, o valor subsequente x_{i+1} é dado então por (1.18), que é a fórmula geral para o Método Trapezoidal Implícito:

$$x_{i+1} = x_i + \frac{h}{2}[f(t_i, x_i) + f(t_{i+1}, x_{i+1})] \quad (1.18)$$

O nome implícito vem do fato que o valor de x_{i+1} está presente nos dois membros da Equação (1.18), não sendo possível isolá-lo, o que torna (1.18) uma equação algébrica não linear, obrigando a utilização de um método iterativo para resolvê-la, sendo o de Newton-Raphson uma boa alternativa.

Para implementar o algoritmo será criada uma nova função F , que depende de f para calcular de forma iterativa o valor de x_{i+1} , dada por (1.19):

$$F(x_{i+1}) = x_{i+1} - x_i - \frac{h}{2} [f(t_i, x_i) + f(t_{i+1}, x_{i+1})] \quad (1.19)$$

Logo, para o cálculo iterativo utilizando o Método de Newton-Raphson, deve-se igualar a Equação (1.19) a zero, $F(x_{i+1})=0$, e aplicar o algoritmo da Figura 1.1.

Estimativa do valor inicial de x_{i+1}

Conforme descrito na Seção 1.1.1, para aplicar o Método de Newton-Raphson, deve-se fazer uma estimativa inicial da variável x_{i+1} . Como $f(t, x)$ descreve uma equação diferencial, é coerente utilizar a estimativa de Euler para arbitrar este valor (CHAPRA; CANALE, 2011). Essa abordagem pode ser visualmente interpretada por meio do gráfico da Figura 1.5, que mostra o valor de x ao longo do tempo t .

Verifica-se que para os tempos t_i e t_{i+1} estão associados os respectivos valores de x_i e x_{i+1} . Já a reta tracejada, r , passa tangente à curva descrita por x no ponto (t_i, x_i) , e no ponto (t_{i+1}, X) . Logo, X é um valor aproximado de x_{i+1} no tempo t_{i+1} .

A inclinação da reta r é dada pela Equação (1.20).

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{X - x_i}{t_{i+1} - t_i} \quad (1.20)$$

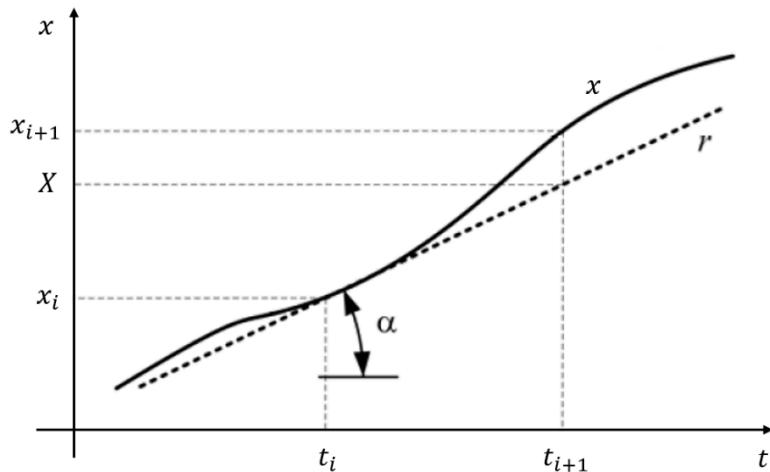


Figura 1.5 - Valores de x no decorrer do tempo t . Fonte: Autores.

Em (1.20), a diferença $(t_{i+1}-t_i)$ corresponde ao passo h , e X é uma aproximação de x_{i+1} . Logo, a derivada de x no ponto (t_i, x_i) é dada aproximadamente por (1.21):

$$x'(t_i) \approx \frac{x_{i+1} - x_i}{h} \quad (1.21)$$

De acordo com a Equação (1.15), $x'(t_i)$ é o valor de $f(t_i, x_i)$, logo a estimativa de Euler para x_{i+1} é dada por (1.22):

$$x_{i+1} \approx x_i + h f(t_i, x_i) \quad (1.22)$$

Em outras palavras, pode-se dizer que a estimativa de Euler serve para “iniciar” o Método Trapezoidal Implícito, no entanto, para o valor subsequente x_{i+2} , deve-se usar como estimativa o valor de seu antecessor, ou seja, x_{i+1} .

Dados de entrada:
 t_0 : Tempo inicial
 t_f : Tempo final
 x_0 : Valor inicial
 tol : Tolerância admitida
 h : Passo de integração

Processamento:

Início
 $i = 0$
 $n = \text{dimensão do vetor } t$
 x_{est} : Fazer a estimativa de Euler para x_{i+1} pela Eq (1.22)
 Enquanto ($i < n$)

 Calcular o valor de x_{i+1} pelo algoritmo da Figura 1.1

$x_{\text{est}} = x_{i+1}$
 $t_{i+1} = t_i + h$
 $i = i + 1$

 Fim Enquanto

Fim

Saída

Imprime (i), ([t]), ([x])

Figura 1.6 - Algoritmo do Método Trapezoidal Implícito unidimensional.

O processo iterativo

O algoritmo apresentado na Figura 1.6 ilustra, de forma simplificada, a aplicação do Método Trapezoidal Implícito com o de Newton-Raphson, para resolver uma equação do tipo $dx/dt = f(x, t)$. Esta equação passa a ser substituída por uma função $F(x_{i+1})$ dada por (1.19), sendo dependente de $f(x, t)$.

Como dados de entrada o usuário deve fornecer os tempos inicial t_0 e final t_f da simulação, o valor inicial da variável x , x_0 , a tolerância, tol , e o passo de integração h .

No processamento, a estimativa inicial para o valor de x_{i+1} é obtida por meio da estimativa de Euler, dada por (1.22). O procedimento consiste em encontrar os valores de x_{i+1} a cada instante de tempo, fazendo $F(x_{i+1})=0$.

Ao final do processamento, na saída, são impressos os passos i , os tempos t_i e os valores de x , e com estes valores é possível traçar o gráfico de x em função do tempo t .

Aplicação para um sistema de EDOs

Quando se tem um sistema de N EDOs, com N variáveis, pode-se aplicar o Método Trapezoidal Implícito de maneira análoga quando aplicado a uma equação de uma variável. Seja o seguinte sistema de equações diferenciais, dado por (1.23):

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_N) \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2(t, x_1, x_2, \dots, x_N) \\ &\vdots \\ \frac{dx_N}{dt} &= f_N(t, x_1, x_2, \dots, x_N) \end{aligned} \tag{1.23}$$

Sendo:

$[x_1], [x_2], \dots, [x_N]$: Vetores incógnitas das equações diferenciais;

f_1, f_2, \dots, f_n : Funções que representam cada uma das equações diferenciais.

Cabe ressaltar que cada vetor $[x]$ tem a mesma dimensão do tempo $[t]$. Para implementar o método de Newton-Raphson é necessário transformar as equações diferenciais, dadas por (1.23), em algébricas, de acordo com a Equação (1.19). Assim ter-se-á um conjunto de equações algébricas, dadas por (1.24), cujas raízes são as soluções para cada intervalo de tempo t_{i+1} .

$$\begin{aligned} F_1\left(x_{1_{i+1}}\right) &= x_{1_{i+1}} - x_{1_i} - \frac{h}{2}[f_1(t_{i'}[x_i]) + f_1(t_{i+1}, [x_{i+1}])] \\ F_2\left(x_{2_{i+1}}\right) &= x_{2_{i+1}} - x_{2_i} - \frac{h}{2}[f_2(t_{i'}[x_i]) + f_2(t_{i+1}, [x_{i+1}])] \\ &\vdots \\ F_N\left(x_{N_{i+1}}\right) &= x_{N_{i+1}} - x_{N_i} - \frac{h}{2}[f_N(t_{i'}[x_i]) + f_N(t_{i+1}, [x_{i+1}])] \end{aligned} \tag{1.24}$$

Sendo:

$$[x_i] = \begin{bmatrix} x_{1_i}, x_{2_i}, \dots, x_{N_i} \end{bmatrix}$$

$$[x_{i+1}] = \begin{bmatrix} x_{1_{i+1}}, x_{2_{i+1}}, \dots, x_{N_{i+1}} \end{bmatrix}$$

Estimativa do valor inicial de $[x_{i+1}]$

Conforme visto na Seção 1.2.1.1, para “iniciar” o Método Trapezoidal Implícito é utilizada a estimativa de Euler, e para a sua aplicação a um sistema de N equações diferenciais, utiliza-se a Equação (1.25).

$$\begin{aligned} x_{1_{i+1}} &\approx x_{1_i} + hf_1(t_i, x_{1_i}, x_{2_i}, \dots, x_{N_i}) \\ x_{2_{i+1}} &\approx x_{2_i} + hf_2(t_i, x_{1_i}, x_{2_i}, \dots, x_{N_i}) \\ &\vdots \\ x_{N_{i+1}} &\approx x_{N_i} + hf_N(t_i, x_{1_i}, x_{2_i}, \dots, x_{N_i}) \end{aligned} \tag{1.25}$$

O processo iterativo

Conforme visto na Seção 1.2.1.2, para resolver uma equação de uma variável numericamente utilizando o Método Trapezoidal Implícito, deve-se para cada instante de tempo, t_i , calcular os valores x_i correspondentes de forma iterativa.

Como agora se trata de um sistema de equações diferenciais, será necessário calcular para cada instante de tempo, t_i , os valores x_i de cada uma das funções f_i , descritas por (1.23). Este processo é realizado pelo Método de Newton-Raphson multidimensional, descrito no algoritmo da Figura 1.2, o qual resolve o sistema de equações dado por (1.24).

O processo iterativo para calcular resolver um sistema de N equações diferenciais de N variáveis é apresentado de forma simplificado pelo algoritmo da Figura 1.7.

```
Dados de entrada:  
t0: Tempo inicial  
tf: Tempo final  
[x0]: Vetor com os valores iniciais  
tol: Tolerância admitida  
h: Passo de integração  
  
Processamento:  
Inicio  
    i = 0  
    n = dimensão do vetor t  
    [xest]: Fazer a estimativa de Euler para [xi+1] pela Eq  
(1.22)  
    Enquanto ( i < n )  
        Calcular o vetor de [xi+1] pelo algoritmo da Figura 1.2  
        [xest]=[xi+1]  
        ti+1 = ti + h  
        i = i + 1  
    Fim Enquanto  
Fim  
  
Saída  
Imprime (i), ([t]), ([x])
```

Figura 1.7 - Algoritmo do Método Trapezoidal Implícito Multidimensional.

CAPÍTULO 2

A IMPORTÂNCIA DA INÉRCIA NO SISTEMA ELÉTRICO

Aproveitamento hidrelétrico

A geração de energia elétrica é predominantemente proveniente de fontes térmicas, nucleares, de biomassa, eólicas, solares e hidráulicas. Por razões didáticas, esta obra dará maior ênfase à geração hidráulica, uma vez que ela oferece maior facilidade de exemplificação e ilustração para o objetivo proposto: o estudo da estabilidade angular.

A Figura 2.1 apresenta, de forma simplificada, o perfil de uma usina hidrelétrica (UHE), destacando como a água é conduzida por um conduto forçado até a turbina, que, por sua vez, está acoplada a um gerador síncrono.

A água escoa pelo conduto forçado de seção transversal A numa vazão Q até a turbina, sendo que a altura líquida de queda é h , que é a altura geométrica descontadas as perdas hidráulicas. Nestas condições, a potência mecânica P_m produzida pela turbina é dada pela Equação (2.1):

$$P_m = \gamma Q h \eta \quad (2.1)$$

Sendo:

P_m : Potência mecânica [W];

γ : Peso específico da água [N/m^3];

Q : Vazão [m^3/s];

h : Altura líquida [m];

η : rendimento da turbina.

As máquinas primárias para a geração de energia hidrelétrica são as turbinas, que por sua vez são classificadas em três tipos, sendo a Francis, a

Pelton e a Kaplan, que podem ser vistas na Figura 2.2, podendo ter eixo vertical ou horizontal.

A escolha da turbina a ser utilizada dependerá da disponibilidade da vazão, Q , e da altura, h , conforme mostra a Tabela 2.1. Notar que para grandes alturas e pequenas vazões a turbina Pelton é a mais indicada, em seguida quando se tem mais vazão e redução de altura, a turbina Francis passa a ser mais vantajosa, e para grande vazão e pequenas alturas a turbina Kaplan é mais adequada. E para melhorar o entendimento desta afirmação, foi elaborado o gráfico ilustrativo da Figura 2.3, que mostra a vazão no eixo horizontal e a altura no eixo vertical.

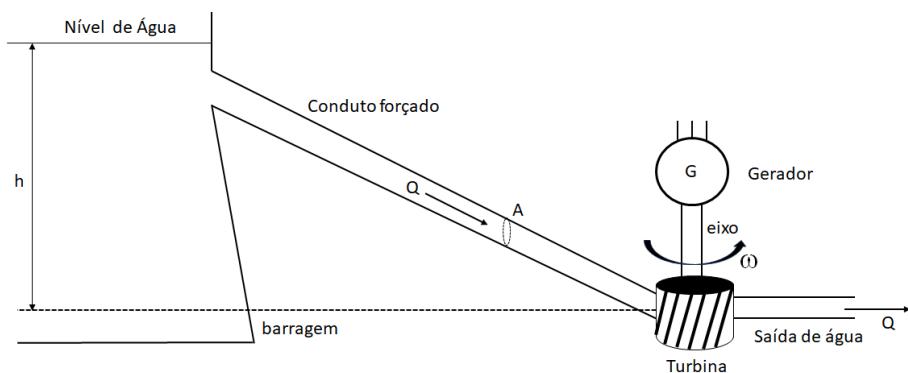


Figura 2.1 – Vista do perfil simplificado de uma usina hidrelétrica. Fonte: Autores.

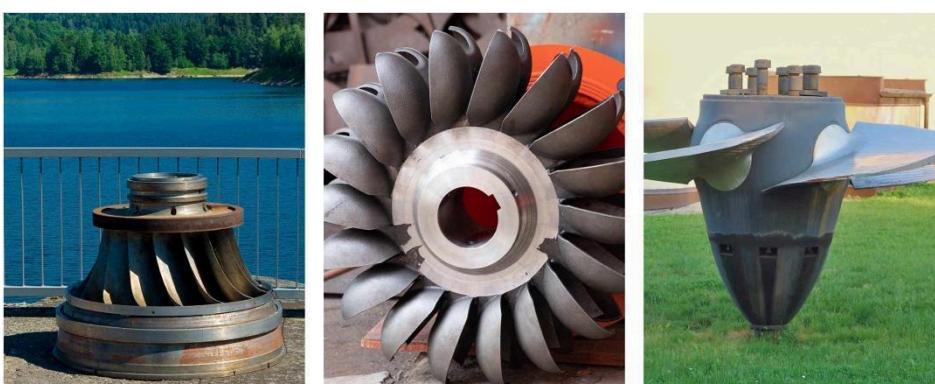


Figura 2.2 - Tipos de turbinas: Francis à esquerda, Pelton ao centro e Kaplan à direita. Fonte: (Enel Green Power, s.d.)

Tabela 2.1 - Tipos de turbinas hidráulicas e suas aplicações. Fonte: Autores.

Tipo de turbina	Aplicações
Pelton	Grandes alturas e pequenas vazões
Kaplan	Pequenas alturas e grandes vazões
Francis	Mesma relação entre altura e vazão
Bulbo	Pequenas alturas e com gerador submerso

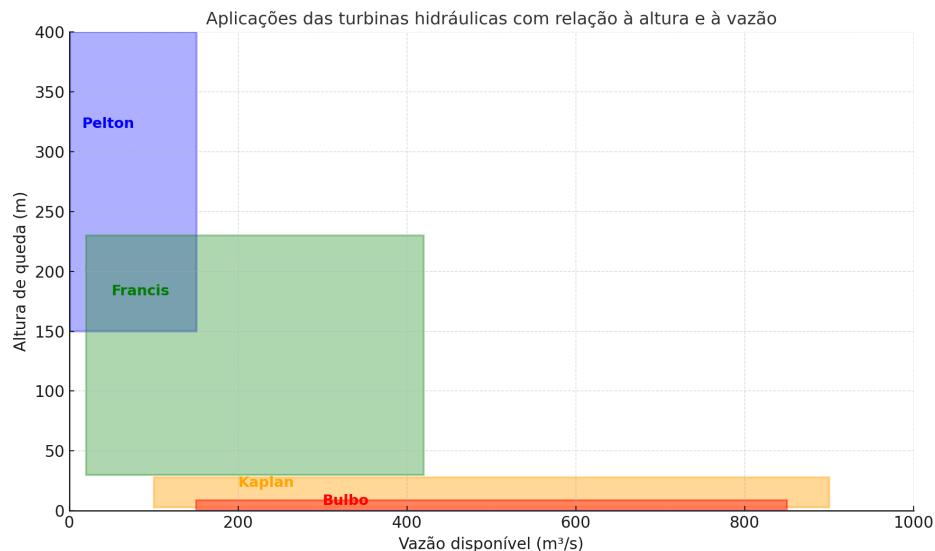


Figura 2.3 - Aplicações das turbinas hidráulicas com relação à altura e à vazão. Fonte: Autores.

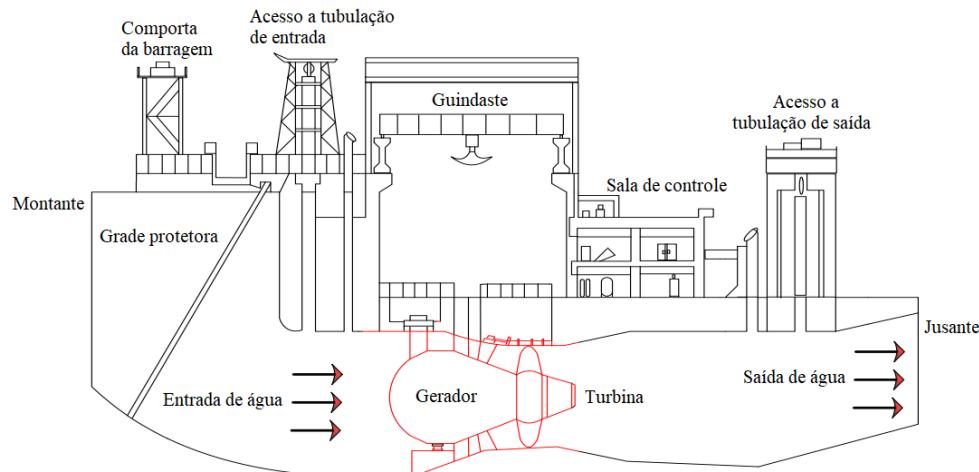


Figura 2.4 - Turbina do tipo Bulbo. Fonte: (Sridharan; Kuppuswamy, 2014) com adaptações.

Tabela 2.2 - Características de algumas turbinas de UHE's brasileiras. Fonte: Autores.

Usina	Tipo de turbina	Diâmetro do rotor [m]	Peso do rotor [t]	Queda nominal [m]	Vazão [m³/s]	Unidades
Belo Monte Complementar ¹	Bulbo-Kaplan	6,45	71,78	11,4	320	06
Jirau ²	Bulbo-Kaplan	8,00	115	15,1	542	50
Tucuruí 1 ^º Etapa ³	Francis vertical	8,35	232	60,8	575	12
Belo Monte Principal ¹	Francis vertical	9,90	294,7	88	740	18
Itaipu ⁴	Francis vertical	8,60	296	118,4	645	20

Tabela 2.3 - Características de alguns geradores de UHE's brasileiras. Fonte: Autores.

Usina	Potência Unitária [MVA]	GD ^a [t.m ²]	Diâmetro do rotor [m]	Peso do rotor [t]	Polos	Velocidade síncrona [rpm]	Velocidade disparo [rpm]	Unidades
Belo Monte Complementar ¹	40,9	1680	4,45	85,65	76	94,7	255	06
Jirau ²	84	6280	< 8,88	214,14	84	85,7	171	50
Tucuruí 1 ^º Etapa ³	350	170000	9,2	920	88	81,8	170	12
Belo Monte Principal ¹	679	317500	17,40	1539,77	84	85,7	158	18
Itaipu ⁴	737	320000	16	1760	78	92,3	170	20

Fontes:

- 1) (EDP, 2009)
- 2) (EDP, 2008)
- 3) (ELETRONORTE, 1989) e (Gonçalves *et al.*, 2005)
- 4) (ITAIPU. BINACIONAL, 2010) e (ITAIPU. BINACIONAL, 1994)

Em regiões com rios caudalosos, mas com baixa altura de queda disponível — como a região amazônica, por exemplo —, a construção de usinas hidrelétricas de grande porte (UHEs) era considerada inviável. No entanto, com o advento das turbinas do tipo Bulbo, esse cenário mudou significativamente. Nessa aplicação, é comum o uso de uma turbina Kaplan de eixo horizontal, com a diferença de que, nesse caso, o gerador síncrono acoplado à turbina permanece submerso, envolto em uma cápsula denominada bulbo — origem do nome da turbina.

ilustra uma turbina do tipo Bulbo, na qual o gerador permanece submerso. A água escoa ao redor da cápsula que contém o gerador e, em seguida, atravessa a turbina. No Brasil, destacam-se como exemplos de aplicação desse tipo de turbina as UHEs Santo Antônio e Jirau, ambas localizadas no

Rio Madeira (FURNAS, 2005) e também a UHE Igarapava, localizada no Rio Grande (UHE Igarapava, [s. d.]).

Para exemplificar a aplicação dos diferentes tipos de turbinas hidráulicas em usinas hidrelétricas brasileiras, os dados foram organizados na Tabela 2.2, enquanto que na Tabela 2.3 foram agrupados os dados dos respectivos geradores. Notar que as respectivas usinas foram listadas em ordem crescente de potência dos geradores. Cabe ressaltar que o valor do efeito de inércia GD^2 na Tabela 2.3 representa a inércia equivalente referente à turbina e ao gerador.

A Inércia do conjunto Turbina-Gerador

Do ponto de vista mecânico, inércia é a tendência de um corpo permanecer em repouso ou em movimento uniforme, mesmo quando uma força externa atua sobre ele. Um exemplo clássico dessa propriedade ocorre quando um automóvel se desloca com velocidade v e freia repentinamente: os ocupantes tendem a continuar o movimento para frente. Caso não estejam usando o cinto de segurança, podem colidir com a parte interna frontal do veículo.

Essa propriedade é de vital importância para o sistema elétrico de potência, pois a tendência dos rotores dos geradores de manterem suas velocidades nominais contribui diretamente para a estabilidade operacional do sistema. Máquinas rotativas de maiores dimensões físicas e massas possuem maior inércia, o que as torna mais adequadas para manter a rotação constante do rotor frente a perturbações.

Pode-se dizer, portanto, que a inércia é uma aliada nos geradores. Por outro lado, nos motores elétricos, o elevado momento de inércia das cargas mecânicas — como compressores, moinhos, elevadores, entre outros — pode representar uma desvantagem, pois exige correntes de partida mais elevadas e, frequentemente, dispositivos auxiliares para possibilitar a aceleração inicial.

Para compreender plenamente essas implicações, é necessário recorrer à Segunda Lei de Newton aplicada ao movimento rotacional. É conveniente primeiramente fazer uma analogia entre os movimentos de translação e o de rotação com o uso da Tabela 2.4, que mostra as variáveis envolvidas, bem como as equações que as definem. Estes conceitos são abordados de forma mais detalhada nas disciplinas iniciais dos cursos de graduação, e o mais importante a salientar nesta comparação é que no movimento de rotação, o momento de inércia, J , corresponde à massa, M , no movimento de translação.

No movimento de translação, uma maior massa implica em maior inércia. Da mesma forma, no movimento de rotação, um maior momento de inércia resulta em maior resistência à variação do estado de movimento — ou seja, maior tendência ao imobilismo.

Considerando inicialmente o movimento de translação: suponha um corpo de massa M deslocando-se em linha reta com velocidade v , conforme ilustrado na Figura 2.5.

Tabela 2.4 - Comparativo das variáveis dos movimentos de translação e de rotação. Fonte: Adaptação de (Anderson; Fouad, 2003).

Movimento de translação			Movimento de Rotação		
Variável	Símbolo/Equação	Unidade [SI]	Variável	Símbolo/Equação	Unidade [SI]
Comprimento	s	m	Deslocamento Angular	θ	m
Massa	M	kg	Momento de Inércia		$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
Velocidade		m/s	Velocidade Angular		m/s
Aceleração		m/s^2	Aceleração Angular		m/s^2
Força		N	Força		N
Trabalho		J	Trabalho		J
Potência		W	Potência		W

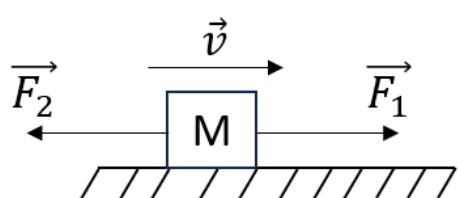


Figura 2.5 - Corpo de massa M se deslocando na velocidade v . Fonte: Autores.

Neste caso a energia cinética E_c , dada em Joule [J], é dada pela Equação (2.2):

$$E_c = \frac{1}{2} M v^2 \quad (2.2)$$

Neste movimento, a massa de um corpo irá influenciar na energia cinética e de acordo com a Segunda lei de Newton, vista na Equação (2.3), quanto maior for a massa M , maior será a força resultante necessária para acelerar ou desacelerar este corpo.

$$F_1 - F_2 = M \frac{dv}{dt} \quad (2.3)$$

Analizando agora o movimento de rotação, visto na Figura 2.6, onde um cilindro de raio R [m] e comprimento L [m] gira em torno de seu próprio eixo. Desta vez os conjugados T_1 e T_2 , dados em [N.m], estão atuando em sentidos opostos, fazendo com que o cilindro gire na velocidade angular ω [rad/s].

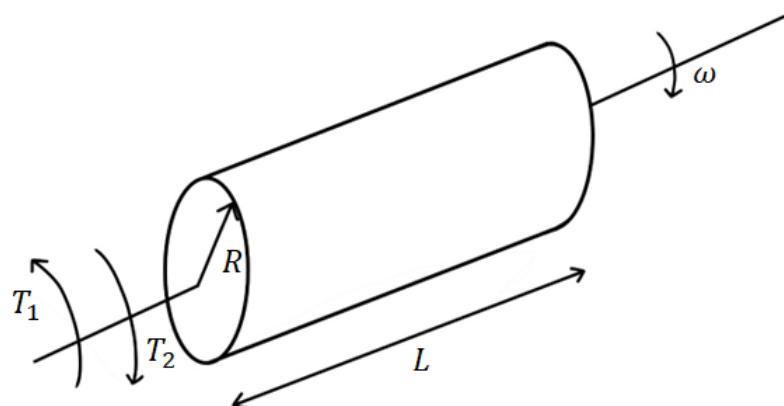


Figura 2.6 - Cilindro girando em torno de seu próprio eixo. Fonte: Autores.

Para o movimento de rotação, a energia cinética E_c é dada por:

$$E_c = \frac{1}{2} J \omega^2 \quad (2.4)$$

Sendo J o Momento de Inércia, dado em $[kg.m^2]$, dependendo assim tanto da massa do corpo quanto de suas dimensões físicas. Esta grandeza aparece também na Segunda Lei de Newton para o movimento de rotação conforme mostra a Equação (2.5).

$$T_1 - T_2 = J \frac{d\omega}{dt} \quad (2.5)$$

Logo, quanto maior o momento de inércia, maior será o conjugado resultante necessário para acelerar ou desacelerar a velocidade angular de um corpo girando em torno de seu eixo. Essa afirmação é de grande relevância para a estabilidade de sistemas de potência, pois máquinas de maior potência possuem maior massa e maiores dimensões físicas, e, consequentemente, maior inércia. Por serem mais difíceis de alterar em termos de velocidade, essas máquinas são mais eficazes no controle da frequência e do ângulo de carga dos geradores.

Por outro lado, geradores de baixa potência apresentam menor momento de inércia e, por isso, tendem a perder a velocidade nominal com mais facilidade, o que é prejudicial à estabilidade do sistema elétrico. Para contornar esse problema, é comum a instalação de um volante de inércia entre o gerador e a turbina, com o objetivo de aumentar o momento de inércia equivalente.

Essa configuração está exemplificada na Figura 1.7, na qual uma turbina Francis de 5.689 kW está acoplada a um gerador síncrono, com um volante de inércia instalado entre ambos.



Figura 2.7 - Conjunto Turbina-Gerador com volante de inércia. Fonte: (Weg, 2023).

Variáveis para a representação da inércia

Como a inércia é resistência à aceleração, há três variáveis que podem representá-la, sendo elas:

- Momento de Inércia, J ;
- Efeito de inércia ou Impulso de Inércia, GD^2 ;
- Constante de Inércia, H .

A descrição de J

O momento de inércia, J , para um corpo com distribuição contínua de massa, girando em torno de um determinado eixo é dado por:

$$J = \int r^2 dm \quad (2.6)$$

Sendo:

J : Momento de Inércia [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$];

r : Raio de rotação do elemento de massa [m];

dm : Elemento infinitesimal de massa [kg].

A título de exemplo da Equação (2.6), um cilindro de raio R , com comprimento L e massa M , girando em torno de seu próprio eixo. Nesse caso, o momento de inércia é dado pela Equação (2.7), evidenciando que ele depende da massa e do raio do cilindro, mas não do seu comprimento.

$$I = \frac{1}{2}MR^2 \quad (2.7)$$

A descrição de GD^2

A Segunda Lei de Newton para o movimento de rotação, representada na Equação (2.5), mostra de onde vem o momento de inércia, J , cuja unidade no Sistema Internacional de Unidades (SI) é o $[kg \cdot m^2]$. No entanto, para a especificação de geradores e turbinas pelos fabricantes, é mais comum o uso do Efeito de Inércia, GD^2 , que é o produto do peso da parte girante pelo quadrado de seu diâmetro, cuja unidade é tonelada vezes metro quadrado $[t \cdot m^2]$. Para compreender a origem dessa grandeza, é preciso partir da expressão da energia cinética do movimento de translação, apresentada na Equação (2.2).

A velocidade linear é o produto da velocidade linear pelo raio, $v = \omega r$, assim a energia cinética é agora dada pela Equação (2.8):

$$E_c = \frac{1}{2}M(\omega r)^2 \quad (2.8)$$

Assim:

$$E_c = \frac{1}{2}Mr^2\omega^2 \quad (2.9)$$

Chamando o peso da parte rotativa de G , a massa M é a razão entre G e a aceleração da gravidade g :

$$M = \frac{G}{g} \quad (2.10)$$

Substituindo (2.10) em (2.9) obtém-se a Equação (2.11).

$$E_c = \frac{1}{2} \frac{G}{g} r^2 \omega^2 \quad (2.11)$$

Considerando agora que o raio é a metade do diâmetro, $r = D/2$, e fazendo simplificações em (2.11), é obtida a Equação (2.12):

$$E_c = \frac{1}{2} \frac{GD^2}{4g} \omega^2 \quad (2.12)$$

Igualando agora (2.4) com (2.12), uma vez que ambas expressam a energia cinética, a relação entre J e GD^2 é dada pela Equação (2.13):

$$I = \frac{GD^2}{4g} \quad (2.13)$$

No entanto, como o peso G é o produto da massa pela aceleração da gravidade, g , é válida também a Equação (2.4), bastando considerar que G será a massa da parte girante.

$$I = \frac{GD^2}{4} \quad (2.14)$$

Como exemplo numérico, o conjunto turbina-gerador, da UHE de Itaipu, tem GD^2 igual 320000 [t.m²], sendo que o rotor do gerador tem 16 m de diâmetro e 1760 t. O conjunto em questão pode ser visto na Figura 2.8.



Figura 2.8 - Rotor de 78 polos de um gerador da UHE de Itaipu. Fonte: (ITAIPU BINACIONAL, 2010).

A descrição de H

A terceira variável, que representa a inércia nos sistemas de geração, é a constante de inércia, H , que tem a vantagem de ser expressa com menos algarismos, e permite escrever a Segunda Lei de Newton de forma mais conveniente.

A constante de inércia, H , é definida como sendo a relação da energia cinética de uma máquina pela sua potência nominal aparente, conforme mostra a equação (2.15).

$$H = \frac{\frac{1}{2}J\omega_s^2}{S_{maq}} \quad (2.15)$$

Sendo:

H : Constante de Inércia [s];

ω_s : Velocidade síncrona da máquina [rad/s];

S_{maq} : Potência nominal da máquina [VA].

Por meio de (2.15), percebe-se que existe relação com o Momento de Inércia, J , com a Constante de Inércia, H . E por se tratar da razão entre energia e potência, a unidade resultante é a de tempo, que no SI é o segundo [s].

A relação entre GD^2 e H

Para o estudo da estabilidade de sistemas elétricos, a constante de inércia H é a mais conveniente, conforme será visto na Seção 3.5. No entanto, do ponto de vista mecânico, devido às características físicas dos geradores e turbinas — como peso, diâmetro e velocidade —, é mais vantajoso especificar a inércia por meio de GD^2 .

Na Tabela 2.3 foram inseridos parâmetros de algumas UHE's brasileiras, onde para cada unidade estão fornecidas, entre outras variáveis, a potência do gerador em [MVA] e o efeito de inércia, GD^2 , em [$t \cdot m^2$], bem como a velocidade síncrona em rotações por minuto [rpm].

Pelo fato de existirem estudos de natureza mecânica e também elétrica, é necessário ter a expressão matemática que permita o cálculo de H a partir de GD^2 , pois após as máquinas serem dimensionadas e construídas é que se conhecerá o Efeito de Inércia por ensaios experimentais.

Para chegar à equação procurada é preciso converter a velocidade síncrona de [rad/s], que é a unidade do SI para [rpm], que é a mais utilizada na prática. Sabendo que uma rotação por minuto representa uma volta completa de 2π radianos em 60 segundos, é válida a Equação (2.16).

$$1 \text{ rpm} = \frac{1 \text{ rotação}}{1 \text{ min}} = \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = \frac{\pi}{30} \text{ rad/s} \quad (2.16)$$

Supondo então que uma unidade geradora tenha velocidade síncrona n , dada em [rpm]. A velocidade correspondente em [rad/s] é $n\pi/30$. Substituindo este valor na Equação (2.15) e o valor de J dado pela Equação (2.14), tem -se:

$$H = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{GD^2}{4} \right) \left(\frac{n\pi}{30} \right)^2}{S_{mag}}$$

Fazendo as simplificações algébricas, tem-se a Equação (2.17) que fornece a relação entre GD^2 e H .

$$H = \frac{GD^2}{8S_{mag}} \left(\frac{n\pi}{30} \right)^2 \quad (2.17)$$

Exercício resolvido

Utilizando os dados da Tabela 2.3, calcule o Momento de Inércia, H , de uma das unidades geradoras da UHE Belo Monte, da etapa complementar.

Solução:

A usina mencionada pelo exercício corresponde a primeira linha da Tabela 2.3, e para calcular o valor no Momento de inércia em função dos parâmetros fornecidos é necessário utilizar a Equação (2.17):

$$H = \frac{GD^2}{8S_{mag}} \left(\frac{n\pi}{30} \right)^2$$

Consultando a primeira linha da, tem-se os seguintes dados:

$$S_{mag} = 40,9 \times 10^6 \text{ VA};$$

$$GD^2 = 1680 \times 10^3 \text{ kg.m}^2;$$

$$n = 94,7 \text{ rpm}$$

Inserindo estes valores na Equação (2.17), a Constante de Inércia será:

$$H = \frac{1680 \times 10^3}{8 \times 40,9 \times 10^6} \left(\frac{94,7\pi}{30} \right)^2 \Rightarrow H = 0,5 \text{ s}$$

Exercícios propostos

- 1) Qual a função do volante de inércia? Em que situações é utilizado?

- 2) Quais as variáveis utilizadas para especificação da inércia?
- 3) Nos motores elétricos, é interessante que a inércia seja alta? Justifique a sua resposta.
- 4) Nos geradores elétricos, é interessante que a inércia seja alta? Justifique a sua resposta.
- 5) Calcular o valor da Constante de Inércia das máquinas de cada uma das UHEs listadas na Tabela 2.3.
- 6) Numere a segundo coluna de acordo com a primeira no que tange ao uso de turbinas hidráulicas:
- | | |
|-----------|--------------------------------|
| (Pelton | (Baixa altura e alva vazão |
|) |) |
| (Francis | (Elevada altura e baixa vazão |
|) |) |
| (Kaplan | (Altura e vazão médias |
|) |) |
- 7) Sabe-se que um cilindro tem raio R , comprimento L e a sua densidade volumétrica é ρ . Sabendo que o momento de Inércia é pela Equação (2.6):

- a) Mostre que quando o cilindro gira em torno do seu próprio eixo, o seu Momento de Inércia é dado por:

$$J = \frac{1}{2}MR^2$$

- b) O comprimento, L , do cilindro tem influência no Momento de Inércia? Justifique.

CAPÍTULO 3

REPRESENTAÇÃO DE MÁQUINAS SÍNCRONAS NO SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA

A estabilidade angular consiste na análise do comportamento do ângulo de carga do gerador síncrono, logo para entender como este ângulo é formado é preciso ter em mente os conceitos básicos sobre máquinas síncronas. Assim, nas seções subsequentes serão descritos aspectos construtivos, princípio de funcionamento e como a Segunda Lei de Newton é utilizada no estudo da estabilidade angular.

O gerador síncrono

É responsável pela geração da energia elétrica, sendo fisicamente composto pelo enrolamento de armadura, situado no estator, e pelo enrolamento de campo, situado no rotor, conforme mostra a Figura 3.1.

A corrente contínua, I_f , que circula no enrolamento de campo, origina o campo magnético do rotor H_R , enquanto que as correntes trifásicas, i_a , i_b e i_c , que circulam no enrolamento de armadura, produzem, de forma conjunta, o campo magnético do estator H_S .

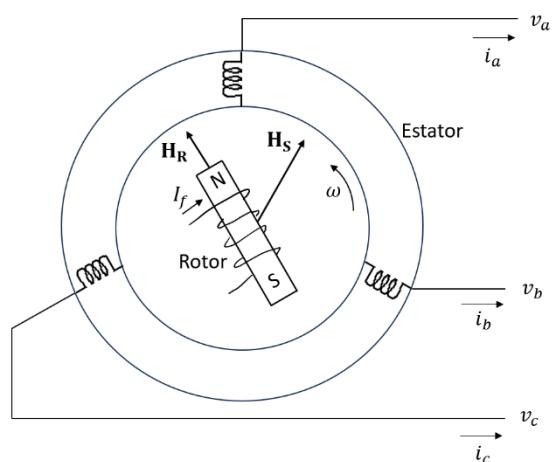


Figura 3.1 - Produção dos campos magnéticos no estator (S) e no rotor (R) do gerador síncrono. Fonte: Autores.

A soma vetorial dos campos H_R e H_S produz o campo magnético resultante H_{res} conforme mostra a Figura 3.2.

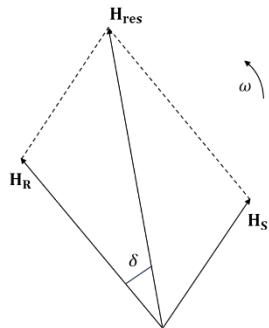


Figura 3.2 - Formação do ângulo de carga, δ , na máquina síncrona. Fonte: Autores.

A defasagem, δ , entre o campo do rotor, H_r , e o campo resultante, H_{res} , é o ângulo de carga da máquina síncrona (Chapman, 2013). Este ângulo é de uma importância, visto que o seu valor define a transferência de potência entre máquinas síncronas, e também é necessário mantê-lo constante para manutenção do sincronismo, conforme será visto mais adiante.

No sistema elétrico, o gerador síncrono é representado pelo circuito da Figura 3.3, que é obtido a partir das características físicas e princípio de funcionamento (Fitzgerald; Kingsley; Umans, 2003), (Bim, 2014).

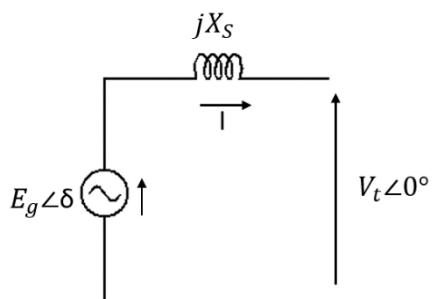


Figura 3.3 – Gerador síncrono. Fonte: Autores.

Sendo:

E_g : Tensão interna do gerador;

V_t : Tensão nos terminais;

I : Corrente de armadura;

X_s : Reatância síncrona de eixo direto.

δ : Ângulo de carga (Desfasamento angular entre E_g e V_t)

A tensão nos terminais do gerador síncrono é dada pela equação (3.1):

$$V_t = E_g - jX_s I \quad (3.1)$$

Notar que no circuito equivalente, o ângulo de carga, δ , aparece como sendo a defasagem entre as tensões interna, E_g , e terminal, V_t , quando esta é convencionada com defasagem nula.

Aspectos construtivos do rotor

Do ponto de vista construtivo, há dois tipos, sendo:

- Rotor de polos lisos;
- Rotor de pólos salientes.

Geometricamente o rotor de pólos lisos se assemelha com um cilindro devido a ter poucos polos, sendo apenas dois ou quatro. Já o rotor de pólos salientes pode ter a partir de quatro pólos, fazendo com que o rotor tenha saliências em cada polo, o que caracteriza o seu nome. Na Figura 3.4 é possível ver a diferença geométrica destes tipos de rotores.

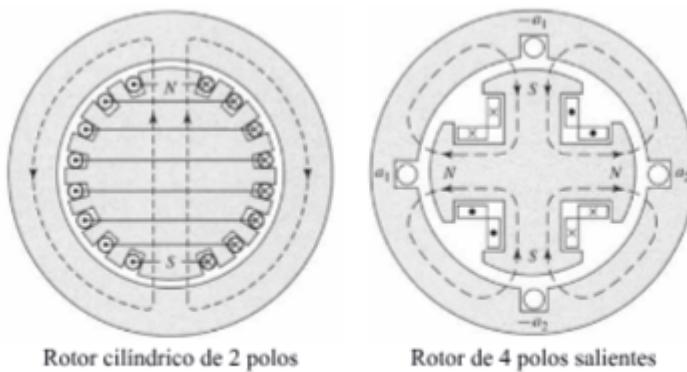


Figura 3.4 – Diferença entre rotor de polos lisos e salientes. Fonte: (Fitzgerald; Kingsley; Umans, 2003)

O número de pólos irá definir a velocidade nominal do rotor, pois esta é dada pela Equação (3.2):

$$n = \frac{120f}{p} \quad (3.2)$$

Sendo:

n : velocidade [rpm];

f : frequência [Hz];

p : nº de polos.

Logo, a velocidade nominal de uma máquina síncrona é inversamente proporcional ao número de pólos, pois, pela Equação (3.2), quanto maior o número de pólos, menor será a velocidade, e vice-versa.

Quanto à aplicação, os rotores de polos lisos são utilizados quando a fonte primária de energia é o vapor ou o gás, como em turbogeradores, uma vez que as turbinas dessas matrizes energéticas operam em altas velocidades. Por outro lado, o rotor de pólos salientes é empregado em hidrogeradores, acionados pela água, cuja característica é fornecer baixa velocidade nas turbinas.

Um rotor de rotor de pólos lisos de um turbogenerator de 250 MVA é mostrado na Figura 3.5. É possível ver que o enrolamento de campo percorre todo o comprimento do rotor.



Figura 3.5 - Rotor de um turbogenerator de 250 MVA. Fonte: (Adams, 2023)

Outro aspecto interessante, ainda na Figura 3.5, é que os rotores cilíndricos apresentam pequeno diâmetro em relação ao seu comprimento. Isso se deve à força centrífuga gerada durante a rotação, que tende a

lançar radialmente para fora o enrolamento de campo e demais componentes dispostos ao longo do rotor. Essa configuração alongada contribui para a integridade mecânica e a segurança da máquina em altas velocidades de rotação. Esta força é dada pela Equação (3.3):

$$F_{cf} = m\omega^2 r \quad (3.3)$$

Sendo:

F_{cf} : Força centrífuga [N];

m : Massa do elemento ejetado [kg];

ω : Velocidade angular [rad/s].

De acordo com a Equação (3.3), a força centrífuga é linearmente proporcional ao raio de rotação. Desta forma, para minimizar o seu efeito, os fabricantes de turbogeradores diminuem o diâmetro do rotor e, em contrapartida, aumentam o comprimento dele. Logo, a relação diâmetro por comprimento é menor que a unidade.

Já os hidrogeradores, por operarem em baixa rotação, necessitam de um maior número de polos no rotor. Como consequência, apresentam diâmetro elevado e não requerem comprimentos alongados. Como exemplo ilustrativo, tem se o rotor do hidrogerador de Itaipu, visto na Figura 2.8 e que tem 78 polos.

Para fins de uma comparação simplificada foram inseridos na Tabela 3.1 alguns dados físicos do turbogerador de 320 MVA, da Usina Termelétrica de Kashira, na Rússia, e do hidrogerador de 737 MVA da UHE Itaipu.

Tabela 3.1 - Pequena comparação entre o turbogerador de Kashira e do hidrogerador de Itaipu. Fonte: (Korovkin; Verkhovtsev; Gulay, 2021) e (ITAIPU BINACIONAL, 2010).

	Turbogerador	Hidrogerador
Tipo de rotor	Polos lisos	Polos salientes
Diâmetro [m]	1,2	16,0
Comprimento [m]	1,9	3,5
Número de polos	2	78
Velocidade [rpm]	3000	92,3
Frequência [Hz]	50	60
Relação Diâmetro/Velocidade	0,63	4,57

As duas diferenças mais evidentes na Tabela 3.1 são a baixa relação diâmetro/comprimento no turbogerador e o fato de ele operar a 3000 rpm, enquanto o hidrogerador funciona a apenas 92,3 rpm.

Enrolamento amortecedor

Na Seção 3.1.1 foi discutido que a máquina síncrona apresenta dois enrolamentos, sendo o de armadura, situado no estator, e o de campo, disposto no rotor. No entanto, na parte girante há um terceiro enrolamento, em formato de gaiola de esquilo, denominado enrolamento amortecedor.

Como o próprio nome diz, a sua função é amortecer as variações de velocidade causadas impostas ao rotor, quando a máquina síncrona opera como gerador.

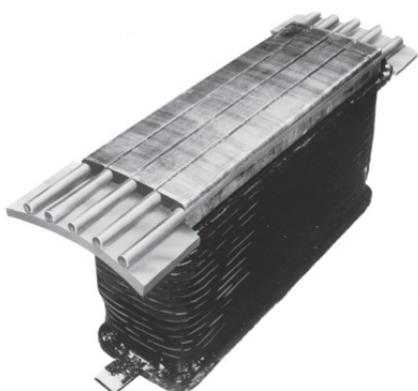


Figura 3.6 - Polo de um rotor de uma máquina síncrona. Fonte: (Chapman, 2013)

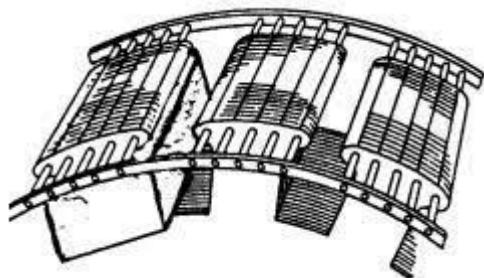


Figura 3.7 - Enrolamento amortecedor de um gerador síncrono. Fonte: (Kosow, 1982).

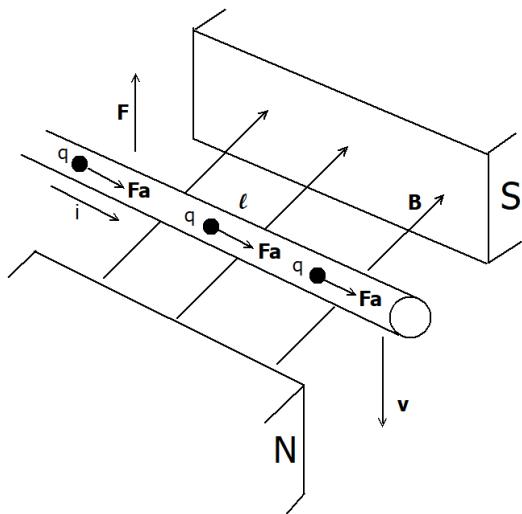


Figura 3.8 - Deslocamento de uma barra condutora através de linhas de indução magnética. Fonte: Autores.

A Figura 3.6 mostra um polo de um rotor de uma máquina síncrona, onde o enrolamento amortecedor é constituído pelas barras transversais, as quais são curto-circuitadas com as barras dos outros polos e assim formam uma gaiola como mostra a Figura 3.7.

É importante destacar que na operação como motor, o enrolamento amortecedor atua também para auxiliar a partida, da mesma forma como os motores de indução.

Na sequência será mostrado como enrolamento amortecedor atua para se opor às variações de velocidade impostas ao rotor.

Regra da mão esquerda

Para entender a atuação do enrolamento amortecedor é interessante analisar primeiro o que acontece quando uma barra condutora se desloca no interior de linhas de indução magnética B , conforme mostra a Figura 3.8.

Considerando que a barra tenha comprimento l , e se desloque de cima para baixo na velocidade v , haverá uma força F , para cima, que se opõe à velocidade v .

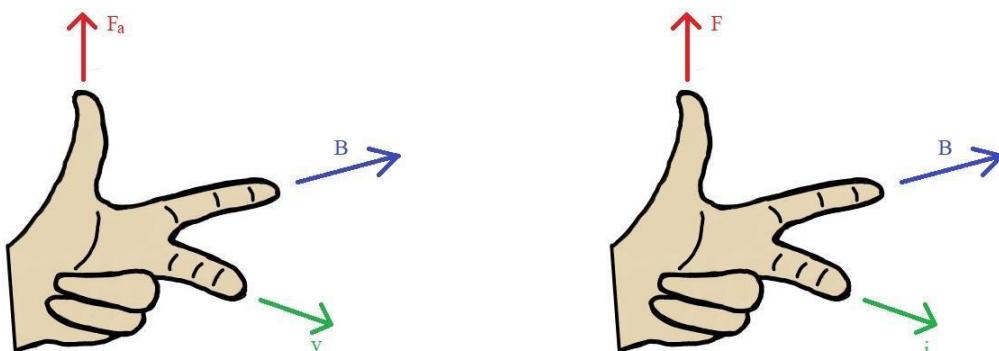
O surgimento da força F ocorre em duas etapas. A primeira é devido ao movimento ordenado das cargas livres, q , da barra condutora, que se deslocam da esquerda para a direita através da força de arrasto F_a , que surge devido ao produto vetorial da Equação (3.4):

$$F_a = qv \times B \quad (3.4)$$

O sentido de F_a é dado o princípio mnemônico da regra da mão esquerda aplicado a Equações (3.4), conforme mostra a Figura 3.9 (a). O dedo indicador aponta para o sentido da indução magnética B . O dedo médio indica para o sentido da velocidade v , e desta forma o polegar estará indicando para o sentido da força de arrasto F_a . Esta faz com que as cargas livres se movimentem de forma ordenada, e assim, é originada a corrente elétrica i , mostrada na Figura 3.8.

Na segunda etapa ocorre a interação da corrente i com a indução magnética B faz surgir então a força F , dado pelo produto vetorial da Equação (3.5).

$$F = il \times B \quad (3.5)$$



(a) Regra da mão esquerda aplicada ao produto $F_a = B \times qv$. (b) Regra da mão esquerda aplicada ao produto $F = B \times il$.

Figura 3.9 - Regra da mão esquerda. Fonte: Autores.

Aplicando a regra da mão esquerda para a Equação (3.5), conforme a Figura 3.9 (b), o dedo indicador aponta para a indução magnética B , o dedo médio aponta para o sentido da corrente i , e consequentemente, o polegar apontará para o sentido da força F .

Percebe-se neste exemplo, que o movimento relativo da barra “cortando” as linhas de indução magnética, B , faz com que uma força, F , resista a velocidade da barra, logo é necessário ter em mente que o enrolamento amortecedor atua quando existe velocidade relativa entre as barras do enrolamento amortecedor e o campo girante do estator do gerador, conforme será explicado na Seção 3.1.2.2.

Atuação do enrolamento amortecedor na variação de velocidade do rotor

Na Figura 3.10 tem-se a vista frontal de um enrolamento amortecedor dentro de uma máquina síncrona. A indução magnética B gira junto com o rotor na velocidade síncrona no sentido anti-horário conforme indicado.

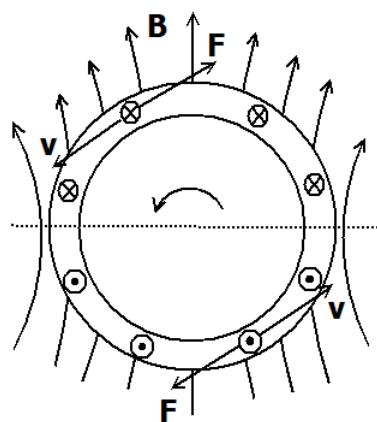


Figura 3.10 - Correntes induzidas no enrolamento amortecedor. Fonte: Autores.

Supondo a ocorrência de uma falta que provoca o aumento da rotação do eixo, gerando uma velocidade linear relativa v , conforme mostrado na Figura 3.10, surgirá a força F que se opõe à velocidade v .

A linha pontilhada imaginária na Figura 3.10 está dividindo o rotor em dois, sendo assim, acima desta linha, aplicando os produtos vetoriais das Equações (3.4) e (3.5), junto com a regra da mão esquerda, verifica-se que o sentido das correntes induzidas nas barras transversais é entrando no plano da figura.

Já abaixo da linha pontilhada, aplicando também a regra da mão esquerda, verifica-se que o sentido das correntes induzida é saindo do plano da figura.

Cabe agora, ao leitor, aplicar a regra da mão esquerda conforme indicado na Figura 3.9, e assim irá constatar que a força, F , da Figura 3.10, estará em oposição da velocidade relativa do rotor, v .

Comportamentos das correntes elétricas envolvida em uma falta simétrica

Quando uma falta é aplicada nos terminais de um gerador síncrono, as correntes que circulam no enrolamento de armadura da máquina são senoidais. Porém, essas correntes apresentam uma componente contínua de decresce exponencialmente, conforme mostra a Figura 3.11.

A circulação momentânea de corrente contínua pelos enrolamentos de armadura é dividido à variação de velocidade do rotor na ocorrência de uma falta, e para entender melhor o porquê disto, a componente simétrica de sequência positiva destas correntes é mostrada na Figura 3.12, que consiste numa corrente senoidal que decai no decorrer do tempo, sendo composta pelos períodos subtransitório, transitório e regime permanente.

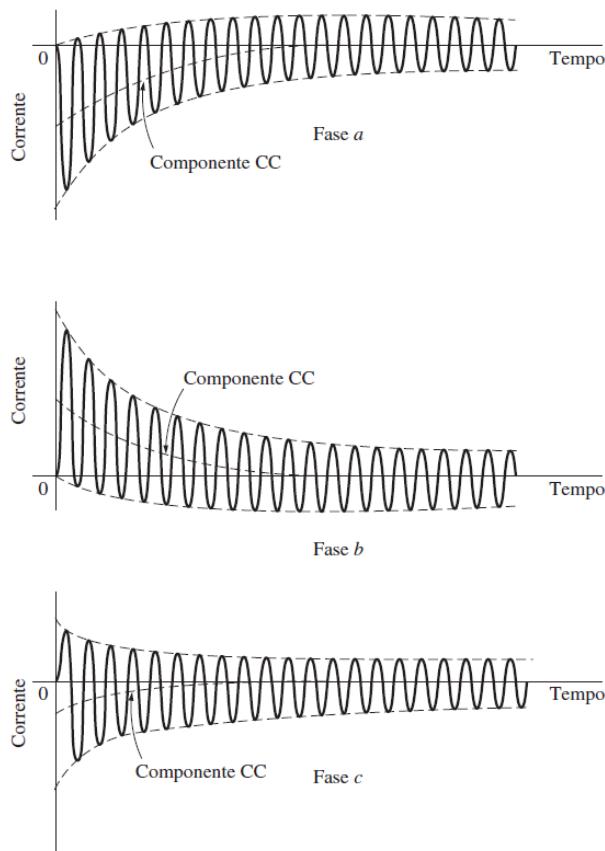


Figura 3.11 - Correntes trifásicas de curto-círcuito numa máquina síncrona.
Fonte: (Chapman, 2013).

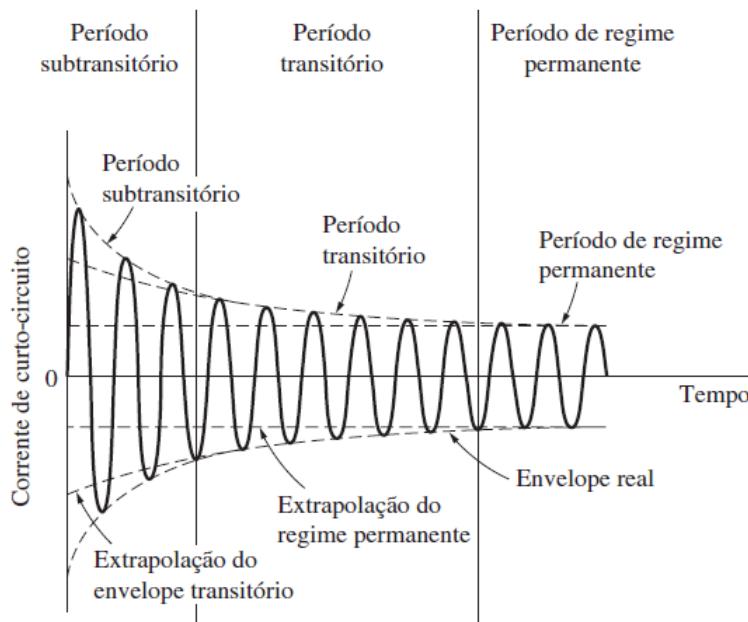


Figura 3.12 - Componente simétrica de sequência positiva das correntes de falta. Fonte:(Chapman, 2013).

- Corrente subtransitória

Esta corrente tem a duração de aproximadamente dois ciclos, a qual está associada a uma constante de tempo T'' , e tem origem no conjugado resistente produzido pelo enrolamento amortecedor, conforme já descrito pela Seção 3.1.2.2, podendo ter amplitude de até dez vezes a de regime permanente.

Embora o enrolamento amortecedor consiga conter a variação de movimento do rotor, tem a característica de aumentar a corrente de curto-círcuito, e consequentemente também o dimensionamento de disjuntores, condutores, religadores e transformadores de corrente (Kindermann, 2010).

- Corrente transitória

Quando ocorre o curto-círcuito surge a corrente subtransitória além do aumento de velocidade do rotor, fazendo com que fluxo resultante de entreferro, ϕ_{EF} , passe a ser variante no tempo, e este induz uma corrente contínua, I_{cp} , no enrolamento de campo, conforme mostra a Figura 3.13.

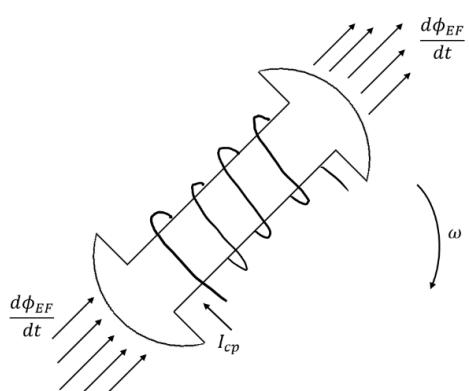


Figura 3.13 - Indução de corrente contínua no enrolamento de campo, I_{cp} .
Fonte: Autores.

A corrente I_{cp} faz com que a tensão interna do gerador E_g seja maior, o que eleva a corrente de armadura, sendo este acréscimo conhecido como

corrente transitória. Pelo fato do enrolamento de campo ter elevada indutância, o decaimento de I_{cp} é lento, e por isso a duração da corrente transitória tem maior duração que a corrente subtransitória, podendo chegar a alguns ciclos e amplitude até cinco vezes a de regime permanente. Este decaimento está associado a uma constante de tempo T' .

- Corrente de regime permanente

Após o fim da corrente transitória, os efeitos dos enrolamentos amortecedor e de campo já cessaram, e por isso a amplitude da corrente que circula na armadura permanecerá constante.

Para sintetizar a discussão das correntes envolvidas durante um curto-circuito numa máquina síncrona, as informações foram resumidas na Figura 3.14

Figura 3.14 - Síntese das correntes envolvidas durante uma falta simétrica na máquina síncrona. Fonte: Autores.

Corrente	Símbolo	Constante de tempo	Origem	Duração	Amplitude
Subtransitória	I''	T''	Causada pelos enrolamentos amortecedores.	Aproximadamente 2 ciclos.	Aproximadamente 10 vezes a corrente de regime permanente.
Transitória	I'	T'	Causada por uma componente CC induzida no circuito de campo.	Alguns ciclos, sendo maior que a corrente subtransitória.	Aproximadamente 5 vezes a corrente de regime permanente.
Regime permanente	I_p		Fim da corrente transitória	Enquanto durar a falta.	Depende dos parâmetros da máquina.

Na prática, as correntes de curto-circuito não são apresentadas no domínio do tempo, e sim em valores eficazes. Neste sentido, para representar o módulo das correntes e também as constantes de tempo, um gráfico semilogarítmico, como o da Figura 3.15, é utilizado. Logo, a corrente de falta é expressa de acordo com a Equação (3.6).

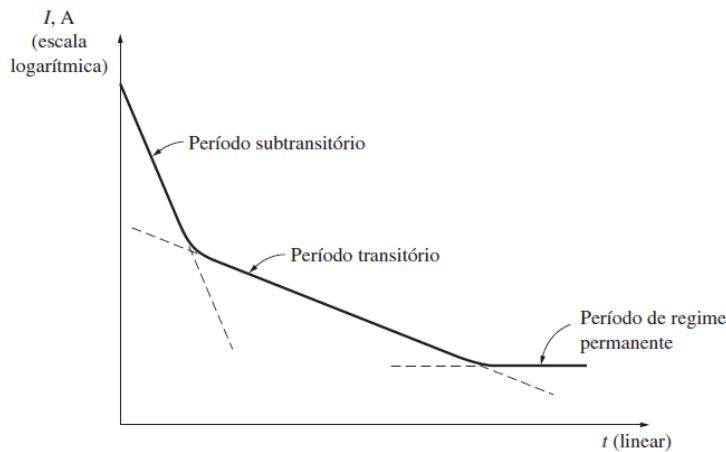


Figura 3.15 - Gráfico semilogarítmico da corrente CA em função do tempo.
Fonte: (Chapman, 2013).

$$I(t) = (I'' - I')e^{-t/T''} + (I' - I_{RP})e^{-t/T'} + I_{RP} \quad (3.6)$$

O motor síncrono

Um gerador síncrono pode funcionar como um motor e vice-versa, assim o que muda na sua representação é o sentido da corrente, conforme mostra a.

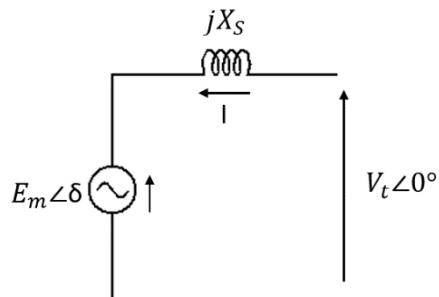


Figura 3.16 – Motor síncrono. Fonte: Autores.

Sendo:

E_m : Tensão interna do motor;

V_t : Tensão nos terminais;

I : Corrente de armadura;

X_S : Reatância síncrona de eixo direto;

δ : Ângulo de carga (Desfasamento angular entre E_m e V_t).

A tensão nos terminais do motor síncrono é dada pela equação (2.7):

$$V_t = E_g + jX_s I \quad (3.7)$$

Os campos magnéticos girantes do rotor e do estator para o motor síncrono têm a mesma disposição do que na Figura 3.2, porém desta vez o campo do estator é que estará adiantado do rotor.

Capacidade de Transferência de Potência

Uma máquina síncrona pode estar transferindo potência para outra máquina ou para um sistema elétrico cuja representação é o circuito equivalente de Thévenin. Esta situação está representada pelo circuito da Figura 3.17, o qual considera um gerador síncrono, de tensão interna E_g , alimentando um sistema elétrico equivalente de tensão interna E_2 , por meio de uma reatância indutiva X_{LT} , que representa a associação de linhas e transformadores.

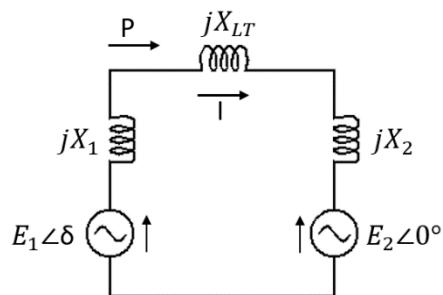


Figura 3.17 - Gerador alimentando um sistema elétrico equivalente. Fonte: Autores.

Ainda pela Figura 3.17, verifica-se que o gerador tem ângulo de carga δ , enquanto a fase da tensão interna do sistema elétrico equivalente é nula, e a reatância equivalente, X , do circuito é dada pela Equação (3.8):

$$X = X_1 + X_{LT} + X_2 \quad (3.8)$$

O objetivo agora é obter a equação para o cálculo da potência ativa, P , transferida pelo gerador ao sistema equivalente.

De acordo com a Figura 3.17, o fasor corrente, I , é dado por (3.9).

$$I = \frac{E_1 \angle \delta - E_2 \angle 0}{jX} \quad (3.9)$$

Escrevendo jX na forma polar:

$$I = \frac{E_1 \angle \delta - E_2 \angle 0}{X \angle 90^\circ}$$

Logo, a corrente I é dada por (3.10).

$$I = \frac{E_1 \angle (\delta - 90^\circ)}{X} - \frac{E_2 \angle -90^\circ}{X} \quad (3.10)$$

Assim, o conjugado da corrente I é dado por (3.11).

$$I^* = \frac{E_1 \angle (90^\circ - \delta)}{X} - \frac{E_2 \angle 90^\circ}{X} \quad (3.11)$$

A potência complexa S enviada pelo gerador ao sistema equivalente é dada pela Equação (3.12), e após aplicar a propriedade distributiva se torna em (3.13):

$$S = E_1 I^* = E_1 \angle \delta \left[\frac{E_1 \angle (90^\circ - \delta)}{X} - \frac{E_2 \angle 90^\circ}{X} \right] \quad (3.12)$$

$$S = \frac{E_1^2 \angle 90^\circ}{X} - \frac{E_1 E_2 \angle (\delta + 90^\circ)}{X} \quad (3.13)$$

Transformando (3.13) para a forma retangular é obtida a Equação (3.14):

$$S = j \frac{E_g^2}{X} - \left[\frac{E_1 E_2}{X} \cos(\delta + 90^\circ) + j \frac{E_1 E_2}{X} \sin(\delta + 90^\circ) \right] \quad (3.14)$$

A potência ativa, P , é a parte real da potência complexa, sendo representada por:

$$P = \operatorname{Re}\{S\} = -\frac{E_1 E_2}{X} \cos(\delta + 90^\circ)$$

Da trigonométrica sabe-se que $\cos(\delta+90^\circ) = -\sin\delta$, logo, a potência, P , transmitida do gerador ao sistema elétrico é dada por (3.15).

$$P = \frac{E_1 E_2}{X} \sin\delta \quad (3.15)$$

A Equação (3.15) é de grande utilidade para o estudo da estabilidade angular e capacidade de transferência de potência depende de três fatores:

- i.Módulo das tensões internas E_1 e E_2 ;
- ii.Diferença angular entre E_1 e E_2 ;
- iii.Reatância equivalente E_1 e E_2 .

Outras importantes considerações da Equação (3.15) é que o sentido de transmissão da potência, P , é sempre da barra de maior para a barra de menor ângulo, e também que a máxima transferência de potência, P_{max} , ocorre quando δ vale 90° , sendo expressa pela Equação (3.16).

$$P_{max} = \frac{E_1 E_2}{X} \quad (3.16)$$

Origem do conjugado eletromagnético resistente

Imagine um gerador acoplado a uma turbina hidráulica, através de um eixo, conforme mostra a Figura 3.18. Neste caso, o gerador síncrono converte a potência mecânica, P_m , fornecida pela turbina, em elétrica, P_e .

Ao impulsionar a turbina, a água faz com que o rotor do gerador atinja a velocidade de rotação ω e o conjugado mecânico T_m . Simultaneamente, o gerador produz o conjugado eletromagnético resistente T_e , que é

originado devido à tendência de dois campos magnéticos se alinharem. E para entender o porquê isto ocorre, é necessário recorrer a Figura 3.19, que mostra os campos magnéticos do rotor, R , e do estator, S , que giram na velocidade síncrona ω_s , e estão defasados pelo ângulo mecânico, θ_m . R está adiantado de S porque o rotor do gerador é acionado pela turbina hidráulica, por isso estes dois campos tendem a se alinharem, e a busca deste ajuste produz conjugado eletromagnético, T_e .

Para um gerador elementar de dois polos lisos, o valor de T_e é dado pela Equação (3.17) (Fitzgerald; Kingsley; Umans, 2003).

$$T_e = -L_{SR} i_S i_R \sin \theta_m \quad (3.17)$$

Sendo:

L_{SR} : Indutância mútua entre o estator e o rotor;

i_S : Corrente no estator;

i_R : Corrente no rotor.

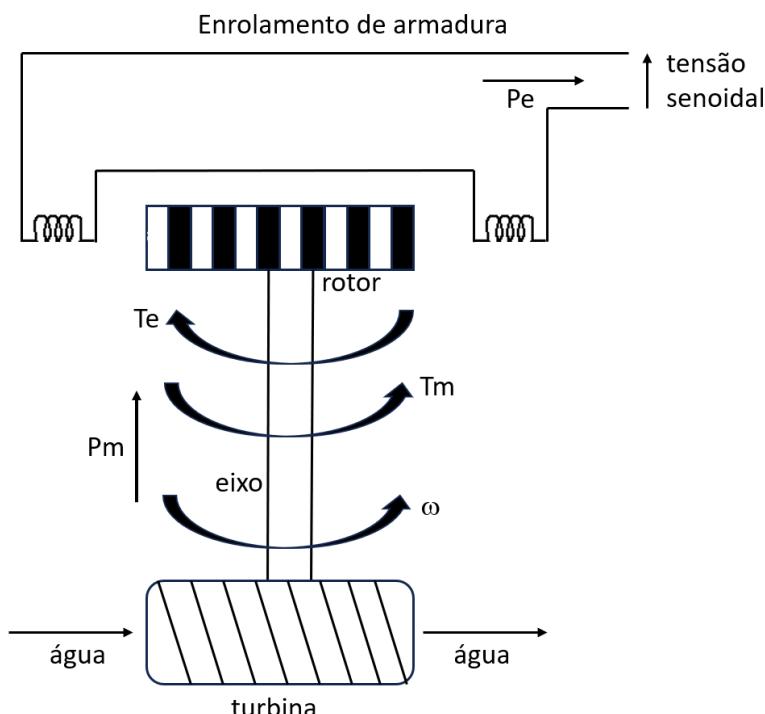


Figura 3.18 - Acoplamento máquina primária-gerador. Fonte: Autores.

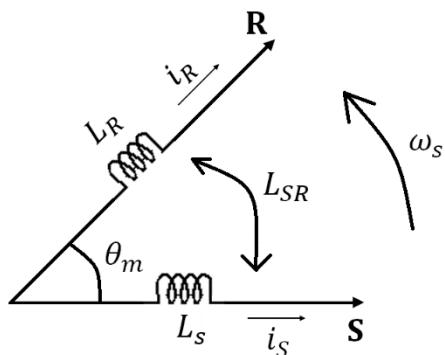


Figura 3.19 - Representação simbólica dos campos magnéticos do estator e do rotor num gerador elementar de dois polos. Fonte: Autores.

É importante ressaltar que devido ao campo magnético do rotor, R , estar adiantado ao campo do estator, S , a Figura 3.19 corresponde a um gerador, caso contrário seria um motor.

Aplicação da Segunda Lei de Newton no conjunto Turbina-Gerador

Considerando a Figura 3.18, verifica-se que a diferença entre os conjugados eletromagnético e mecânico faz o eixo da máquina girar, e de acordo com a Segunda Lei de Newton, para o movimento de rotação, a aceleração do eixo é dada pela Equação (3.18).

$$I \frac{d\omega}{dt} = T_m - T_e \quad (3.18)$$

Sendo:

J : Momento de inércia das partes girantes do gerador e da turbina [kg.m^2];

ω : Velocidade angular do eixo [rad/s];

T_m : conjugado mecânico [N.m];

T_e : Conjugado eletromagnético [N.m];

Embora a Equação (3.18) esteja com consonância com a mecânica newtoniana, ela não é prática no contexto da Engenharia Elétrica, pois as variáveis mensuráveis no processo de geração de energia são as potências mecânica e elétrica, e não os respectivos conjugados. E para fazer a

adaptação, será definida a variável de constante de inércia, H , de uma máquina, que é a razão entre a energia cinética da máquina pela potência da mesma, vista na Equação (3.19).

$$H = \frac{\frac{1}{2}J\omega_s^2}{S} \quad (3.19)$$

Sendo:

H : Constante de inércia das partes girantes do gerador e da turbina [s];
 ω_s : Velocidade síncrona do gerador [rad/s];

Como a constante de inércia, H , é dada em [s], a torna mais prática do que o momento de inércia, J , dado em [kg.m^2], assim, o momento de inércia escrito em função da constante de inércia fica:

$$I = \frac{2HS}{\omega_s^2} \quad (3.20)$$

Substituindo agora (3.20) em (3.19), é obtida a Equação (3.21):

$$\frac{2HS}{\omega_s^2} \frac{d\omega}{dt} = T_m - T_e \quad (3.21)$$

Por se tratar de um sistema elétrico é conveniente substituir os conjugados eletromagnético e mecânico pelas potências elétrica, P_e , e mecânica, P_m . Para isto, basta multiplicar ambos os lados da Equação (3.21) pela velocidade síncrona ω_s , pois $P = \omega \cdot T$, o que resulta na Equação (3.22).

$$\frac{2HS}{\omega_s} \frac{d\omega}{dt} = P_m - P_e \quad (3.22)$$

Para usar os valores das potências P_m e P_e , em pu (por unidade), basta dividir ambos os lados da Equação (3.22) pela potência nominal, S , da máquina, e isolando a aceleração resulta na Equação (3.23).

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega_s}{2H} (P_m - P_e) \quad (3.23)$$

Para que a velocidade angular da máquina seja constante, sem aceleração, as potências mecânica e elétrica devem ser iguais.

Também é notório na Equação (3.23) que, quanto maior for a constante de inércia H , menor será a variação de velocidade, $d\omega/dt$. Logo, as máquinas de maiores dimensões físicas podem suportar maiores desequilíbrios entre as potências mecânica e elétrica.

Controles necessários no gerador no gerador síncrono

Estando conectado ao sistema elétrico, um gerador deve estar em sincronismo com a rede, ou seja, devendo ter o mesmo módulo de tensão, a mesma frequência e a mesma fase do sistema elétrico, sendo necessários, portanto, os reguladores de tensão e velocidade. Para entender a atuação de cada um destes é necessário observar a Figura 3.20, que mostra uma vista simplificada de um gerador síncrono, no qual se vê o enrolamento de armadura, localizado no estator, e o enrolamento de campo, situado no rotor.

De forma resumida, os controles necessários para o gerador síncrono podem ser vistos no diagrama da Figura 3.21, que mostra que os valores de tensão e velocidade no gerador são comparados com valores de referência para que se façam os ajustes necessários nos valores corrente de campo I_f e vazão Q .

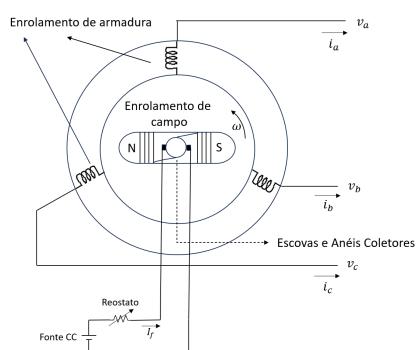


Figura 3.20 - Elementos de um gerador síncrono. Fonte: Autores.

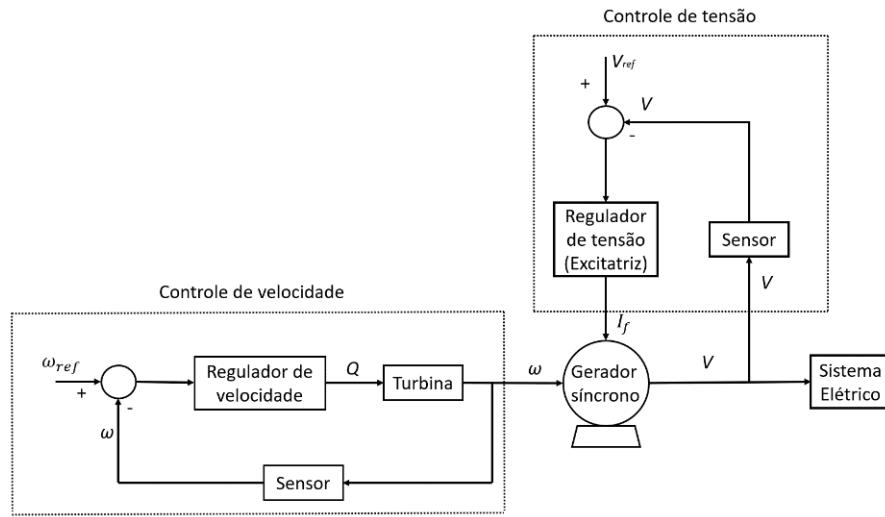


Figura 3.21. Controladores do gerador síncrono. Fonte: Autores.

Regulador de tensão

No enrolamento de campo circula a corrente contínua, I_f , e devido ao movimento circular produzido pela turbina é originado um campo magnético girante, que devido a Lei de Faraday irá induzir Força Eletromotriz (FEM) no enrolamento de armadura. Sendo assim, a intensidade da corrente I_f irá alterar a amplitude da tensão nos terminais do gerador. Logo, o controle de tensão consiste em regular a corrente de campo I_f .

Regulador de velocidade

Já o controle de velocidade tem a função de manter a frequência da tensão terminal do gerador, tendo em vista que a velocidade nominal da máquina síncrona, n , é dada pela Equação (2.24).

$$n = \frac{120f}{p} \quad (3.24)$$

Sendo:

n : velocidade [rpm];

f : frequência [Hz];

ρ : número de polos.

De acordo com a Equação (2.1), a alteração da potência mecânica, P_m , fornecida pela turbina hidráulica, só é possível alterando a vazão, Q , pois, as demais variáveis são fixas. Para controlar o escoamento de água pode-se altear o ângulo das pás da turbina ou as pás do distribuidor, conforme mostra a Figura 2.19, onde uma turbina Bulbo de 210 MW, de 4 pás, tem o seu distribuidor de água articulado com 16 palhetas (UHE Igarapava, [s. d.]).

No caso específico das turbinas hidráulicas, o controle da velocidade do rotor do gerador é realizado por meio da vazão de água que atravessa a turbina. Dessa forma, para aumentar a velocidade do rotor, é necessário elevar a vazão, enquanto, para reduzir a velocidade excessiva, deve-se diminuir o fluxo de água.



Figura 3.22 - Rotor de uma turbina Bulbo de 4 pás e distribuidor de 16 palhetas. Fonte: (UHE Igarapava, [s. d.])

Nível de curto-circuito

Uma informação essencial em um determinado ponto de um sistema elétrico é o nível de curto-circuito, que corresponde à corrente ou à potência associada a uma falta nesse ponto. A sua unidade pode ser em [A] ou [VA]. Esse dado permite também saber a impedância equivalente na localidade da rede.

De acordo com o Teorema de Thévenin, uma rede elétrica pode ser substituída por uma fonte de tensão em série com uma impedância. Desta forma, em qualquer ponto da rede é possível estipular a corrente de curto, I_f , conforme ilustrado na Figura 3.23.

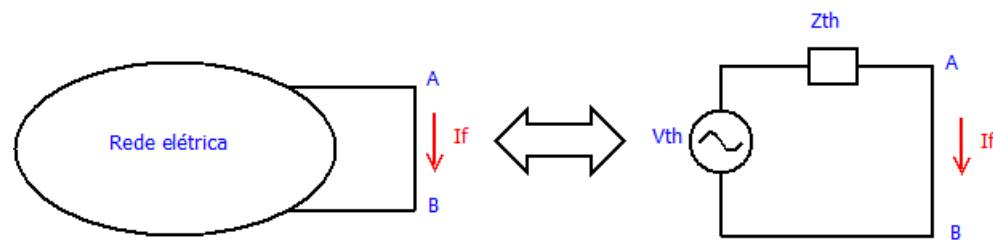


Figura 3.23 - Aplicação do Teorema de Thévenin para o cálculo da corrente de falta. Fonte: Autores.

Por meio de programas de simulação computacional, as concessionárias de energia conseguem calcular o valor de uma corrente de curto-circuito num determinado local, assim, um consumidor pode saber o valor da corrente de falta no seu ponto de acoplamento com o sistema elétrico, sem precisar recorrer à diagramas unifilares.

Conhecendo a corrente de falta, I_f , a potência de curto-circuito é dada por (3.25):

$$S_{cc} = \sqrt{3}V I_f \quad (3.25)$$

No caso de se adotar a tensão base igual à tensão nominal, a potência de curto-circuito, em pu, é dada por (3.26):

$$S_{pu} = \frac{\sqrt{3}V_{nom}I_{cc}}{\sqrt{3}V_b I_b} = I_{pu} \quad (3.26)$$

Assim, de acordo com (3.26), para valores em pu, a potência de curto-circuito é igual ao módulo da corrente de falta.

A corrente de curto-circuito, em pu, é dada pela tensão equivalente de Thévenin dividido pela impedância equivalente vista no ponto de falta, conforme indicado por (3.27).

$$I_{pu} = \frac{V_{th}}{Z_{th}} \quad (3.27)$$

Considerando que a tensão V_{th} vale 1,0 pu, e substituindo (3.27) em (3.26), a impedância equivalente de Thévenin é dada pela Equação (3.28), desta forma a para obter a impedância vista num determinado ponto de uma rede elétrica, basta inverter o valor da potência de curto-circuito em pu.

$$Z_{th} = \frac{1}{S_{pu}} \quad (3.28)$$

Verifica-se que o fator limitante da potência de curto-circuito, ou da corrente de falta, é a impedância equivalente do sistema. Assim quanto menor for a impedância maior será a corrente de curto-circuito.

Os fatores que contribuem no valor da corrente de curto-circuito são:

- Potência dos geradores;
- Número de geradores;
- Distância da ocorrência da falta;
- Configuração de linhas e transformadores.

Barra infinita

A conceituação vista na Seção 3.7 é importante para compreender o conceito de barra infinita, que é amplamente utilizado nos estudos de curto-circuito e estabilidade de sistemas de potência.

Supondo que um pequeno gerador e um grande sistema elétrico operam de forma isolada, estando separados por uma chave aberta, conforme mostra Figura 3.24. Nesta condição, caso ocorra um curto-circuito em ambas as barras, sabe-se que a corrente de falta do sistema, I_{sis} , é muito maior que a corrente de falta do gerador, I_g , sendo válida a desigualdade (3.29).

$$I_{sis} \gg I_g \quad (3.29)$$

A razão para isto, é que o sistema elétrico é composto por muitos geradores, que contribuem significativamente para aumentar a corrente de falta, I_{sis} . Deve-se considerar ainda que a impedância equivalente vista pela barra do sistema, Z_{sis} , é muito menor que a impedância do gerador, M_g , pois, há muitas associações em paralelo, reduzindo o seu valor drasticamente, o que permite estabelecer a desigualdade (3.30).

$$Z_{sis} \ll Z_g \quad (3.30)$$

Sendo assim, caso se decida conectar o gerador ao sistema elétrico, fechando a chave ilustrada na Figura 3.24, a impedância do sistema elétrico, Z_{sis} , pode ser desconsiderada no cálculo de curto-circuito, sendo válido o circuito equivalente mostrado na Figura 3.25.

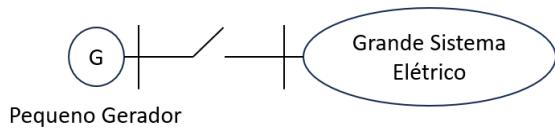


Figura 3.24 - Pequeno gerador e grande sistema elétrico. Fonte: Autores.

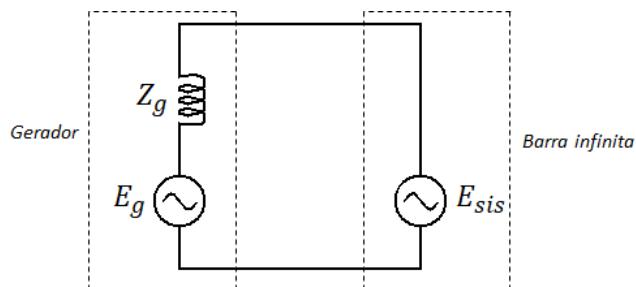


Figura 3.25 - Representação de uma barra infinita acoplada a um gerador. Fonte: Autores.

Ao se desprezar Z_{sis} , pode-se dizer que no ponto de acoplamento do sistema elétrico surge o conceito de barra infinita, que é aquela que tem tensão e frequência constante, e a sua representação é uma fonte de tensão sem impedância, conforme mostra o lado direito da Figura 3.25.

Deve-se considerar também que o fato da barra infinita sempre ter frequência constante é como se tivesse uma constante de inércia infinita.

O sistema gerador-barra infinita: modelo clássico

O sistema gerador-barra infinita permite o estudo individual de apenas um gerador conectado a uma barra infinita através de uma reatância indutiva, X , que representa a equivalência de linhas e transformadores entre a tensão interna do gerador e a barra infinita, conforme mostra a Figura 3.26.

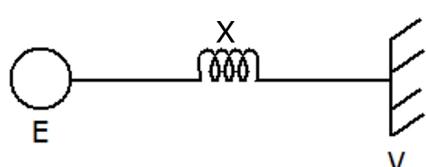


Figura 3.26 - Diagrama unifilar do sistema gerador-barra infinita. Fonte: Autores.

O modelo clássico (Anderson; Fouad, 2003) é fundamentado nas afirmações a seguir:

- i.A potência mecânica de entrada permanece constante;
- ii.Amortecimento e potência sincronizante são desprezados;
- iii.A máquina síncrona é representada eletricamente por uma tensão constante atrás de uma reatância transitória;
- iv.O ângulo mecânico do rotor coincide com o ângulo elétrico da tensão atrás da reatância transitória;
- v.Se uma carga é alimentada pelos terminais da máquina síncrona, esta pode ser representada por uma impedância constante, ou admitância, em relação ao neutro.

A partir do diagrama unifilar da Figura 3.26 é possível desenvolver o respectivo diagrama de impedâncias, que é mostrado na Figura 3.27, sendo:

$E\angle\delta$: Tensão interna do gerador síncrono;

V_t : Tensão terminal no gerador síncrono;

X_g : Reatância indutiva de eixo direto do gerador;

$V\angle0^\circ$: Tensão na barra infinita, usada como referência;

Z_{LT} : Impedância equivalente de linhas e transformadores;

Z_{sh} : Impedância equivalente em derivação, e carga se houver.

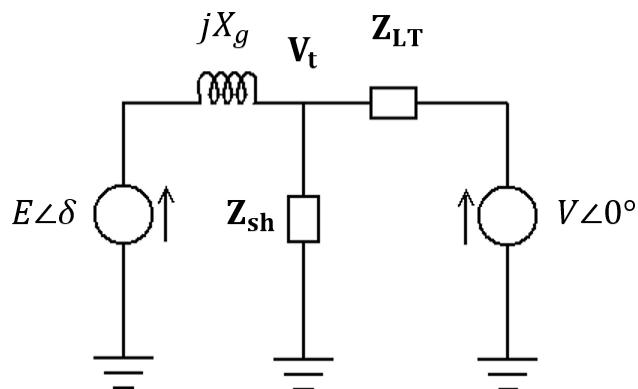


Figura 3.27 - Diagrama de impedâncias do sistema gerador – barra infinita.
Fonte: Autores.

Como o próprio nome diz, a estabilidade angular refere-se ao ângulo de carga do gerador síncrono, ou seja, a defasagem entre as tensões interna e terminal da máquina.

É importante ter em mente que para haver estabilidade angular no movimento do rotor, duas situações não devem ocorrer, sendo elas:

i. Velocidade relativa;

ii. Aceleração.

A velocidade relativa, ω_r , surge quando o rotor gira numa velocidade ω , diferente da síncrona, ω_s , sendo dada por (3.31).

$$\omega_r = \omega_s - \omega \quad (3.31)$$

Na Figura 3.19, considerando que o campo do estator, S, seja fixo e que apenas R esteja girando, a velocidade relativa pode ser também a taxa de variação do ângulo δ , conforme a Equação (3.32).

Já a aceleração é dada pela Segunda Lei de Newton, já apresentada pela Equação (3.23), e considerando também que a potência elétrica, P_e , é dada pela Equação (3.15), pode-se rescrever a Segunda Lei de Newton de acordo com a Equação (3.33).

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_r \quad (3.32)$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{\omega_s}{2H} \left(P_m - \frac{EV}{X} \operatorname{sen}\delta \right) \quad (3.33)$$

Analizando primeiramente a Equação (3.32), verifica-se que para que não exista velocidade relativa, o valor de δ deve ser fixo, pois somente um ângulo de carga constante faz com que $d\delta/dt$ seja nulo.

Já a Equação (3.33) mostra que só não há aceleração do rotor quando as potências mecânica, P_m , e elétrica, P_e , são iguais, pois somente assim $d\omega_r/dt$ é nulo.

Ainda é possível representar o par de Equações (3.32) e (3.33) por uma única equação diferencial de segunda ordem, apenas em função de δ .

Sabe-se que a velocidade e a aceleração são dadas respectivamente pelas Equações (3.34) e (3.35):

$$\omega_r = \frac{d\delta}{dt} \quad (3.34)$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{d^2\delta}{dt^2} \quad (3.35)$$

Substituindo agora (3.33) em (3.35) é obtida a Equação (3.36), que é diferencial, não linear e de segunda ordem. Resolvê-la de forma analítica é difícil, pois é necessário recorrer a integrais elípticas (Anderson; Fouad, 2003). Sendo assim, a maneira mais fácil de determinar o comportamento do ângulo de carga δ será por meio de algum método numérico utilizando o par de Equações (3.32) e (3.33).

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\omega_s}{2H} \left(P_m - \frac{EV}{X} \operatorname{sen}\delta \right) \quad (3.36)$$

Analogia com o pêndulo simples

Um recurso didático muito útil para analisar o modelo clássico do sistema gerador-barra infinita é fazer uma analogia deste com o pêndulo simples sem amortecimento, que consiste num corpo de massa M , que oscila num ângulo θ entre $+\theta_0$ e $-\theta_0$ conforme mostra a Figura 3.28.

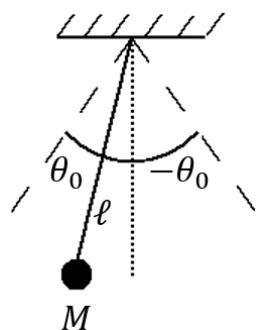


Figura 3.28 - Pêndulo simples. Fonte: Autores.

A velocidade de oscilação ω é nula quando o ângulo atinge as extremidades $+\theta_0$ e $-\theta_0$, e máxima quando θ é nulo, mas a principal característica do pêndulo simples é que quando o ângulo está aumentando, a velocidade está diminuindo, e vice-versa, desta forma o gráfico do comportamento de θ e ω é mostrado na Figura 3.29.

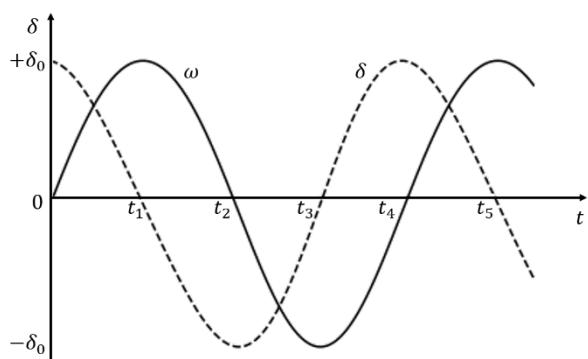


Figura 3.29 - Gráfico do pêndulo simples. Fonte: Autores.

Este comportamento oscilatório do pêndulo simples é dado pelas Equações (3.37) e (3.38):

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \quad (3.37)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{g}{l} \operatorname{sen}\theta \quad (3.38)$$

Sendo:

g : Aceleração da gravidade [m/s^2];

l : Comprimento do pêndulo [m].

Comparando as Equações (3.37) e (3.38) com as que controlam o sistema gerador-barra infinita (3.32) e (3.33), verifica-se que são análogas, conforme mostra a Tabela 3.2, assim, quando o ângulo de carga δ aumenta, a velocidade relativa ω_r diminui, e vice-versa.

Tabela 3.2 - Analogia entre as equações do sistema gerador-barra infinita com o pêndulo simples. Fonte: Autores.

Gerador-barra infinita	Pêndulo simples
$\frac{d\delta}{dt} = \omega_r$	$\frac{d\theta}{dt} = \omega$
$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{\omega_s}{2H} \left(P_m - \frac{EV}{X} \operatorname{sen}\delta \right)$	$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{g}{l} \operatorname{sen}\delta$

É importante ter em mente esta analogia, pois será utilizada para analisar a estabilidade em regime permanente na Seção 4.2.1.

Exercícios resolvidos

- 1) Determinar a impedância de um sistema de 138 kV com 2000 MVA de curto-circuito, numa base de 138 kV e 50 MVA.

A potência de curto-circuito em pu é:

$$S_{pu} = \frac{2000}{50} = 40 \text{ pu}$$

Aplicando a Equação (3.28):

$$Z_{th} = \frac{1}{40} \Rightarrow Z_{th} = 0,025 \text{ pu}$$

- 2) Concurso Petrobras – Engenheiro de Equipamentos Júnior – Elétrica (CESGRANRIO, 2018)

Considere uma máquina síncrona, modelada em regime permanente como sendo uma FEM de magnitude 1,2 pu em série com uma reatância indutiva de valor 0,3 pu, e com tensão terminal de 1,0 pu. Esta máquina está conectada a uma barra de onde parte uma linha de transmissão curta, com resistência desprezível, cujo fluxo de potência ativa é de 1,0 pu. Nessa mesma barra também está conectada uma carga que consome 1,0 pu de

potência ativa. Nessas condições, o valor do ângulo de carga dessa máquina síncrona é

- (A) 15°
- (B) 30°
- (C) 45°
- (D) 60°
- (E) 75°

Solução:

Para resolver a questão é necessário traçar o diagrama de impedâncias, e por se tratar de uma máquina síncrona conectada com uma linha de transmissão curta que tem uma carga na outra extremidade, o circuito equivalente é o da

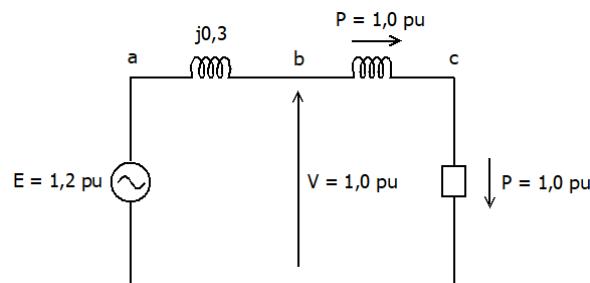


Figura 3.30 - Diagrama de impedâncias do Exercício Resolvido (2).

De acordo com o enunciado, a linha de transmissão curta, entre os nós b e c não tem perdas, logo toda a potência que sai dos terminais da máquina, de $1,0 \text{ pu}$, chega à carga passiva conectada no nó c .

Nestas condições para calcular o ângulo de carga δ da máquina síncrona basta utilizar a Equação (3.15) entre os nós a e b :

$$P = \frac{EV}{x} \operatorname{sen}\delta$$

Substituindo os valores constantes no diagrama da Figura 3.30:

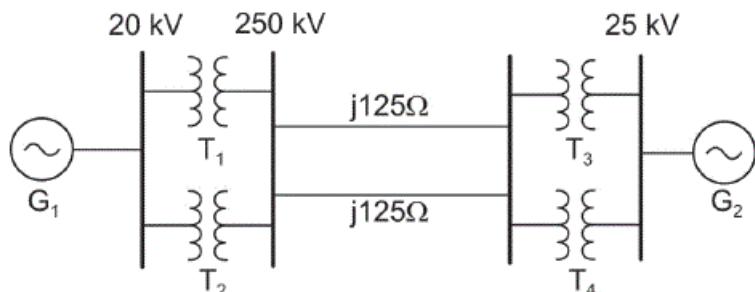
$$1 = \frac{1x1,2}{0,3} \operatorname{sen}\delta$$

Desta forma:

$\operatorname{sen}\delta = 0,25 \Rightarrow \delta = 14,47^\circ$, sendo a solução a alternativa (A)

3) ENADE 2008 para Engenharia Elétrica (INEP, 2008)

A figura a seguir apresenta um sistema de potência sem perdas. Suponha que, inicialmente, a potência ativa transmitida do gerador G₁ para o G₂ seja igual a 1,0 pu, e que os dois estejam operando em suas tensões nominais. Em um dado instante, uma das linhas de transmissão é perdida. Supondo que as tensões dos geradores e a abertura angular permaneçam inalteradas, qual será a nova potência ativa transmitida, em pu, nessa condição de regime?



Dados dos componentes:

Gerador G₁: 100 MVA, 20 kV, X = 10%

Gerador G₂: 100 MVA, 25 kV, X = 10%

Transformadores T₁ e T₂: 50 MVA, 20 kV/250 kV, X = 10%

Transformadores T₃ e T₄: 50 MVA, 25 kV/250 kV, X = 10%

Fonte: (INEP, 2008)

- a) 5/6
- b) 3/4
- c) 1/2
- d) 1/5
- e) 1/10

Solução:

Deve-se primeiramente converter as impedâncias de todos os elementos numa mesma base e para isto o diagrama unifilar é redesenrado com a numeração das barras e também com as delimitações das tensões base com linhas verticais conforme mostra a Figura 3.31.

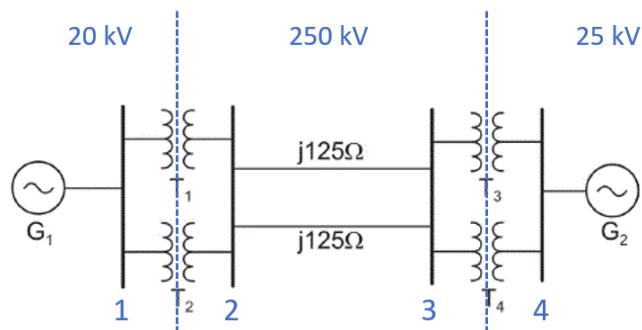


Figura 3.31 - Diagrama unifilar do Exercício Resolvido 3) redesenhado. Fonte: (INEP, 2008) com adaptações.

É necessário escolher uma potência base, visto que os geradores e transformadores estão especificados em potências diferentes. Para este exercício será escolhida a base de 50 MVA, mas poderia ser outra. Assim deve-se mudar a base dos geradores, visto que estão especificados em 100 MVA, assim:

$$x_g = j0,10 \left(\frac{50}{100} \right) = j0,05 \text{ p.u.}$$

Também é necessário converter a reatância das linhas de transmissão para pu, sendo necessário calcular primeiro a impedância base na parte do diagrama na qual a tensão base é 250 kV, assim:

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = \frac{(250 \times 10^3)^2}{50 \times 10^6} = 1250 \Omega$$

Desta forma, a impedância, em pu, das linhas de transmissão valem $j125/1250$, ou seja, $j0,10$ pu

Logo o diagrama de impedâncias do sistema elétrico é dado pela Figura 3.32.

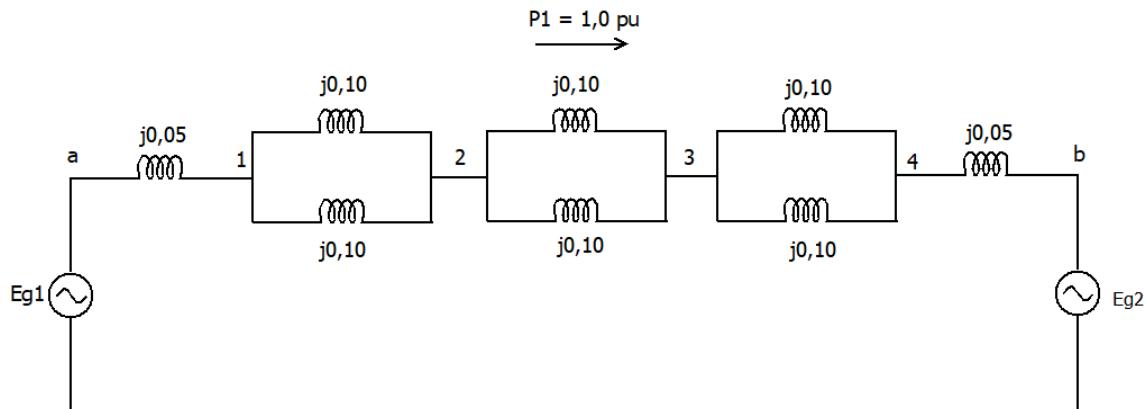


Figura 3.32 - Diagrama de impedância da questão Exercício Resolvido 3).

Analizando a Figura 3.32, a impedância entre as tensões internas entre dois geradores, x_{ab} , é dada por:

$$x_{ab} = j0,05 + \frac{j0,10}{2} + \frac{j0,10}{2} + \frac{j0,10}{2} + j0,05 = j0,25 \text{ pu}$$

Considerando que a diferença angular entre E_{g1} e E_{g2} seja δ , e utilizando a Equação (3.15):

$$P_1 = \frac{E_{g1}E_{g2}}{x_{ab}} \operatorname{sen}\delta$$

A potência P_1 entre os geradores vale 1,0 pu de acordo com o enunciado, e conforme já calculado x_{ab} é igual a 0,25 pu:

$$1 = \frac{E_{g1}E_{g2}}{0,25} \operatorname{sen}\delta \Rightarrow E_{g1}E_{g2} \operatorname{sen}\delta = 0,25$$

O que o enunciado está perguntando é a nova potência transmitida na ausência de uma das linhas de transmissão e conforme dito, as tensões e diferença angular entre os geradores permanecem inalteradas, mas a

impedância entre os nós a e b da Figura 3.32 na ausência de uma das linhas, entre os nós 2 e 3, é dada por:

$$x_{ab} = j0,05 + \frac{j0,10}{2} + j0,10 + \frac{j0,10}{2} + j0,05 = j0,30 \text{ pu}$$

Sendo assim, a potência vigente P_2 é dada por:

$$P_2 = \frac{E_{g1}E_{g2}}{x_{ab}} \text{sen}\delta$$

Considerando o novo valor de x_{ab} , e sabendo que $E_{g1}E_{g2}\text{sen}\delta$ vale 0,35, tem-se que P_2 vale:

$$P_2 = \frac{0,25}{0,30} = \frac{5}{6} \text{ pu}$$

O que corresponde a alternativa (a).

4) CEMIG 2018 – Engenheiro de Sistema Elétrico Júnior (FUMARC, 2018)

Um gerador entrega 49 MW a uma carga, o que representa 10% da capacidade máxima de transmissão de uma linha de 138 kV. A tensão no barramento do gerador é nominal e a reatância da linha é 38 Ω/fase (resistência e reatância paralela desprezíveis). O módulo de tensão (kV) no barramento da carga é:

- (A) 130
- (B) 135
- (C) 138
- (D) 140

Solução:

Conforme o enunciado, o sistema descrito pode ser representado pela Figura 3.33, onde na barra está conectado o gerador, enquanto na barra 2 está conectada a carga. Já a linha consiste numa reatância indutiva de $j0,38 \Omega$.

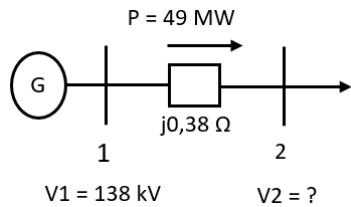


Figura 3.33 - Diagrama unifilar para o Exercício resolvido 4). Fonte: Autores.

De acordo com a Equação (3.15), a potência P transmitida entre as barras 1 e 2 é:

$$P = \frac{V_1 V_2}{x} \operatorname{sen}\delta$$

P é máxima quando $\operatorname{sen}\delta$ for igual a 1, e a potência transmitida de 49 MW corresponde a 10% da capacidade máxima da linha, o que permite escrever a seguinte igualdade:

$$49 \times 10^3 = \frac{10}{100} \left(\frac{138 V_2}{38} \right)$$

Assim:

$$V_2 = \frac{10 \times 38 \times 49 \times 10^3}{138} \Rightarrow V_2 = 134,92 \text{ kV}$$

Sendo assim, a resposta é a alternativa (B)

- 5) Seja um sistema elétrico composto por um gerador síncrono que, por meio de um transformador e um par de linhas de transmissão, alimenta uma barra infinita, conforme mostra a Figura 3.34, sendo todas as impedâncias dadas em pu, numa mesma base.

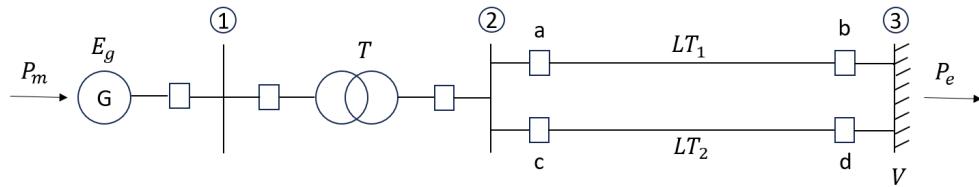


Figura 3.34. Exemplo ilustrativo. Fonte: Autores.

Dados:

Potência mecânica: $P_m = 0,8 \text{ pu}$;

Gerador: $P_e = 1,0 \text{ pu}$, $|V_t| = 1,05 \text{ pu}$ e $X_g = 0,20 \text{ pu}$;

Transformador: $X_t = 0,1 \text{ pu}$;

Linhos de transmissão: $X_{LT} = 0,4 \text{ pu}$ cada;

Tensão na barra infinita: $V_{inf} = 1,0 \angle 0^\circ \text{ pu}$.

Considerando os dados fornecidos, responda o que se pede:

- Qual a equação do ângulo de potência?
- Determine a potência máxima transmitida.
- Qual a potência máxima transmitida, quando uma das linhas é perdida. Considere que as tensões na barra infinita e nos terminais do gerador sejam as mesmas.
- Fazer os gráficos $P_e \times \delta$, para o caso de uma e duas linhas operando.

Solução:

- Qual a equação do ângulo de potência?

O primeiro a se fazer é o diagrama de impedâncias, e como não é necessário converter para nenhuma base, basta desenhá-lo conforme a Figura 3.35:

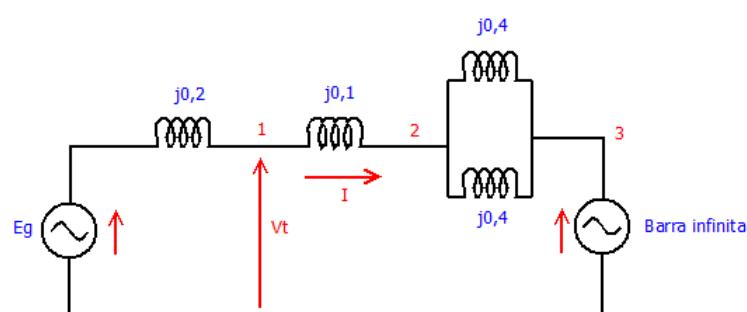


Figura 3.35 - Diagrama de impedâncias com duas linhas. Fonte: Autores.

O objetivo agora é calcular o ângulo de carga do gerador, δ , mas para isso será necessário determinar primeiro a fase da tensão terminal do gerador, V_t , na barra 1.

A reatância entre os terminais do gerador e a barra infinita:

$$x_{13} = 0,1 + \frac{0,4}{2} = 0,3 \text{ pu}$$

A potência elétrica, P_e , transmitida dos terminais do gerador até a barra infinita vale 0,8 pu, assim:

$$P_e = \frac{V_t V_{inf}}{X_{13}} = \frac{1,05 \times 1}{0,3} \alpha = 0,8$$

O que permite concluir que:

$$\alpha = \frac{0,8 \times 0,3}{1,05} \Rightarrow \alpha = \operatorname{sen}^{-1} 0,2285$$

$$\therefore \alpha = 13,21^\circ$$

Assim, a tensão terminal é:

$$V_t = 1,05 \angle 13,21^\circ \text{ pu}$$

A corrente do gerador é dada por:

$$I = \frac{V_t - V_{inf}}{x_{13}} = \frac{1,05 \angle 13,21^\circ - 1 \angle 0^\circ}{j0,3} \Rightarrow I = 0,80 \angle -5,28^\circ \text{ pu}$$

Já a tensão interna do gerador é:

$$E_g = V_t + jX_g I = 1,05 \angle 13,21^\circ + j0,2 (0,80 \angle -5,28^\circ) \Rightarrow E_g = 1,11 \angle 21,08^\circ \text{ pu}$$

Logo, o ângulo de carga é:

$$\delta = 21,08^\circ$$

Para formar a equação do ângulo de potência é necessário considerar também a reatância do gerador, de 0,2 pu, conforme visto na Figura 3.35:

$$X_{eq} = 0,2 + 0,1 + \frac{0,4}{2} = 0,5 \text{ pu}$$

Assim, a equação pedida é:

$$P_e = \frac{E_g V_{inf}}{X_{eq}} = \frac{1,11 \times 1}{0,5} \alpha \Rightarrow P_e = 2,22\alpha$$

b) Determine a potência máxima transmitida.

A máxima transferência de potência ocorre quando $\sin\alpha=1$, assim:

$$P_{max} = 2,22 \text{ pu}$$

c) Qual a potência máxima transmitida, quando uma das linhas é perdida. Considere que as tensões na barra infinita e nos terminais do gerador sejam as mesmas.

Com a ausência de uma das linhas de transmissão, o diagrama de impedâncias passa a ser o da Figura 3.36:

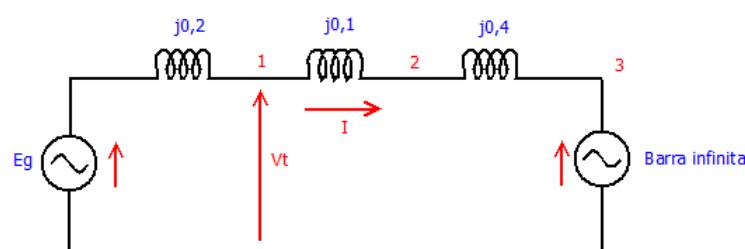


Figura 3.36 - Diagrama de impedâncias com uma linha. Fonte: Autores.

Conforme o diagrama da Figura 3.36, a impedância equivalente entre a tensão interna do gerador e a barra infinita é:

$$x_{eq} = 0,2 + 0,1 + 0,4 = 0,7 \text{ pu}$$

Substituindo agora na equação do ângulo de potência:

$$P_e = \frac{E_g V_{inf}}{x_{eq}} = \frac{1,11x1}{0,7} \alpha$$

Quando $\alpha=90^\circ$:

$$P_e = 1,58 \text{ pu}$$

d) Fazer os gráficos $P_e \times \delta$, para o caso de uma e duas linhas operando.

O gráfico para as duas situações pedidas é o da função seno, e ambos são apresentados na Figura 3.37. Verifica-se que com duas linhas de transmissão a capacidade de transferência de potência é maior, cujo valor máximo é de 2,22 pu, e com apenas uma das linhas o valor máximo que pode ser transmitido é reduzido para 1,58 pu

Notar que no mesmo gráfico consta a potência mecânica fornecida ao gerador, que vale 0,8 pu

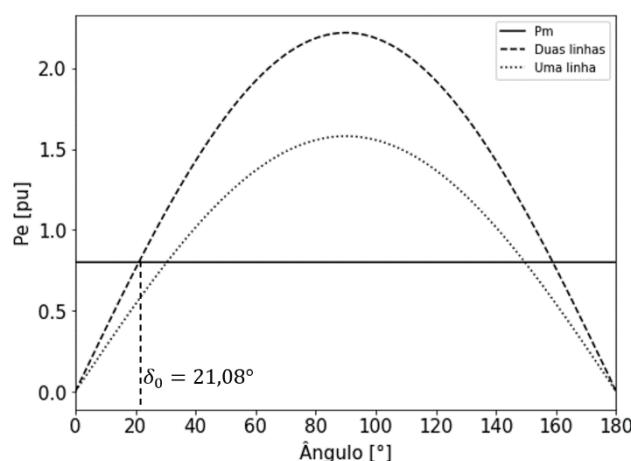
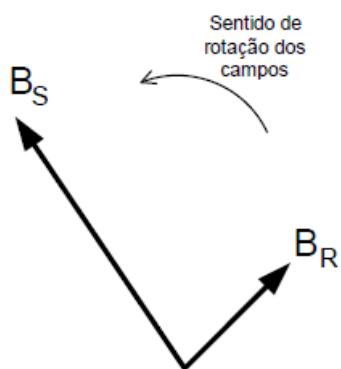


Figura 3.37 - Potência transmitida com duas e uma linha. Diagrama de impedâncias com duas linhas.

Fonte: Autores.

- 6) Petrobras 2018 – Engenheiro de Equipamentos Júnior – Elétrica (CESGRANRIO, 2018)

A Figura abaixo mostra os campos do estator e do rotor de uma máquina síncrona, denominados respectivamente B_S e B_R , girando na velocidade síncrona da máquina, no sentido indicado na figura.



Fonte: (CESGRANRIO, 2018)

Considerando-se a ocorrência de um evento que provoque a redução da velocidade do rotor, a resposta da máquina será o(a)

- (A) aumento da corrente de campo do rotor do gerador até que este volte à velocidade síncrona.
- (B) aumento da tensão induzida do gerador de modo que ele seja capaz de atender à variação de carga, fazendo com que o rotor volte à velocidade síncrona.
- (C) aumento do torque induzido do gerador provocando aumento da sua corrente de armadura, fazendo com que o rotor volte à velocidade síncrona.
- (D) aumento do campo do rotor, provocando a diminuição da corrente de armadura, fazendo com que o rotor volte à velocidade síncrona.
- (E) redução da tensão induzida do rotor do motor, provocando o aumento da sua corrente de armadura e do seu torque induzido, fazendo com que o rotor volte à velocidade síncrona.

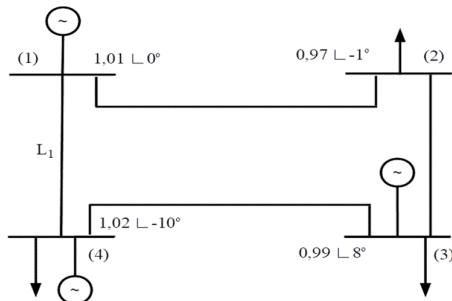
Solução:

De acordo com a figura fornecida pelo exercício, o campo de estator está adiantado do campo do rotor, o que permite concluir que a máquina síncrona está operando como motor. Assim as alternativas (A), (B) e (C) estão descartadas, pois consideram a máquina operando como gerador.

Como a velocidade do rotor diminuiu, a abertura angular dos campos B_S e B_R aumenta, o que corresponde a um ângulo de carga δ maior. De acordo com a Equação (3.15), o aumento de δ ocasiona aumento de potência do estator para o rotor da máquina, ocasionando aumento da corrente de armadura e torque induzido para recuperar a velocidade nominal, correspondendo assim à alternativa (E).

Exercícios Propostos

- 5) CEMIG 2018 – Engenheiro de Sistema Elétrico Júnior (FUMARC, 2018)
No sistema elétrico abaixo,



Fonte: (FUMARC, 2018)

o sentido do fluxo de potência ativa entre os barramentos está indicado corretamente em:

- (A) (1) => (2), (3) => (2) e (3) => (4)
- (B) (2) => (3), (1) => (2) e (1) => (4)
- (C) (4) => (1), (1) => (2) e (3) => (2)
- (D) (4) => (3), (3) => (2) e (1) => (2)

2) Polícia Civil do Estado do Piauí – 2012: Perito Criminal – Engenharia Elétrica (NUCEPE, 2012)

A reatância X'' de um gerador é 0,25 pu nas bases nominais do gerador de 40 kV e 500 MVA. Qual será o valor da reatância X'' nas bases de 20 kV e 100 MVA?

- (A) 0,125 pu
- (B) 5 pu
- (C) 0,3125 pu
- (D) 0,2 pu
- (E) 0,02 pu

7) Petrobras 2018 – Engenheiro de Equipamentos Júnior – Elétrica (CESGRANRIO, 2018)

Em um determinado setor de um sistema elétrico onde se encontra uma linha de transmissão de 500Ω , adotaram-se como bases a tensão de 200 kV e a potência de 4,0 MVA. A impedância dessa linha de transmissão em pu é igual a

- (A) 0,05
- (B) 0,10
- (C) 0,15
- (D) 0,20
- (E) 0,25

4) Instituto Técnico-Científico de Perícia do Rio Grande do Norte (ITEP-RN), Perito Criminal – Engenharia Elétrica (INSTITUTO AOCP, 2018)

De acordo com a representação de sistemas em “pu”, assinale a alternativa correta.

- (A) O valor pu de uma tensão de fase, cuja base é uma tensão de linha, é igual ao valor pu da tensão de fase correspondente cuja base é a tensão de linha correspondente à base ortogonal.

- (B) O valor pu da potência aparente trifásica, cuja base é uma potência aparente trifásica, é igual ao valor pu da potência aparente por fase correspondente cuja base é a potência aparente por fase correspondente à base anterior.
- (C) O valor pu de uma tensão de fase, cuja base é uma tensão de fase, é igual ao valor pu da tensão de fase correspondente cuja base é a tensão de linha correspondente à base exponencial.
- (D) A potência aparente trifásica é igual ao dobro da potência aparente por fase.
- (E) Para um sistema trifásico equilibrado, a relação entre a tensão de linha (U_L) e a tensão de fase (U_F) é dada por: $U_F = \frac{1}{\sqrt{2}}U_L$.

- 5) CEMIG 2018 – Engenheiro de Sistema Elétrico Júnior (FUMARC, 2018)
- Um sistema elétrico de potência de dois barramentos tem um gerador alimentando uma carga por meio de uma linha de transmissão cuja reatância série é 0,1 pu, sendo a resistência e a reatância paralela desprezíveis. A tensão no barramento do gerador é controlada igual a 1 pu. A carga consome 100 MVA com fator de potência igual a $\sqrt{3}/2$. A potência aproximada de um banco de capacitor (MVAR) a ser conectado ao barramento da carga tal que a tensão nesse mesmo barramento seja nominal. ($S_{base} = 100$ MVA) é:

- (A) 50
(B) 87
(C) 90
(D) 100

- 6) Por que os geradores de polos lisos são fabricados com diâmetro reduzido e longo comprimento?
- 7) O que representa fisicamente o ângulo de carga numa máquina síncrona?

- 8) Calcular a impedância equivalente de um sistema elétrico numa barra de 230 kV que têm 150 MVA de curto-círcuito.
- 9) Qual a causa da corrente subtransitória na ocorrência de uma falta simétrica nos terminais de um gerador síncrono.
-
- 10) Qual a causa da corrente transitória na ocorrência de uma falta simétrica nos terminais de um gerador síncrono.
- 11) Por que a corrente subtransitória tem maior duração do que a corrente transitória?
- 12) Qual a origem do conjugado eletromagnético resistente nos geradores síncronos?

CAPÍTULO 4

A ESTABILIDADE ANGULAR

Um Sistema Elétrico de Potência (SEP) engloba todo o processo, desde a geração da energia elétrica até seu uso final, sendo composto por três etapas: geração, transmissão e distribuição. Para seu bom funcionamento, é necessário atender a critérios específicos tanto na fase de planejamento quanto na de operação. Por isso, são indispensáveis estudos técnicos que garantam a segurança, a estabilidade e a eficiência do sistema.

Em um sistema elétrico, diversos geradores injetam potência na rede para atender à demanda dos consumidores. Para que um gerador possa ser conectado ao sistema, é necessário que suas tensões trifásicas estejam em sincronismo com a rede, ou seja, tenham o mesmo módulo, a mesma fase e a mesma frequência. O não atendimento a essa condição pode provocar problemas de tensão e frequência em diversos pontos do sistema elétrico, comprometendo sua estabilidade e operação segura.

Estudos realizados em um SEP

Há três estudos a serem realizados em sistemas de potência, e a sequência a ser realizada é a seguinte:

- i.**Fluxo de potência:** Mostra o balanço entre a geração e o consumo, onde são obtidas as potências circulantes em cada ramo, tensões fasoriais nas barras e perdas;
- ii.**Curto-circuito:** Após a etapa anterior, devem ser simulados ocorrências de curto-circuito para a implementação da proteção, que deve isolar o defeito, e também realizar manobras na rede para continuidade de cargas;
- iii.**Estabilidade:** O último estudo a ser realizado consiste em simular um SEP perante perturbação como perda de geração, perda de linha, chaveamento de circuitos, faltas, variações de carga etc. Nesta etapa é

analisado o comportamento elétrico e mecânico das máquinas elétricas para prever se permanecerão em sincronismo com o sistema elétrico.

Cada um desses estudos possui suas particularidades e complexidades, não sendo uma tarefa simples explanar todos eles. Assim, nesta obra será abordada apenas uma parte referente à Estabilidade, que, embora envolva diversos detalhes, será tratada de forma simplificada. Em vez de se analisar o comportamento de um sistema multi-máquinas, como ocorre na prática, será adotada, por uma questão de didática, a modelagem de um gerador síncrono conectado a uma barra infinita.

A descrição da estabilidade angular

Ao longo dos anos muitos livros, artigos e resoluções foram publicados a respeito da Estabilidade de Sistemas de Potência, nos quais cada autor criou definições e termos técnicos, e para unificar estes conceitos, de modo que estejam em consonância entre os profissionais acadêmicos e operacionais, uma força tarefa do IEEE/CIGRE (KUNDUR *et al*, 2004), composto pelos maiores especialistas da área, definiu os tipos de estabilidade como sendo: a angular, a de frequência e a de tensão.

A estabilidade angular analisa as variações do ângulo de carga das máquinas, que nada mais é do que uma medida indireta da velocidade do eixo, que possua vez influencia na frequência.

Para um melhor entendimento Kundur *et al*. (2004) disponibilizaram os tipos de estabilidade e suas abrangências na Figura 4.1.

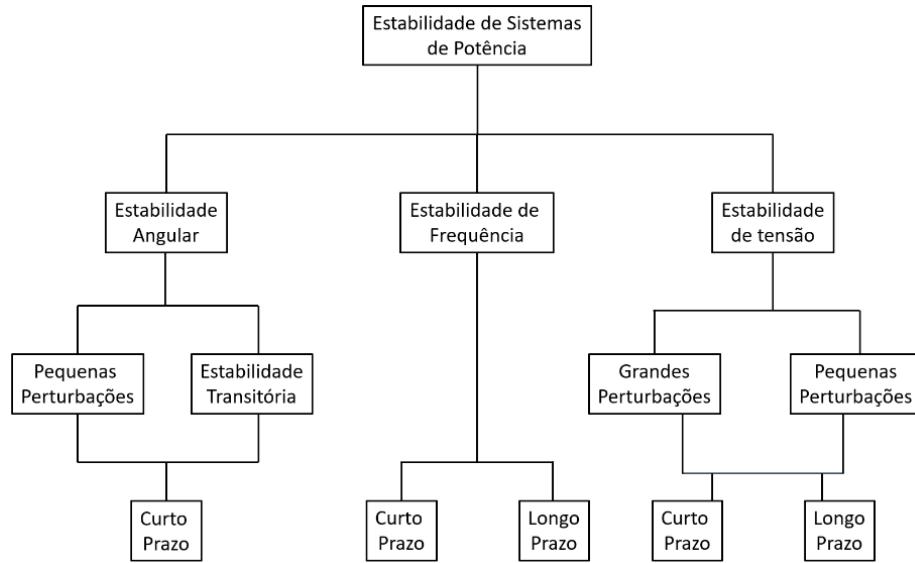


Figura 4.1 – Tipos de estabilidade conforme o IEEE/CIGRE. Fonte (Kundur *et al.*, 2004) – com alterações.

Geralmente, nos cursos de graduação, aborda-se apenas a estabilidade angular, pois a análise da estabilidade de frequência e de tensão requer modelagens matemáticas mais complexas, aplicação de teoria de controle e desenvolvimento de algoritmos mais específicos. Além disso, nem todos os profissionais atuarão diretamente nessa área, o que também justifica uma abordagem mais restrita no âmbito da formação básica.

Nas máquinas síncronas, o problema da estabilidade surge quando há diferença entre as potências mecânica e elétrica, pois de acordo com a Segunda lei de Newton, apresentada na Equação (3.23), esta desigualdade provoca aceleração, ou desaceleração, no eixo da máquina, afetando então a frequência.

Perturbações sempre ocorrem na rede, tais como curto-círcuito, aumento repentino de carga, perda repentina de carga, perdas de linha, etc.

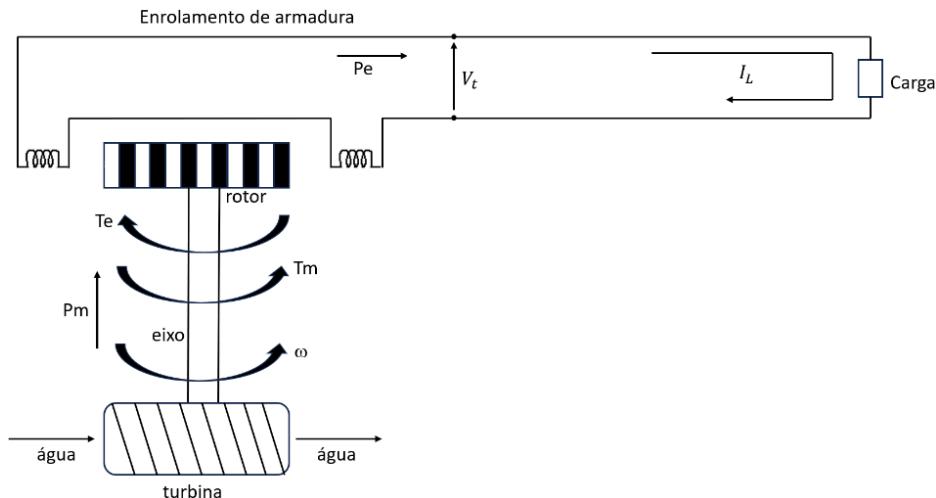


Figura 4.2 - Gerador síncrono alimentando uma carga. Fonte: Autores.

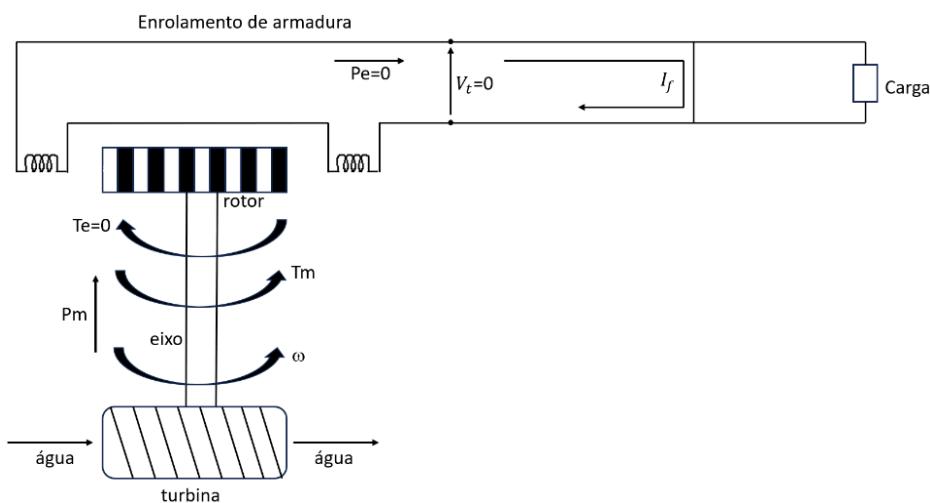


Figura 4.3 - Gerador síncrono durante uma falta. Fonte: Autores.

O melhor exemplo a ser citado é o curto-círcuito em um gerador, pois uma das consequências será o disparo de velocidade. Supondo inicialmente um gerador síncrono alimentando uma carga, conforme mostra a Figura 4.2. Sabendo que a velocidade do eixo é a síncrona, e que a tensão terminal, V_t , seja a nominal, a corrente de carga será I_L . É admitido que os condutores que conectam o gerador à carga têm impedância desprezível.

Ainda na Figura 4.2, a potência mecânica, P_m , é igual a potência elétrica, P_e , e também o conjugado mecânico, T_m , tem o mesmo valor do conjugado eletromagnético, T_e .

Supondo agora que ocorreu um curto-círcuito, conforme indicado na Figura 4.3. A corrente que sai do gerador é totalmente desviada para a falta, tendo valor I_f , enquanto nenhuma corrente alimenta a carga. Nestas condições, a tensão terminal, V_t , o conjugado eletromagnético T_e e a potência elétrica P_e são nulos. Nestas condições, como há mais conjugado mecânico, T_m , que eletromagnético, T_e , haverá aumento de velocidade de acordo com a Segunda Lei de Newton. Numa situação desta, o controlador de velocidade precisa atuar, diminuindo a vazão de água na entrada da turbina, mas o mais importante é eliminar o curto-círcuito.

Outro fato a ser considerado ainda pela Equação (3.23), é que para geradores de maior peso e dimensões físicas, ou seja, maior constante de inércia, H , a aceleração durante a falta é menor. Já pequenas unidades tendem a disparar a velocidade com mais facilidade, o que é uma desvantagem.

Estabilidade de Pequenas Perturbações

A estabilidade a pequenas perturbações, também chamada de estabilidade de regime permanente, trata dos casos em que há variações de carga e/ou geração que são pequenas, graduais e lentas — ou seja, variações normalmente esperadas na operação do sistema. Esse tipo de estabilidade está associado a fenômenos que ocorrem, em geral, em períodos superiores a 300 segundos. O limite de estabilidade de regime permanente corresponde ao máximo fluxo de potência que pode ser transferido em um determinado ponto do sistema elétrico sem que ocorra perda de estabilidade.

Uma característica importante da estabilidade a pequenas perturbações é o ângulo de carga inicial, δ_0 , que será descrito na sequência.

Margem de operação do ângulo de carga

Supondo que o sistema gerador-barra infinita esteja operando de acordo com curva $P_e \times \delta$ da Figura 4.4, estando a potência mecânica, P_m , está em equilíbrio com a potência elétrica, P_e .

Há dois ângulos que satisfazem que satisfazem a condição de equilíbrio entre as potências elétrica e mecânica, sendo δ_0 , quando a margem de operação está entre 0 e 90° , e δ_0' , para a margem entre 90 e 180° .

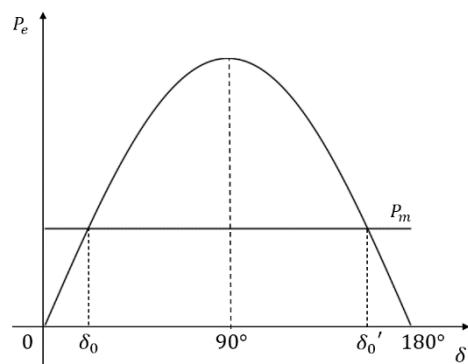


Figura 4.4 - Potência mecânica e elétrica em função do ângulo de carga.
Fonte: Autores.

Uma importante conclusão da estabilidade em regime permanente é que a margem de operação do ângulo de carga, δ , deve estar entre 0 e 90° quando ocorrer uma pequena perturbação, pois caso contrário haverá perda de estabilidade da máquina síncrona, e para constatar isto será considerado um exemplo no qual um gerador está alimentando uma barra infinita com potência inicial P_{e0} , e num dado instante o consumo é elevado para P_{e1} .

Para entender o que acontece serão analisadas as duas margens de operação de forma separada, e cabe lembrar ainda que a potência mecânica do gerador permanecerá inalterada, e não há nenhum tipo de amortecimento, uma vez que é considerado modelo clássico do sistema gerador-barra infinita, visto na Seção 3.8.

A. *Análise para a margem de operação entre 0 e 90°*

Quando a demanda da barra infinita aumenta para $P_{e\bar{h}}$, faz com que P_e seja maior que a potência mecânica P_m , logo haverá diminuição da velocidade do eixo do gerador, e de acordo com a analogia do pêndulo simples vista na Seção 0, a redução da velocidade provoca aumento do ângulo de carga δ , o que aumenta a potência produzida pelo gerador, pois de 0 a 90° a função seno é crescente, assim a velocidade também aumenta até estabelecer o sincronismo.

Mas como não há amortecimento, o aumento de velocidade provoca a redução do ângulo de carga, fazendo com que a potência elétrica seja menor que a mecânica, o que faz com que o ciclo se repita. Desta forma a velocidade relativa e o ângulo de carga oscilarão em torno de um valor fixo, tal como o pêndulo simples.

B. *Análise para a margem de operação entre 90 e 180°*

Se o gerador estiver operando inicialmente num ângulo de carga entre 90 e 180°, o acréscimo de demanda por parte da barra infinita também reduzirá a velocidade do eixo, o que aumenta o ângulo de carga de acordo com a analogia do pêndulo simples, no entanto, para a margem entre 90 e 180°, o acréscimo do ângulo de carga produz redução da potência elétrica, pois a função seno é decrescente nesta margem de operação. Desta forma, o gerador sairá de sincronismo, pois quando é exigido maior fornecimento de potência ocorrerá justamente o contrário, o que reduz a velocidade e a frequência do gerador, logo o gerador não pode operar nesta margem de operação.

Estabilidade de regime transitório

A estabilidade de regime transitório refere-se à capacidade do sistema de potência de manter o sincronismo após uma perturbação severa, como: um curto-círcuito, a perda de uma linha de transmissão, de carga ou de

geração, entre outras. Como resposta, ocorre uma grande variação no ângulo de carga das máquinas síncronas, sendo esse comportamento fortemente influenciado pela relação não linear entre a potência elétrica e o ângulo de carga, conforme ilustrado na analogia do pêndulo simples.

A estabilidade transitória depende das condições iniciais e da severidade da perturbação, e o tempo de interesse para análise é normalmente de 3 a 5 s, sendo que para grandes sistemas de potência é estendido de 10 a 20 s (Kundur *et al.*, 2004).

Análise da estabilidade transitória no sistema gerador-barra infinita

Por ter uma modelagem simplificada, é interessante analisar o desempenho do sistema gerador-barra infinita quando ocorre uma falta simétrica, considerando a mesma rede elétrica do exercício resolvido (5), do Capítulo 3, pois já se tem todos os seus parâmetros.

Dados:

Ângulo de caga inicial: $\delta_0 = 21,08^\circ$;

Constante de Inércia: $H = 3 \text{ s}$;

Potência mecânica: $P_m = 0,8 \text{ pu}$

Este estudo de caso visa determinar numericamente, no domínio do tempo, o comportamento do ângulo de carga δ quando é aplicada uma falta simétrica no meio da linha, entre os disjuntores *c* e *d*, mostrados na Figura 3.34. Na sequência os referidos disjuntores vão abrir, retirando a linha de operação para extinção da falta. Esta situação é representada pela Figura 4.5, que mostra os diagramas de impedância para as três situações, antes, durante e após o curto-círcuito.

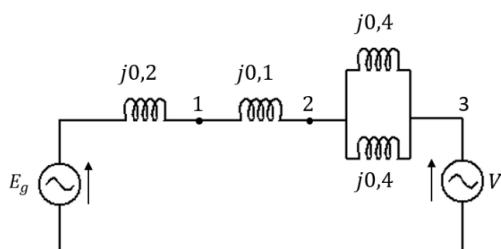
Para esta análise é necessário calcular as reatâncias de transferência entre a tensão interna do gerador e a barra infinita para cada um dos três

diagramas e assim obter a respectiva expressão da aceleração dada pela Equação (3.33).

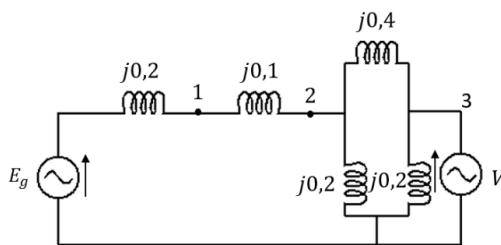
Para facilitar o entendimento, antes de demonstrar os cálculos, os parâmetros da reatância de transferência e da equação da aceleração estão dispostos na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Valores da reatância de transferência e da equação da aceleração para o estudo de caso. Fonte: Autores.

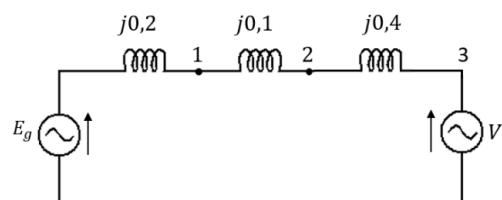
Situação da falta	$X_{tr} [\Omega]$	Equação da aceleração
Antes	$j0,5$	
Durante	$j1,3$	
Depois	$j0,7$	



Antes da falta.



Durante a falta.



Após a falta.

Figura 4.5 - Diagramas de impedância para as situações antes durante e depois do curto-círcito.

Fonte: Autores.

Antes da falta

Antes da falta é válido o diagrama de impedâncias da Figura 4.6 e a impedância de transferência, X_{EV} , entre a tensão interna do gerador e a barra infinita, no nó 3, é dada por:

$$X_{EV} = j0,2 + j0,1 + \frac{j0,4}{j0,4} \Rightarrow X_{EV} = j0,5 \text{ pu}$$

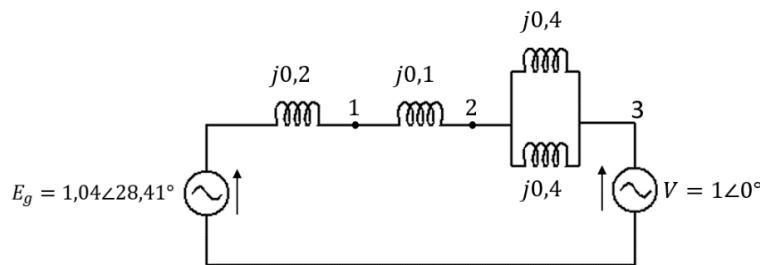


Figura 4.6 - Sistema gerador-barra infinita do exercício (5). Fonte: Autores.

Já a equação da aceleração é obtida atribuindo os valores da tensão interna do gerador E_g , da barra infinita, V , da constante de inércia, H , e da velocidade síncrona, ω_s , na Equação (3.33) e assim é obtida a primeira expressão da terceira coluna da Tabela 4.1.

Durante a falta

Supondo agora a ocorrência de uma falta simétrica no meio de uma da linha entre os disjuntores c e d , tem-se o diagrama de impedâncias da Figura 4.7, e fazendo as simplificações necessárias resulta na Figura 4.8.

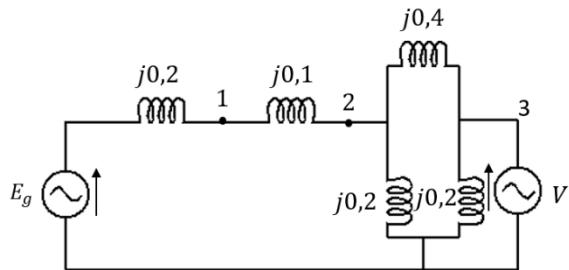


Figura 4.7 – aplicação de uma falta simétrica no meio de uma das linhas de transmissão. Fonte: Autores.

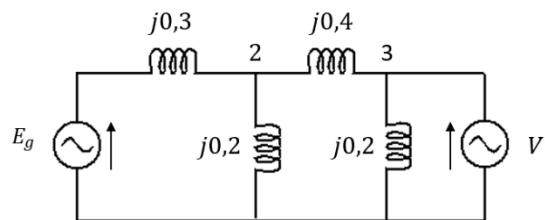


Figura 4.8 - Simplificação do circuito da Figura 4.7. Fonte: Autores.

Para o cálculo da reatância de transferência entre o gerador e a barra infinita, será aplicado o Teorema de Thévenin, eliminando as fontes de tensão aplicando um curto-círcuito em ambas, conforme mostra a Figura 4.9.

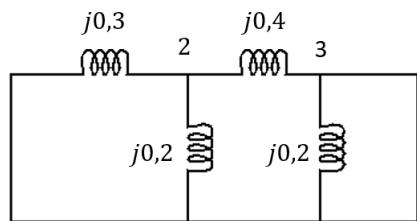


Figura 4.9 - Anulação das fontes de tensão. Fonte: Autores.

Verifica-se que a reatância de $j0,2$ pu, conectada na barra 3, está em curto-círcuito, podendo ser descartada, sobrando assim o circuito da Figura 4.10. A partir deste, basta aplicar a transformação estrela-triângulo para calcular a reatância de transferência, X_{EV} , entre o terminal da tensão interna do gerador e a barra infinita.

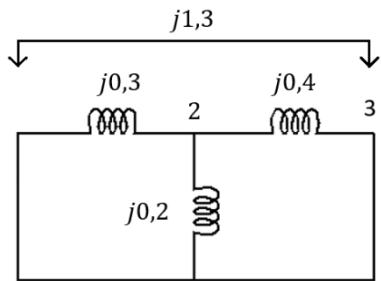


Figura 4.10- Redução do circuito da Figura 4.9. Fonte: Autores.

$$X_{EV} = \frac{j0,3j0,4 + j0,3j0,2 + j0,2j0,4}{j0,2} \Rightarrow X_{EV} = 1,3 \text{ pu}$$

A expressão da aceleração é obtida substituindo o valor de X_{EV} e demais variáveis na Equação (3.33), obtendo a segunda equação da terceira coluna da Tabela 4.1.

Pós a falta

A eliminação do curto-círcuito, por meio da abertura dos disjuntores c e d , faz com que a rede elétrica funcione somente com uma linha, conforme o diagrama de impedâncias da Figura 4.11.

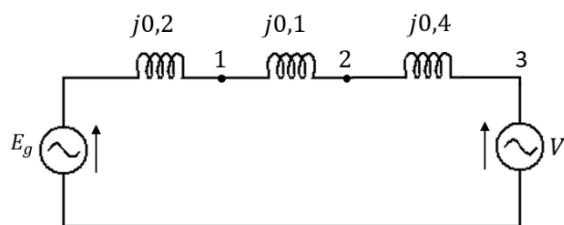


Figura 4.11 - Sistema operando apenas com uma linha. Fonte: Autores.

Desta vez a impedância de transferência é dada por:

$$X_{EV} = j0,2 + j0,1 + j0,4 \Rightarrow X_{EV} = j0,7 \text{ pu}$$

Substituindo o valor de X_{EV} e demais variáveis na Equação (3.33), a aceleração será dada pela terceira equação da última da Tabela 4.1.

É interessante visualizar o gráfico da potência elétrica, P_e , em função do ângulo de carga, δ , para as condições antes, durante e após a falta, mostrado na Figura 4.12.

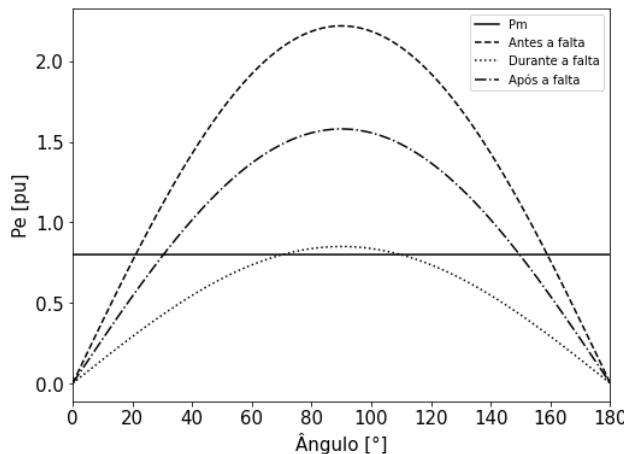


Figura 4.12 - Potência elétrica para as condições antes, durante e após a falta. Fonte: Autores.

Verifica-se na Figura 4.12 que a maior amplitude é na condição antes da falta porque a reatância de transferência entre o gerador e a barra infinita é a menor. Já a menor transmissão de potência ocorre durante o curto-círcuito porque a reatância de transferência é a maior.

Análise da estabilidade angular via simulação computacional

A melhor maneira de se estudar a estabilidade angular é através da simulação computacional, pois resolvendo as equações envolvidas numericamente ter-se-á como resultado algo próximo a realidade, sendo que nesta obra a análise é feita no domínio do tempo, empregando o Método Trapezoidal Implícito, já apresentado no Capítulo 1.

O objetivo é resolver o par de equações diferenciais (3.32) e (3.33), que fornecem o ângulo de carga, δ , e a velocidade relativa, ω_r , respectivamente. A rede elétrica a ser examinada é a do Exercício Resolvido (5) do Capítulo 3, sendo que os parâmetros da simulação estão apresentados na Tabela 4.2.

O passo de simulação foi de 0,001 com a possibilidade de 50 iterações para cada incremento de tempo. Inicialmente o gerador está operando em sincronismo com a barra infinita com os seguintes valores iniciais:

$$\omega_r = 0$$

$$\delta_0 = 21,08^\circ$$

Tabela 4.2 - Parâmetros da simulação utilizados na simulação. Fonte: Autores.

Tempo inicial [s]	t_0	0,2
Tempo final [s]	t_f	2,0
Passo	H	0,001
Tolerância	tol	0,001
Número máximo de iterações	max_iter	50

A perturbação aplicada é uma falta simétrica no meio da linha de transmissão, entre os disjuntores *c* e *d*, e o curto-círcuito é extinto pela abertura destes. O objetivo é comparar o comportamento da velocidade relativa e do ângulo de cara considerando que a falta é extinta nos tempos de 0,20 s, 0,40 s, 0,60 s e também sem extinção do curto-círcuito.

Serão apresentadas duas simulações para o sistema gerador-barra infinita, a primeira considera o modelo clássico, e a segunda inclui o efeito de amortecimento.

Simulação do modelo clássico do sistema gerador-barra infinita

Primeiramente será analisado o comportamento da velocidade relativa, ω_r , por meio da Figura 4.13. Caso a falta não seja eliminada, a velocidade relativa irá aumentar indefinitivamente e o mesmo ocorre caso se demore 0,60 s para eliminação do curto-círcuito.

Se o tempo de atuação da proteção diminuir para 0,40 s, a velocidade relativa não irá disparar como nos casos anteriores, mas irá oscilar entre -10,513 a 10,513 rad/s.

Já na hipótese da falta ser extinta mais rápida ainda, no tempo de 0,20 s, a velocidade relativa terá oscilação ainda menor, variando entre -5,523 a 5,523 rad/s.

Agora por meio da Figura 4.14 será analisado o comportamento do ângulo de carga δ , onde também é possível ver que quando se demora 0,60 s para extinção da falta é o mesmo que não a eliminar, pois cresce indefinitivamente saindo de sincronismo.

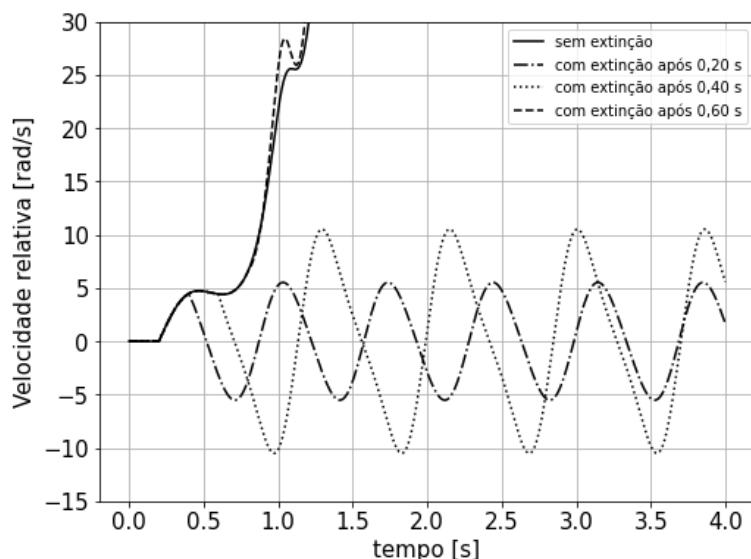


Figura 4.13 - Velocidade relativa do rotor. Fonte: Autores.

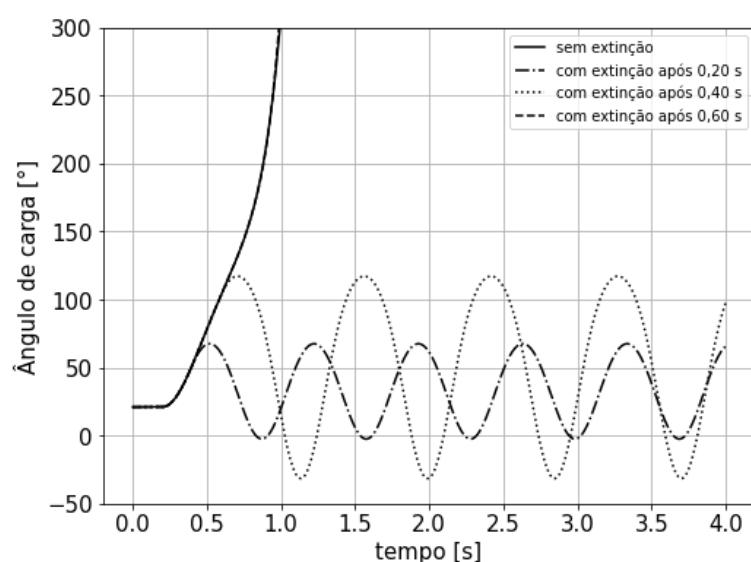


Figura 4.14 - Ângulo de carga do gerador. Fonte: Autores.

Mas se a proteção atua nos tempos de 0,20 ou 0,40 s, o ângulo de carga varia numa faixa de -2,493 a 67,525° e de -31,501 a 117,164° respectivamente, onde se constata que quanto mais rápido se elimina o curto-círcuito, menor será a oscilação do ângulo de carga.

Para os tempos de extinção da falta em 0,20 e 0,40 s, é possível observar a analogia com o pêndulo simples, pois quando a velocidade relativa aumenta, o ângulo de carga diminui, e vice-versa.

Cabe lembrar que nesta simulação, a velocidade relativa e o ângulo de carga oscilam porque o modelo clássico do sistema gerador-barra infinita não prevê o amortecimento, no entanto este assunto será abordado no Capítulo 5.

Outro fato importante ao comparar a Figura 4.13 com a Figura 4.14, que sempre se deve em mente, é o fato de que havendo alteração no valor do ângulo de carga no decorrer do tempo significa que está havendo velocidade relativa no eixo do gerador, logo a rotação só é constante quando o ângulo de carga for fixo, o que também é mostrado pela Equação (3.32).

Como conclusão destas análises, as máquinas síncronas quando operam em paralelo com a barra infinita, atendem às mudanças de carga com a variação de seu ângulo de carga, sem que a sua velocidade de regime permanente seja diferente da síncrona. Além disso, o regime permanente da máquina síncrona é caracterizado por uma pequena e permanente oscilação do rotor em torno de um ponto de operação estável, no qual a velocidade média é a síncrona (Bim, 2014).

O Critério da Igualdade de Áreas

A análise do sistema gerador-barra infinita no domínio do tempo, por meio das Equações (3.32) e (3.33) permitem observar como a velocidade relativa e o ângulo de carga oscilam entre os seus valores máximos e mínimos, conforme mostrado na Figura 4.13 e na Figura 4.14 respectivamente.

O Critério da Igualdade de Áreas, que será apresentado nesta seção, tem por objetivo prever o ângulo máximo para extinção de uma falta, de forma que a velocidade relativa do rotor não dispare, e assim perca a estabilidade, porém a sua aplicação se restringe apenas para o estudo de duas máquinas síncronas, ou de uma máquina e um barramento infinito (Stevenson, 1986).

Este método é aplicado por meio de equações algébricas que são derivadas a partir da Equação de Oscilação (3.36), e o nome igualdade de áreas tem origem do fato que a integração de uma função em um período definido resulta no valor da área do gráfico determinada por uma função.

Para explicar o método, primeiro será definida a Potência Acelerante, P_a , que é a diferença entre as potências mecânica e elétrica conforme a Equação (4.1).

$$P_a = P_m - P_e \quad (4.1)$$

Substituindo (4.1) em (3.36), tem-se a Equação (4.2) :

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{2H}{\omega_s} P_a \quad (4.2)$$

Multiplicando ambos os lados de (4.2) por $2(d\delta/dt)$ é obtida a Equação (4.3).

$$2 \frac{d\delta}{dt} \frac{d^2\delta}{dt^2} = \left(\frac{\omega_s}{2H} P_a \right) 2 \frac{d\delta}{dt} \quad (4.3)$$

O primeiro membro de (4.3) também pode ser obtido pela Regra da Cadeia ao derivar o quadrado da derivada de δ , em relação ao tempo, obtendo assim (4.4).

$$\frac{d\delta}{dt} \left[\left(\frac{d\delta}{dt} \right)^2 \right] = 2 \frac{d\delta}{dt} \frac{d^2\delta}{dt^2} \quad (4.4)$$

Substituindo (4.4) no primeiro membro de (4.3) obtém-se (4.5).

$$\frac{d\delta}{dt} \left[\left(\frac{d\delta}{dt} \right)^2 \right] = \left(\frac{\omega_s}{2H} P_a \right) \frac{d\delta}{dt} \quad (4.5)$$

Multiplicando ambos os membros de (4.5) por dt , obtém-se (4.6):

$$d\left[\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2\right] = \left(\frac{\omega_s}{H} P_a\right) d\delta \quad (4.6)$$

Integrando ambos os lados de (4.6) obtém-se (4.7):

$$\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 = \frac{\omega_s}{H} \int_{\delta_0}^{\delta} P_a d\delta \quad (4.7)$$

Assim, o Critério da Igualdade de Áreas é expresso pela Equação (4.8), sendo δ_0 é o ângulo de potência antes da ocorrência da perturbação, quando a máquina está funcionando em regime permanente à velocidade síncrona.

$$\frac{d\delta}{dt} = \sqrt{\frac{\omega_s}{H} \int_{\delta_0}^{\delta} P_a d\delta} \quad (4.8)$$

Cabe lembrar da Equação (3.34), $d\delta/dt$ é a velocidade relativa, ω_r . Logo a equação (4.8) fornece o indicativo de que o rotor da máquina está se movendo em velocidade diferente da síncrona. Desta forma, para que a velocidade relativa seja nula, a integração da potência acelerante, P_a , no segundo membro da Equação (4.8) deve ser nula. Assim, existem um ângulo de carga máximo, δ_{max} , que faz com que a área do gráfico descrita pela potência acelerante seja nula, conforme a Equação (4.9)

$$\int_{\delta_0}^{\delta_{max}} P_a d\delta = 0 \quad (4.9)$$

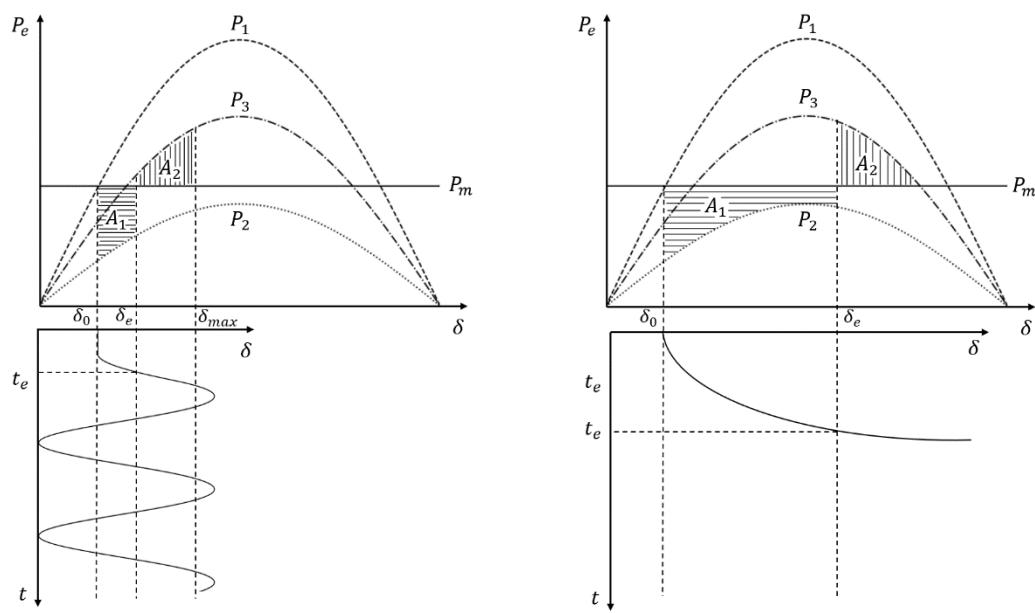
Será desenvolvida agora a expressão analítica que determina o valor de δ_{max} para a eliminação de um curto-circuito no sistema gerador-barra infinita, sendo consideradas duas hipóteses, quando há transferência de potência elétrica, P_e , durante a falta e quando não há.

Relação entre os gráficos $\delta \times t$ e $P_e \times \delta$

Conforme visto na Figura 4.13 e na Figura 4.14, a ocorrência de uma falta em uma rede elétrica faz com que a velocidade relativa e o ângulo de carga disparem, o que provoca a perda de sincronismo do gerador com o restante da rede elétrica. Isso torna necessária a extinção do curto-círcuito, ou em um caso mais severo, desconectar a geração e/ou rejeição e carga.

É óbvio que há um intervalo de tempo entre a ocorrência da falta e a atuação da proteção. Mas, a extinção da mesma deve ocorrer o quanto antes, e o critério da Igualdade de Áreas permite determinar o ângulo máximo de extinção de um curto-círcuito, que por sua vez receberá no nome de ângulo crítico δ_{cr} .

Considerando uma situação hipotética de um curto-círcuito similar ao Estudo de Caso da Seção 4.2.2, é possível fazer o uso dos gráficos contidos na Figura 4.15, que mostram, na parte inferior e em posição vertical, um gráfico do ângulo de carga δ em função do tempo, similar ao da Figura 4.14. Já na parte superior está o gráfico da potência elétrica, P_e , para as situações antes, durante e após a falta, cujas amplitudes são P_1 , P_2 e P_3 respectivamente.



(a) $A_1 = A_2$ (sistema estável)

(b) $A_1 > A_2$ (sistema instável)

Figura 4.15 - Aplicação do Critério da Igualdade de Áreas. Fonte: Autores.

Analizando primeiramente a Figura 4.15 (a), o ângulo de carga tem valor inicial δ_0 , quando ocorre uma falta é assim faz o seu valor aumentar. No tempo t_e , quando o ângulo tem valor δ_e , ocorre a extinção do curto-circuito, fazendo com que δ aumente até δ_m e assim tenha comportamento oscilatório. As linhas verticais tracejadas da Figura 4.15 (a) correlacionam os valores de δ_0 , δ_e , e δ_m nos dois gráficos.

Lembrando agora que a Potência Acelerante é a diferença entre as potências mecânica elétrica, a área A_1 corresponde ao período durante a falta, que está entre os ângulos δ_0 e δ_e , e entre as curvas P_m e $P_2 \sin \delta$.

Já a área A_2 corresponde ao período pós falta, quando uma das linhas é desconectada, e é delimitada pelos ângulos δ_e , e δ_m e pelas curvas $P_3 \sin \delta$ e P_m .

Conforme a Equação (4.9), caso a área descrita pela potência acelerante seja nula, a velocidade relativa é zero, e assim o sistema gerador-barra infinita é estável.

Observando agora a Figura 4.15 (b), o gráfico do ângulo de carga em função do tempo é similar àquele da Figura 4.14, onde o tempo de extinção da falta foi de 0,60 s e causou o disparo de velocidade. Nesta situação, o tempo de extinção da falta, t_e , é maior do que foi na Figura 4.15 (a).

As linhas verticais tracejadas inserem no gráfico da potência elétrica os valores de δ_0 e δ_e , mas, como o valor do ângulo de carga não para de aumentar não há um valor máximo δ_m . Sendo assim a área A_2 é menor que a área A_1 , o que resulta numa velocidade relativa diferente de zero, sendo então uma situação instável.

Para satisfazer o Critério da Igualdade de Áreas, haverá um ângulo máximo de extinção de tal forma que as Áreas A_1 e A_2 sejam iguais, e este recebe o

nome de ângulo crítico, δ_{cr} . Nas duas seções seguintes serão determinadas as equações para a calculá-lo, considerando a situação em que não há transferência de potência durante a falta e quando há.

Determinação do ângulo crítico sem transmissão de potência durante a falta

Imagine agora o mesmo sistema gerador-barra infinita, com a mesma falta trifásica. No entanto, durante o curto-circuito é admitido que não há nenhuma transferência de potência do gerador para a barra infinita, sendo $P_e = 0$, conforme mostra a Figura 4.16.

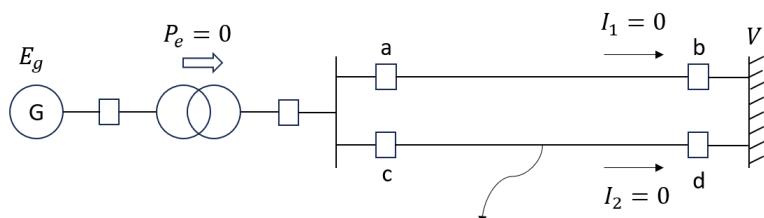


Figura 4.16 - Falta no sistema gerador-barra infinita sem transferência de potência. Fonte: Autores.

É óbvio que esta situação não representa a realidade, mas, do ponto de vista didático, simplifica para obter a expressão do ângulo crítico e o correspondente tempo crítico, t_{cn} para extinção de uma falta.

É assumido também, que a extinção da falta é realizada pela abertura dos disjuntores c e d na Figura 4.16, e na sequência são religados novamente, mantendo a topologia da rede elétrica. Assim, o gráfico da potência elétrica em função do ângulo de carga para as situações antes, durante e após o curto-circuito é mostrado na Figura 4.17.

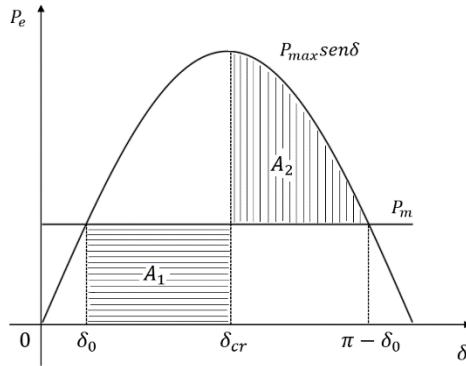


Figura 4.17 - Critério de Igualdade de Áreas para extinção da falta mantendo a configuração da rede elétrica. Fonte: Autores.

A partir do gráfico da Figura 4.17, é possível determinar a expressão para o cálculo do ângulo crítico, δ_{cr} , igualando as duas áreas hachuradas.

A_1 é dada pela integração de δ_0 até δ_{cr} por meio da Equação (4.10), obtendo como resultado (4.11).

$$A_1 = \int_{\delta_0}^{\delta_{cr}} P_m d\delta = 0 \quad (4.10)$$

$$A_1 = P_m (\delta_{cri} - \delta_0) \quad (4.11)$$

A_2 é obtida integrando de δ_{cr} até $\pi - \delta_0$ na Equação (4.12) e tendo como resultado (4.13).

$$A_2 = \int_{\delta_{cr}}^{\pi - \delta_0} (P_1 \operatorname{sen}\delta - P_m) d\delta \quad (4.12)$$

$$A_2 = P_1 [-\cos(\pi - \delta_0) - \cos\delta_{cri}] - P_m (\pi - \delta_0) + P_m \delta_{cri} \quad (4.13)$$

Igualando as áreas A_1 e A_2 , por meio das Equações (4.11) e (4.13), o ângulo crítico será dado por (4.14).

$$\delta_{cr} = \cos^{-1} [(\pi - 2\delta_0) \operatorname{sen}\delta_0 - \cos\delta_0] \quad (4.14)$$

Apesar da não transmissão de potência durante uma falta não ser uma situação real, há a vantagem de se obter uma expressão do tempo crítico, t_{cr} , levando em consideração a Segunda Lei de Newton, vista na Seção 3.5, sendo dada por (4.15).

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega_s}{2H} (P_m - P_e) \quad (4.15)$$

Isolando $d\omega$ e sabendo que não há transmissão de potência para a barra infinita, $P_e = 0$, tem-se a Equação (4.16):

$$d\omega = \frac{\omega_s}{2H} P_m dt \quad (4.16)$$

Supondo que no intervalo de tempo entre t_0 e t , a velocidade ω varie entre ω_0 a ω , assim se pode integrar ambos os lados de (4.16), resultando na Equação (4.17):

$$\int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = \int_0^t \frac{\omega_s}{2H} P_m dt$$

$$\omega - \omega_0 = \frac{\omega_s}{2H} P_m t \quad (4.17)$$

O primeiro membro de (4.17) é a velocidade relativa, $d\delta/dt$, o que permite reescrevê-la conforme a Equação (4.18):

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{\omega_s}{2H} P_m t \quad (4.18)$$

Isolando $d\delta$ tem-se (4.19):

$$d\delta = \frac{\omega_s}{2H} P_m t dt \quad (4.19)$$

Havendo um curto-circuito, δ varia de δ_0 até o ângulo crítico δ_{cr} , enquanto o tempo, t , varia de 0 até o tempo crítico, t_{cr} , em que ainda é possível eliminar a falta. Assim, integrando ambos os lados de (4.19), resulta na Equação (4.20):

$$\int_{\delta_0}^{\delta} d\delta = \int_0^{t_{max}} \frac{\omega_s}{2H} P_m t dt$$

$$\delta_{cr} - \delta_0 = \frac{\omega_s}{2H} P_m \frac{t_{max}^2}{2} \quad (4.20)$$

Isolando t_{cr} na Equação (4.20), o tempo máximo para extinção de uma falta para não haver perda de sincronismo é dado por (4.21):

$$t_{max} = \sqrt{\frac{4H(\delta_{cr} - \delta_0)}{\omega_s P_m}} \quad (4.21)$$

Analizando (4.21), constata-se que quanto maior a constante de inércia H , maior será o tempo disponível para extinção de um curto-circuito.

Determinação do ângulo crítico com transmissão de potência durante a falta

Considerando o sistema gerador-barra infinita como o da Figura 4.18, uma falta trifásica ocorre no meio da linha entre os disjuntores c e d . É considerado que a linha sem o curto-circuito permanece operando normalmente, fazendo com que a sua corrente I_1 não seja nula, o que proporciona que a potência elétrica transmitida do gerador para a barra infinita assuma um valor P_2 .

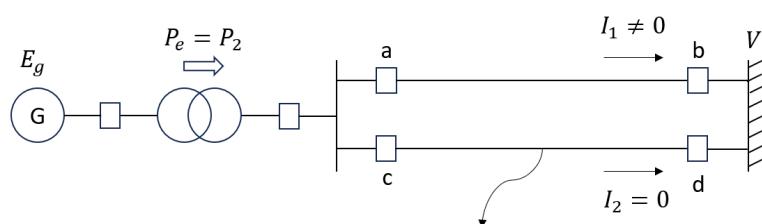


Figura 4.18 - Transferência de potência durante uma falta no sistema gerador-barra infinita. Fonte: Autores.

Já Figura 4.19 representa gráfico da potência elétrica em função do ângulo de carga, para uma situação em que um curto-círcuito foi removido, alterando a topologia da rede elétrica, tal como o Estudo de Caso da Seção 4.2.2, no qual uma linha foi removida para extinguir uma falta. E por isso a potência elétrica tem as amplitudes P_1 , P_2 e P_3 .

Há três ângulos marcados no eixo horizontal, sendo o ângulo inicial, δ_0 , antes da falta, o ângulo crítico, δ_{cr} , e δ_m , que é o ângulo em que a potência mecânica é igual a elétrica no período pós falta, e que tem amplitude P_m .

Para o cálculo de δ_m é válida a expressão (4.22) a partir da Figura 4.19.

$$P_m = P_3 \operatorname{sen} \delta_m \quad (4.22)$$

Considerando, que δ_m seja maior que 90° , o seu valor é dado por (4.23).

$$\delta_m = \pi - \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{P_m}{P_3} \right) \quad (4.23)$$

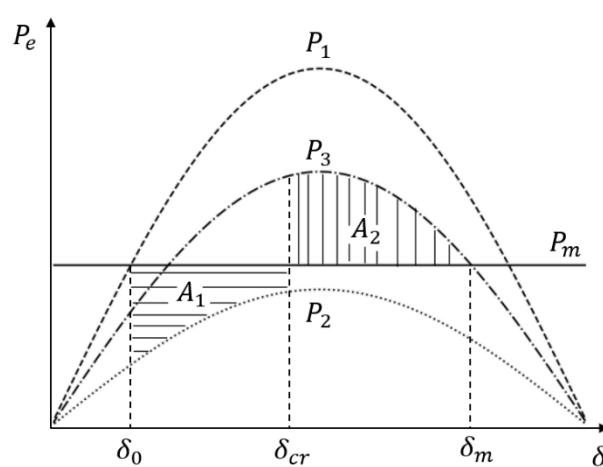


Figura 4.19 - Interpretação gráfica do ângulo crítico δ_{cr} . Fonte: Autores.

Para saber qual é o valor do ângulo crítico, δ_{cr} , é necessário que as áreas hachuradas A_1 e A_2 na Figura 4.19 sejam iguais.

Para calcular a área A_1 , é necessário integrar de δ_0 até δ_{cr} de acordo com a Equação (4.24), o que resulta em (4.25).

$$A_1 = \int_{\delta_0}^{\delta_{cr}} (P_m - P_2 \operatorname{sen}\delta) d\delta \quad (4.24)$$

$$A_1 = P_m \delta_{cr} - P_m \delta_0 + P_2 \cos\delta_{cr} - P_2 \cos\delta_0 \quad (4.25)$$

Já a área A_2 é obtida pela integração de δ_{cr} até δ_m , por meio da Equação (4.26), o que resulta em (4.27).

$$A_2 = \int_{\delta_{cr}}^{\delta_m} (P_3 \operatorname{sen}\delta - P_m) d\delta \quad (4.26)$$

$$A_2 = -P_3 \cos\delta_m + P_3 \cos\delta_{cr} - P_m \delta_m + P_m \delta_{cr} \quad (4.27)$$

Igualando as áreas A_1 e A_2 , por meio das equações (4.25) e (4.27), o ângulo crítico será dado pela Equação (4.28).

$$\delta_{cr} = \cos^{-1} \left[\frac{P_3 \cos\delta_m + P_m(\delta_m - \delta_0) - P_2 \cos\delta_0}{P_3 - P_2} \right] \quad (4.28)$$

Sendo assim, para calcular o ângulo crítico de extinção da falta é necessário ter de antemão o valor da potência mecânica, P_m , e as amplitudes P_1 , P_2 e P_3 , que correspondem à potência elétrica no período antes, durante e depois da falta, respectivamente. Como a potência elétrica transmitida varia nestes intervalos, não é possível derivar uma expressão para o tempo crítico, t_{cr} , como foi elaborado na seção 4.5.2, onde foi considerado que não há transferência de potência durante a falta para a barra infinita.

Exercícios resolvidos

- 1) Dado o sistema gerador-barra infinita do Exercício Resolvido (5), do supor que uma falta ocorre uma falta no meio da linha entre os disjuntores *c* e *d*. Para a extinção da falta, os disjuntores desconectam a linha do sistema e a voltam a conectar mantendo a mesma configuração da rede depois do curto-círcuito. Nestas condições e assumindo que a constante de inércia do gerador vale 3 s, calcular o tempo máximo permitido para a extinção da falta.

Solução:

De acordo com a Equação (4.14), o ângulo crítico para a atuação da proteção é dado pela seguinte expressão:

$$\delta_{cr} = \cos^{-1} [(\pi - 2\delta_0) \operatorname{sen} \delta_0 - \cos \delta_0]$$

Na solução do Exercício Resolvido 5) foi calculado o valor do ângulo de carga inicial, cujo valor é $\delta_0 = 22,81^\circ$, o que corresponde a 0,397 rad, logo o ângulo crítico para a extinção do curto-círcuito é:

$$\delta_{cr} = \cos^{-1} [(\pi - 2 \times 0,397) \operatorname{sen}(0,397) - \cos(0,397)]$$

$$\delta_{cr} = \cos^{-1} [(2,347)(0,386) - (0,922)]$$

$$\delta_{cr} = \cos^{-1} [-0,016]$$

$$\delta_{cr} = 1,586 \text{ rad} = 90,92^\circ$$

- 2) Um gerador síncrono trifásico está conectado a um sistema metropolitano, que pode ser representado uma barra infinita, por meio de um transformador elevador de tensão e de duas linhas paralelas, conforme mostra a Figura 4.20. Os parâmetros deste sistema elétrico estão listados na Tabela 4.3.

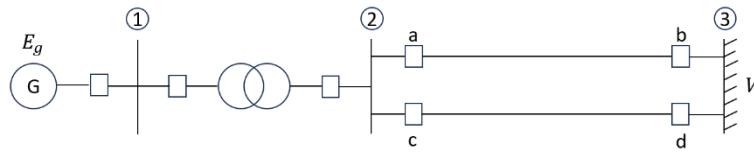


Figura 4.20 - Diagrama unifilar do exercício resolvido 2). Fonte: Autores.

Tabela 4.3 - Parâmetros do sistema elétrico. Fonte: Autores.

Tensão nominal do gerador	V_s	13,2 kV
Frequência do gerador	f	60 Hz
Número de polos do gerador	p	2
Potência mecânica do gerador	P_m	1,0 pu
Reatância subtransitória do gerador	X_d'	0,2 pu
Constante de inércia do gerador	H	3,0 s
Módulo da tensão terminal do gerador	V_t	1,0 pu
Módulo da tensão na barra infinita	V	1,0 pu
Reatância de cada linha de transmissão	X_b	0,5 pu
Reatância do transformador	X_{lt}	0,1 pu

Uma falta simétrica ocorre no meio da linha de transmissão entre disjuntores c e d , e é eliminada pela abertura destes que são instantaneamente religados, de forma a não alterar a configuração da rede. Considerando que não há potência transmitida durante a falta, responda os seguintes itens:

- a) Calcule o tempo crítico de abertura dos disjuntores para que o gerador permaneça em sincronismo.

Para calcular o tempo máximo de abertura, t_{cr} , basta utilizar a Equação (4.21):

$$t_{cr} = \sqrt{\frac{4H(\delta_{cr} - \delta_0)}{\omega_s P_m}}$$

Os únicos parâmetros que podem ser inseridos a partir da Tabela 4.3 são a contante de inércia, H , e a potência mecânica P_m .

Por se tratar de um gerador de quatro polos, a velocidade síncrona em rpm é dada por:

$$\omega_s = \frac{120f}{p} = \frac{120 \times 60}{2} = 3600 \text{ rpm}$$

De acordo com a Equação (2.16), 1 rpm equivale a $\pi/30$ rad/s, assim velocidade síncrona é dada por:

$$\omega_s = 1800 \frac{\pi}{30} \Rightarrow \omega_s = 377 \text{ rad/s}$$

Agora falta inserir na Equação (4.21) o ângulo de carga inicial δ_0 e também o ângulo crítico de extinção da falta δ_{cn} , sendo agora necessário elaborar o diagrama de impedâncias conforme apresentado na Figura 4.21, e por conveniência, a tensão na barra infinita será adotada como referência angular.

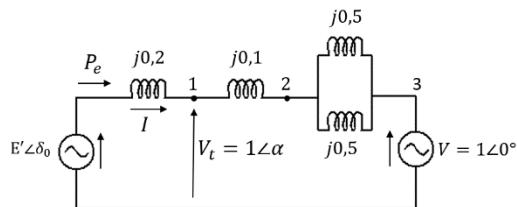


Figura 4.21 - Diagrama de impedâncias para o Exercício Resolvido 2). Fonte: Autores.

Como se conhece o módulo da tensão terminal do gerador, na barra 1, e também a potência elétrica transmitida, P_e , pode utilizar a Equação (3.15) para obter o ângulo da tensão do gerador, α :

$$P_e = \frac{V_t V}{X_{13}} \operatorname{sen} \alpha$$

Conforme visto na Figura 4.21, a reatância de transferência entre os terminais do gerador e a barra infinita é:

$$X_{13} = j0,1 + \frac{j0,5}{2} \Rightarrow X_{13} = j0,35 \text{ pu}$$

Substituindo X_{13} na fórmula da transferência de potência:

$$1 = \frac{1x1}{0,35} \operatorname{sen}\alpha \Rightarrow \alpha = \operatorname{sen}^{-1} 0,35 \Rightarrow \alpha = 20,48^\circ$$

Desta forma, a tensão terminal do gerador é: $V_t = 1 \angle 20,48^\circ \text{ pu}$.

A corrente elétrica, I , que circula no circuito é dada por:

$$I = \frac{V_t - V_\infty}{X_{13}} \Rightarrow I = \frac{1 \angle 20,48^\circ - 1 \angle 0^\circ}{j0,35} \Rightarrow I = 1,01 \angle 10,24^\circ \text{ pu}$$

A tensão interna do gerador, E' , é dada por:

$$E' = V_t + jX_d' \Rightarrow E' = 1 \angle 20,48^\circ + j0,2x(1,01 \angle 10,24^\circ) \Rightarrow E' = 1,05 \angle 31,4^\circ \text{ pu}$$

Logo, o ângulo de carga inicial é: $\delta_0 = 31,4^\circ = 0,547 \text{ rad}$, e de posse deste valor é possível calcular o ângulo máximo, δ_{max} , para abertura dos disjuntores através da Equação (4.14).

$$\delta_{max} = \cos^{-1}[(\pi - 2\delta_0)\operatorname{sen}\delta_0 - \cos\delta_0]$$

$$\delta_{max} = \cos^{-1}[(\pi - 2x0,547)\operatorname{sen}0,547 - \cos0,547]$$

$$\delta_{max} = \cos^{-1}[2,046x0,520 - 0,854]$$

$$\delta_{max} = \cos^{-1}[0,209]$$

$$\delta_{max} = 1,359 \text{ rad} = 77,90^\circ$$

De posse de todos os parâmetros, basta substitui-los na Equação (4.21) para calcular o tempo crítico:

$$t_{cr} = \sqrt{\frac{4x3(1,359-0,547)}{377x1}} \Rightarrow t_{max} = 113,67 \text{ ms}$$

Ou seja, se a falta não for extinta até 113,67 ms, o gerador perderá o sincronismo e a sua velocidade irá disparar.

- b) Desenhe esquematicamente, no plano $P_e \times \delta$, o critério das áreas iguais, nas condições de curto-círcuito acima descritas.

O gráfico da potência elétrica é uma meia senoide, enquanto a potência mecânica é constante, valendo 1,0 pu.

A amplitude da potência elétrica será:

$$P_{e_{max}} = \frac{1.05 \times 1,0}{0,2 + 0,1 + \frac{0,5}{2}} = 1,9 \text{ pu}$$

Fazendo a marcação dos ângulos δ_0 , δ_{cr} e δ_m , na meia senoide, as áreas hachuradas A_1 e A_2 são determinadas pela potência acelerante, que é a diferença entre as potências elétrica e mecânica. Assim, o gráfico pedido é o da Figura 4.22.

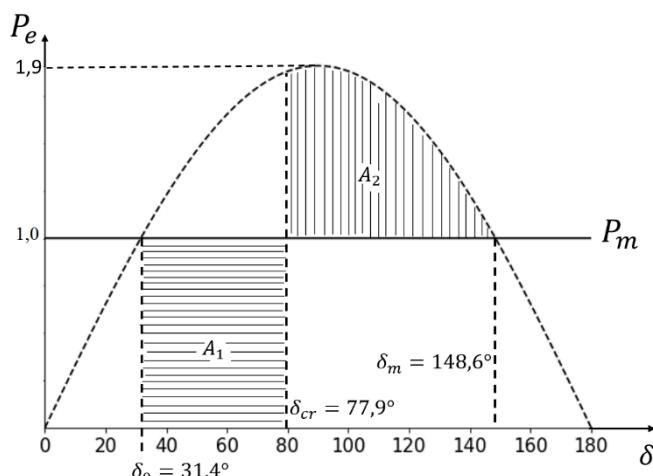


Figura 4.22 - Gráfico da potência elétrica em função do ângulo de carga.
Fonte: Autores.

- c) Caso o gerador fosse fisicamente menor, o tempo crítico obtido no item (a) seria maior ou menor? Justifique sua resposta.

Um gerador fisicamente menor teria menor constante de inércia, H , e assim a sua velocidade tende a disparar mais rápido, portanto, a sua velocidade

tende a disparar de forma mais fácil, o que refletido num tempo crítico menor que o obtido no item (a).

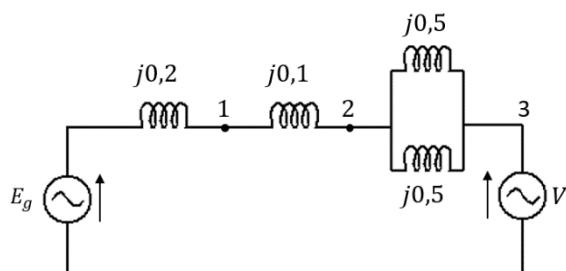
Outra forma de concluir que o tempo crítico será reduzido para um gerador fisicamente menor é reparar que a constante de inércia, H , está no numerador da Equação (4.21), assim se H for menor, menor será o tempo crítico.

d) Na barra infinita, o que ocorre com a tensão e a frequência?

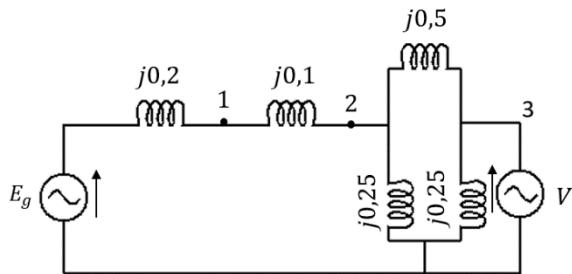
Por se tratar de uma barra infinita, a tensão e a frequência são sempre constantes.

3) Supondo o mesmo sistema elétrico do exercício resolvido 2), uma falta simétrica ocorre no meio da linha entre os disjuntores c e d , e a remoção desta é feita pela abertura destes disjuntores deixando o sistema operar apenas com a linha dos disjuntores a e b . Considerando que há potência transmitida durante a falta determine o ângulo crítico para a abertura dos disjuntores c e d .

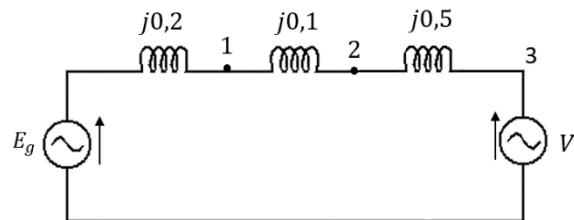
Como há transmissão de potência nos períodos antes, durante e depois da falta, será necessário calcular as impedâncias de transferência para cada um destes períodos utilizando os diagramas de impedância mostrados na Figura 4.23.



Antes da falta.



Durante a falta.



Após a falta.

Figura 4.23 - Diagramas de impedância para o exercício resolvido 3). Fonte: Autores.

Para cada um destes períodos a impedância de transferência entre o gerador e a barra infinita foi calculada e disponibilizada na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 - Valores da reatância de transferência e da potência máxima transmitida para o exercício resolvido 3).
Fonte: Autores.

Situação da falta	$X_{EV} [\Omega]$	P_{max}
Antes	j0,55	
Durante	j1,4	
Depois	j0,8	

Sabendo a impedância de transferência de cada período é necessário calcular a potência elétrica máxima por meio da Equação (3.16):

$$P_{max} = \frac{E_g V}{X_{EV}}$$

De acordo com o exercício resolvido 2), o valor de E_g é 1,05 pu, e que $V=1,0$ pu, a potência elétrica máxima para cada período é disponibilizada na Tabela 4.4.

O ângulo crítico para a abertura dos disjuntores é dado pela Equação (4.28):

$$\delta_{cr} = \cos^{-1} \left[\frac{P_3 \cos \delta_m + P_m (\delta_m - \delta_0) - P_2 \cos \delta_0}{P_3 - P_2} \right]$$

Mas antes de aplicar esta última, é necessário calcular o ângulo δ_m , que é dado pela Equação (4.23):

$$\delta_m = \pi - \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{P_m}{P_3} \right)$$

$$\delta_m = \pi - \operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{1}{1,31} \right)$$

$$\delta_m = \pi - \operatorname{sen}^{-1}(0,763)$$

$$\delta_m = \pi - 0,868$$

$$\delta_m = 2,271 \text{ rad} = 130,21^\circ$$

Substituindo todos os valores na Equação (4.28) tem-se:

$$\delta_{cr} = \cos^{-1} \left[\frac{1,31 \cos 2,271 + 1(2,271 - 0,547) - 0,72 \cos 0,547}{1,31 - 0,75} \right]$$

$$\delta_{cr} = \cos^{-1} \left[\frac{-0,844 + 1,724 - 0,614}{1,31 - 0,75} \right]$$

$$\delta_{cr} = \cos^{-1} \left[\frac{0,264}{0,56} \right]$$

$$\delta_{cr} = \cos^{-1}[0,473]$$

$$\delta_{cr} = 1,078 \text{ rad} = 61,796^\circ$$

Sendo assim, os disjuntores *c* e *d* podem abrir até $61,796^\circ$ para que o gerador não saia de sincronismo.

1.1 Exercícios Propostos

- 1) ENADE 2019 (INEP, 2019)

Para a análise técnica de um Sistema Elétrico de Potência (SEP), é necessário o desenvolvimento de diversos estudos, abordando-se sua operação tanto em regime permanente quanto transitório. Com relação aos estudos realizados para análise técnica de um SEP, avalie as afirmações a seguir.

I. Os estudos de fluxo de potência ou fluxo de carga têm por objetivo a obtenção das condições de operação da rede elétrica em função da sua topologia, dos níveis de demanda dos consumidores e da geração de potência.

II. Os estudos de curto-circuito no SEP têm por finalidade determinar as tensões nas barras e as correntes em diversos pontos do sistema para diferentes tipos de faltas.

III. Os estudos de estabilidade transitória avaliam o impacto de distúrbios no comportamento eletromecânico dinâmico dos geradores elétricos síncronos do SEP. É correto o que se afirmar em:

- a) I, apenas.
- b) II, apenas.
- c) I e III, apenas.
- d) II e III, apenas.
- e) I, II e III.

2) Empresa de Pesquisa Energética EDP 2024 – Analista de Pesquisa Energética – Transmissão de Energia (FGV, 2024)

O critério das áreas iguais é um método gráfico-analítico para rápida avaliação da estabilidade de primeiro swing, referente ao primeiro momento após uma perturbação em um sistema. Apesar de sua validade estar limitada a versões simplificadas de sistemas de potência, por meio de sua análise é possível chegar a importantes conceitos de estabilidade transitória. Considerando este critério, analise as afirmativas a seguir.

I O conceito de potência acelerante advém do desequilíbrio entre a potência mecânica, provida pela máquina primária, e a potência elétrica

entregue pelo gerador a barra infinita. Sempre que a diferença entre ambas for positiva, o ângulo do rotor tende a aumentar com o tempo.

II. Quanto maior a inércia do gerador maior o ganho de velocidade das partes girantes durante o período sob falta.

III. A atuação do regulador de velocidade na redução da potência mecânica durante o período sob falta, tem grande impacto na estabilidade de primeiro swing de um gerador.

Está correto o que se afirma em

- (A) I, apenas.
- (B) I e II, apenas.
- (C) I e III, apenas
- (D) II e III, apenas.
- (E) I, II e III.

3) Descreva o Modelo Clássico do sistema gerador-barra infinita.

4) De acordo com a Força-Tarefa IEEE/CIGRE, quais os tipos de estabilidades em sistemas elétricos de potência?

5) Quais são os dois regimes de estabilidade a respeito do ângulo de carga?

6) Por que num gerador síncrono, o ângulo de carga, em regime permanente, não deve valer de 90 a 180°?

7) Por qual razão, a resposta da velocidade relativa ω_r e o ângulo de carga δ têm comportamento oscilatório na Figura 4.13 e na Figura 4.14, para tempo de extinção de 0,20 s, mesmo após a extinção da falta?

8) Descreva o ângulo crítico de extinção de uma falta para o sistema gerador-barra infinita.

- 9) Demonstre a Equação (4.14), que fornece o ângulo crítico quando não é considerada a transmissão de potência durante uma falta. Sugestão: Reveja a Seção 4.5.2.
- 10) Um sistema gerador-barra infinita opera em sincronismo, sendo a potência mecânica de entrada no gerador igual a P_m , o ângulo de carga é igual δ_0 e a amplitude da potência elétrica de saída igual a P_1 . Em certo instante, ocorre uma falta trifásica em algum ponto da rede, o que faz com que a potência elétrica tenha amplitude P_2 . Havendo atuação da proteção para eliminar o curto-círcuito, a amplitude da potência elétrica passa a ser P_3 . Sendo assim, mostre que o ângulo crítico para extinção é dado pela Equação (4.28):

$$\delta_{cr} = \cos^{-1} \left[\frac{P_3 \cos \delta_m + P_m (\delta_m - \delta_0) - P_2 \cos \delta_0}{P_3 - P_2} \right]$$

Onde δ_m é o ângulo em que a potência elétrica é igual a mecânica no período pós falta. Admitia que o gerador é representado pelo Modelo Clássico.

Sugestão: Reveja a Seção 4.5.3.

CAPÍTULO 5

FATORES QUE AFETAM A ESTABILIDADE

Conforme visto no Capítulo 2, a inércia das máquinas é essencial para ajudar a manter a estabilidade de um sistema elétrico. Tanto é que para pequenas unidades de geração, torna-se necessário inserir um volante de inércia, conforme mostrado na Seção 2.2. No entanto, não é somente esta propriedade dos geradores e turbinas que interfere na estabilidade dos sistemas de potência.

Neste capítulo, uma breve abordagem de alguns fatores que interferem na esta estabilidade será abordada, e isto se torna necessário por dois motivos:

- I.Para o modelo clássico do sistema gerador-barra infinita, apresentado na Seção 3.8, foi descartada a presença do fator de amortecimento por razões didáticas, mas em sistemas reais este amortecimento existe;
- II.Devido aos grandes elos de transmissão em corrente contínua e à elevada inserção da geração solar e eólica, está ocorrendo o desacoplamento inercial no sistema elétrico, exigindo novas medidas para a manutenção da estabilidade.

Fator de amortecimento

O amortecimento, que foi ignorado no modelo clássico do sistema gerador-barra infinita, tem sua origem nos quatro fatores descritos a seguir:

- i.Amortecimento de Sequência Positiva

Ocorre principalmente na primeira oscilação na velocidade do rotor. Surge devido a componente de sequência positiva do fluxo de entreferro e dos enrolamentos do rotor, principalmente do enrolamento amortecedor,

conforme explicado na Seção 3.1.2. É proporcional à velocidade relativa do rotor, principalmente para pequenos desvios de velocidade (Anderson; Fouad, 2003).

Conjugado de Sequência Negativa

Quando a máquina síncrona é submetida a uma falta assimétrica, o fluxo de sequência negativa do entreferro interage com o enrolamento amortecedor, e como consequência o conjugado diminui a velocidade do rotor. A sua intensidade só é significante quando a resistência do enrolamento amortecedor é elevada (Anderson; Fouad, 2003).

ii. Conjugado de corrente contínua

Durante uma falta, circula uma componente CC pelo enrolamento de armadura, e esta induz outra corrente de frequência fundamental no enrolamento de campo, que produz um conjugado assíncrono, que diminui a velocidade do rotor (Anderson; Fouad, 2003).

iii. Demanda do sistema elétrico

Conforme visto na Seção 4.1, uma falta faz com que o rotor de um gerador aumente de velocidade, e como consequência haverá também maior frequência para a rede elétrica. Em uma ocasião desta, a demanda de um sistema elétrico também pode atuar de forma amortecedora, pois, com o aumento de frequência haverá aumento de demanda, contendo desta forma a aceleração do rotor (Kundur; Balu; Lauby, 1994).

O sistema gerador-barra infinita com inclusão do fator de amortecimento

A influência dos quatro itens discutidos na Seção 5.1 são inseridos na Segunda lei de Newton, fazendo surgir o fator de amortecimento D . Assim, o modelo dos sistema gerador-barra infinita passa a ser dado pelas Equações (5.1) e (5.2).

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_r \quad (5.1)$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{\omega_s}{2H} \left(P_m - \frac{EV}{X} \operatorname{sen}\delta - D \frac{\omega_r}{\omega_s} \right) \quad (5.2)$$

Simulação do sistema gerador-barra infinita considerando o fator de amortecimento

Para entender como o fator de amortecimento, D , tem influência na ocorrência de uma falta, será repetida a mesma simulação computacional feita na Seção 4.4.1, utilizando o mesmo sistema gerador-barra infinita do exercício resolvido (5).

Neste estudo de caso, é considerado que o fator de amortecimento vale 5,0 pu. Serão analisados os casos em que a falta não é extinta e quando os disjuntores c e d atuam para interromper curto-circuito em 0,20 s.

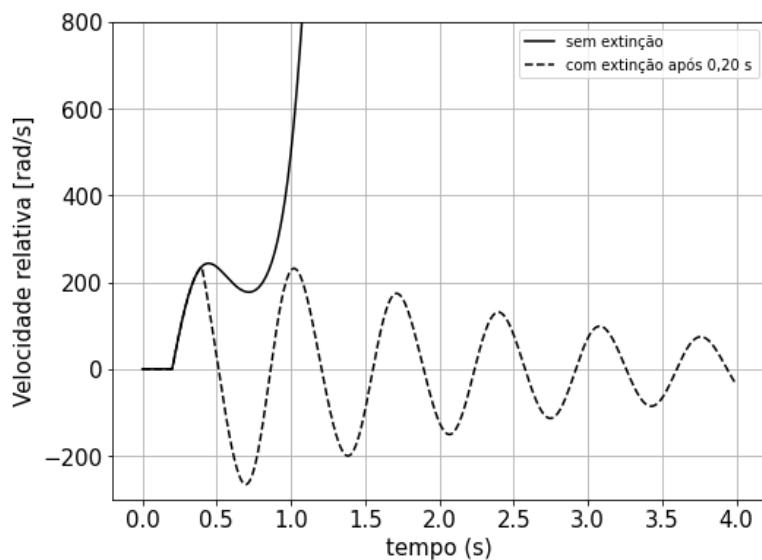


Figura 5.1 - Velocidade relativa considerando fator de amortecimento de 5,0 pu. Fonte: Autores.

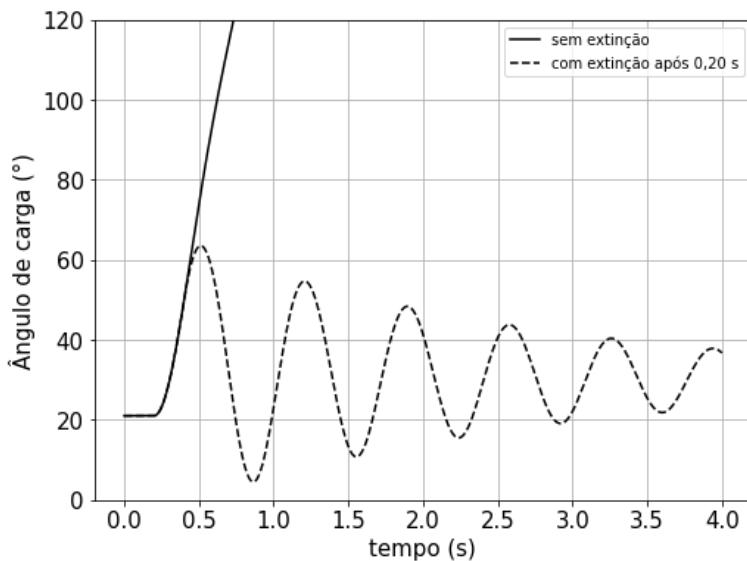


Figura 5.2 - Ângulo de carga considerando fator de amortecimento de 5,0 pu. Fonte: Autores.

O comportamento da velocidade relativa e do ângulo de carga são mostrados na Figura 5.1 e na Figura 5.2, respectivamente. A linha contínua mostra o comportamento na situação em que a falta não é extinta, e neste caso, tanto a velocidade relativa quanto o ângulo aumentam indefinitivamente, mesmo considerando o fator de amortecimento.

Considerando agora que o curto-círcuito seja extinto em 0,20 s, a velocidade relativa, mostrada na Figura 5.1, varia em torno de zero, mas com decaimento ao longo do tempo, fazendo com que o seu valor final tenda a zero, significando assim, que o gerador manterá o sincronismo.

Já o ângulo de carga mostrado na Figura 5.2 tem comportamento oscilatório, como a velocidade relativa, mas, com decaimento que tende a um valor fixo entre 20 e 40°, o que ajuda a manter o sincronismo da máquina.

Uma constatação importante vista no comportamento da velocidade relativa e do ângulo de carga é: o fato do fator de amortecimento não impedir que o gerador perca o sincronismo quando a falta não é extinta. Logo, atuação da proteção é necessária para evitar que o gerador opere fora de seus valores nominais.

1.2 Escolha do tipo de turbina

Para determinar a melhor turbina para um hidrogerador deve-se considerar a altura e a vazão disponíveis, conforme já visto na Seção 2.1. Mas, quando se está em condições de se escolher entre dois tipos de turbinas também haverá impacto na inércia disponível ao sistema elétrico. Para citar um exemplo é interessante saber como se deu a escolha do tipo de turbina para a UHE Jirau, do Rio Madeira (EDP, 2008).

Durante o projeto desta usina, verificou-se que se trata de um aproveitamento de baixa altura, mas, de grande vazão. Logo, as opções de turbina seriam a Kaplan ou a Bulbo, sendo que esta última foi a escolhida, e os motivos para esta decisão (EDP, 2008) estão listados na Tabela 5.1, que mostra as vantagens para cada um dos tipos de turbina.

A turbina do tipo Bulbo teve maiores vantagens por causa da diminuição de custo das obras civis bem como equipamentos hidromecânicos envolvidos.

A mesma tabela também mostra que a turbina Kaplan só teve três vantagens, sendo uma delas a maior inércia girante em função de ter diâmetro 10% maior que a Bulbo. Naturalmente, a escolha da turbina Bulbo foi a melhor devido às vantagens mostradas na referida tabela, mas, a menor inércia girante desta turbina é uma desvantagem para o sistema elétrico.

Tabela 5.1 - Levantamento das vantagens das turbinas Bulbo e Kaplan para a UHE Jirau (EDP, 2008). Fonte: Autores.

Vantagens da turbina Bulbo	Vantagens da turbina Kaplan
Eficiência mais alta no ponto de carga máxima	Melhor acesso às partes do gerador
Maior velocidade específica para a mesma queda	Maior inércia girante
Menor tempo de construção	Maior facilidade de ventilação e resfriamento do gerador
Melhor acesso às partes de turbina	Melhor acesso às partes do gerador
Menor distância entre as unidades	
Menor profundidade de escavação	
Menor escavação na área da turbina e do tubo de sucção	
Maior escavação na área de adução	
Menor escavação de rocha	
Geometria simplificada	
Caixa espiral da Kaplan e tubo de sucção mais complicados	
Eficiência mais alta no ponto de carga máxima	
Maior velocidade específica para a mesma queda	
Menor tempo de construção	
Eficiência máxima: Similar, ligeira tendência a favor da Bulbo	

Desacoplamento inercial

O desacoplamento inercial ocorre quando conversores eletrônicos, como retificadores e inversores, isolam a inércia rotativa proveniente dos geradores e turbinas. Nos últimos anos, esse fenômeno tem se intensificado devido ao crescente uso de fontes renováveis de energia, como a solar e a eólica, que, por natureza, são conectadas à rede por meio desses conversores. Outra causa relevante para o desacoplamento inercial são os elos de corrente contínua utilizados na transmissão de energia elétrica, os quais também dependem de conversores eletrônicos e, consequentemente, não contribuem com a inércia do sistema (Yan *et al.*, 2023).

Energia eólica

Para a produção de energia elétrica a partir dos ventos, em velocidade variável, é necessário acoplar os geradores à rede elétrica por meio de conversores eletrônicos, pois, a velocidade do vento não é constante.

Existem duas opções de aerogeradores operando em velocidade variável, sendo:

- i.aquela que utiliza um gerador de indução duplamente alimentado, representado pela sigla DFIG (*Double Feed Induction Generator*), mostrado na Figura 5.3; e
- ii.aquela que utiliza gerador síncrono com conversor de frequência, representado pela sigla SGFC (*Synchronous Generator Full Converter*), mostrado na Figura 5.4.

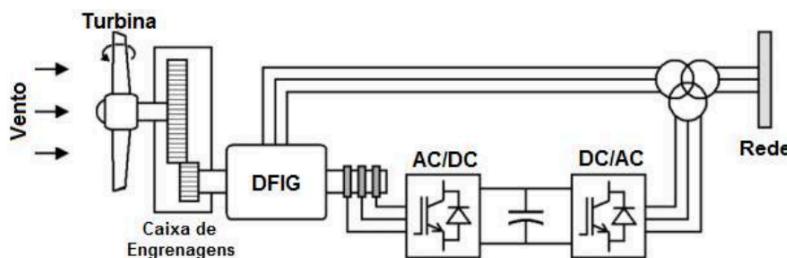


Figura 5.3 – Aerogerador DFIG. Fonte: (Rêgo, 2017).

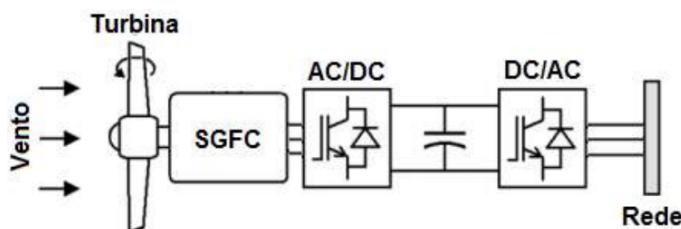


Figura 5.4 – Aerogerador SGFC. Fonte: (Rêgo, 2017).

Os conversores eletrônicos fazem o processamento de retificação da tensão CA, de frequência variável, dos geradores e depois a invertem para a frequência industrial. No entanto, os conversores não têm sensibilidade à frequência, sendo necessário um controle adicional que emule uma inércia que compense as variações de frequência, conhecida como inércia virtual (Figueira, 2019).

Elos de corrente contínua

A transmissão em corrente contínua em elevada tensão, mais conhecida pela sigla, em inglês, HVDC (*High Voltage Direct Current*) tem sua configuração básica na Figura 5.5, onde dois sistemas trifásicos em CA são

interligados por uma linha CC. Para isto, no transmissor da linha deve haver um retificador, enquanto no receptor deve haver um inversor.

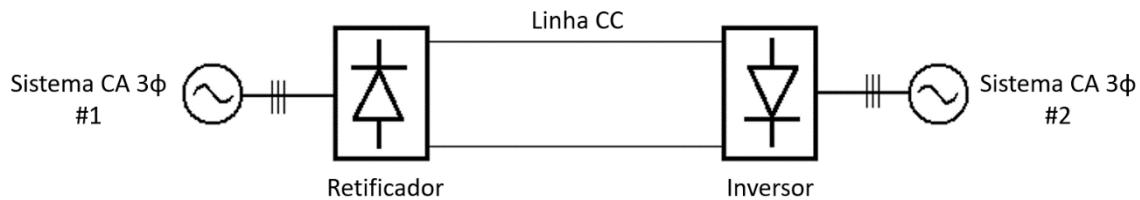


Figura 5.5 - Configuração elementar de um sistema HVDC. Fonte: Autores.

A transmissão em CC ocorre por meio de bipolos. Logo, as linhas CC têm 1/3 a menos de condutores e isoladores que as linhas CA, e, naturalmente, estruturas menores para transmissão de uma mesma potência. Esse fato reduz os custos das linhas CC quando comparadas às CA. No entanto, o preço dos conversores eletrônicos, dispostos nas subestações transmissora e receptora, é extremamente elevado, o que torna a transmissão CC vantajosa apenas para transmitir elevadas potências a grandes distâncias.

No Sistema Interligado Nacional (SIN), há seis sistemas de transmissão HVDC, sendo representados no mapa da Figura 5.6, cujas características estão descritas na Tabela 5.2.

Estas seis linhas têm a origem em usinas hidrelétricas de grande capacidade de geração e têm como destino a região sudeste do Brasil, na qual está a maior concentração de carga do sistema elétrico brasileiro. Os sistemas Itaipu 1 e 2 têm origem na UHE de mesmo nome, e operam em ± 600 kV. Esses sistemas transmitem a elevada potência de 3150 MW cada, e cumprem também a função de retificar e inverter a tensão produzida em 50 Hz pela parte paraguaia da usina de Itaipu.



Figura 5.6 - Principais sistemas HVDC do Brasil. Fonte: Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS).

Os sistemas do Rio Madeira também operam em ± 600 kV e transmitem a energia gerada das UHEs Santo Antônio e Jirau para a região sudeste por 2375 km.

Já os sistemas Xingu-Estreito e Xingu-Rio operam nas maiores tensões do Brasil, ± 800 kV, transmitido 4000 MW da UHE Belo Monte.

Conforme descrito até aqui, os elos de corrente contínua são necessários para transmitir elevadas potências a grandes distâncias e também para conectar dois sistemas elétricos de frequências diferentes. Mas, do ponto de vista da estabilidade têm a inconveniência de isolar a inércia mecânica dos geradores e turbinas, devido aos conversores eletrônicos no transmissor e receptor das linhas (Yan *et al.*, 2023).

Tabela 5.2 - Sistemas de transmissão HVDC no Brasil. Fonte: OLIVEIRA (2015) com adaptações.

Sistema	Ano	Potência [MW]	Tensão CC [kV]	Comprimento [km]
1 Itaipu 1	1986	3150	± 600	785
2 Itaipu 2	1987	3150	± 600	805
3 Rio Madeira (Bip. 1)	2013	3150	± 600	2375
4 Rio Madeira (Bip. 2)	2015	3150	± 600	2375
5 Xingu-Estreito	2017	4000	± 800	2076
6 Xingu-Rio	2019	4000	± 800	2539

Exemplo de ocorrência devido ao desacoplamento inercial

Conforme já relatado na Seção 5.3, retificadores e inversores, provocam o desacoplamento inercial das partes girantes dos geradores e turbinas. Tal fato fez com que, no dia 21 de março de 2018, houvesse um *blackout* no nordeste brasileiro, deixando esta região do país ilhada (Figueira, 2019). Para explicar de forma resumida o que ocorreu nesse dia será utilizada a Figura 5.7, na qual, de forma simplificada estão representados os sistemas elétricos das regiões Norte, Nordeste e Sul do Brasil.

No referido dia, às 15:48:03, a região Nordeste estava injetando na rede elétrica 8786 MW, sendo 4,4 % de parques solares, 22,7 % de UHEs, 34,7 % parques eólicos e 38,2 % de usinas térmicas. Cabe ressaltar aqui que a inércia disponível para a região nordeste era baixa, pois as energias predominantes eram a eólica e a térmica.

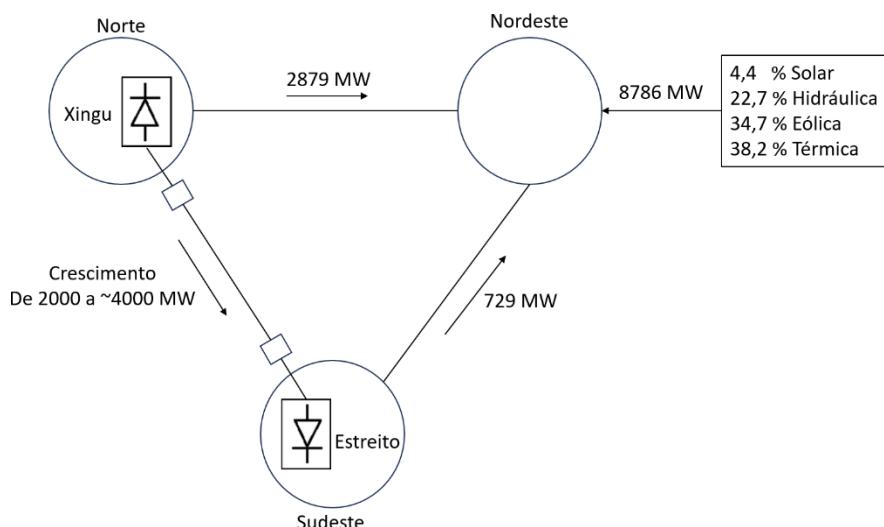


Figura 5.7 - Representação simplificada dos sistemas elétricos das regiões Norte, Nordeste e Sul do Brasil. Fonte: Autores.

Conforme mostra a Figura 5.7, além da injeção própria de 8786 MW, o Nordeste ainda drenava 2879 MW do Norte e 729 MW do Sudeste. Já o Sudeste recebia 2000 MW do Norte através do sistema HVDC Xingu-Estreito.

A sequência de eventos que resultou no *blackout* do Nordeste foi a seguinte:

- i.A potência transmitida pelo sistema HVDC Xingu-Estreito, passou de 2000 MW até quase 4000 MW;
- ii.O relé de sobre corrente da SE Xingu abriu, e consequentemente o da SE Estreito também, deixando o sistema HVDC inoperante;
- iii.Devido a retirada abrupta de carga, os rotores dos geradores da região Norte aceleraram, e como estes não foram isolados a tempo, a frequência aumentou;
- iv.Com a retirada da conexão Norte-Nordeste, a frequência na região Nordeste diminuiu, e devido a sua baixa inércia, primeiro foram desconectadas as termelétricas e por último as usinas eólicas que, devido ao desacoplamento inercial, foram incapazes de sustentar a frequência adequada.

Compensadores síncronos

Os compensadores síncronos nada mais são que motores síncronos sem carga mecânica no eixo, e a sua função é injetar ou absorver potência reativa da rede elétrica. Para esta finalidade basta controlar a corrente de campo, I_f , pois, quando o seu valor é acima do necessário para produzir o campo magnético do rotor, o excesso de potência reativa sai do motor para a rede elétrica, e por isso se diz que o motor opera no modo superexcitado.

Já quando a corrente de campo I_f é menor que a necessária para a formação do campo magnético do rotor, o motor opera no modo subexcitado, havendo, portanto, consumo de potência reativa por parte do motor.

O terceiro modo de operação é a excitação normal, quando a corrente de campo I_f tem a intensidade necessária para criar o campo magnético do rotor, e desta forma não consome nem injeta potência reativa.

Como o controle da corrente de campo é fácil de se implementar na prática, os compensadores síncronos foram largamente sendo utilizados nas subestações durante o século XX, tendo como inconveniente a alta constante de tempo do enrolamento de campo do rotor, o que não permite resposta rápida quando é preciso alterar a potência reativa injetada ou absorvida da rede elétrica. No entanto, com o advento dispositivos semicondutores para elevadas potências, o compensador síncrono passou a ser substituído pelos dispositivos SVC (*Static Var Compensator*), que são tiristores que acionam um conjunto de indutores e capacitores, fazendo com que a resposta seja mais rápida que a do compensador síncrono.

Já no século XXI, o uso em larga escala de fontes renováveis de energia como a solar e a eólica, e também dos sistemas HVDC, o desacoplamento inercial passou a ser um novo desafio para a manutenção da frequência, conforme descrito na seção 5.3. E, para que o sistema elétrico tenha inércia para a sua estabilidade, os compensadores síncronos voltaram a ser necessários, sendo que agora estão sendo produzido acoplados a um volante de inércia no eixo, conforme mostra a Figura 5.8. Desta forma, a inércia total do conjunto é formada por todas as partes girantes, sendo o eixo, o rotor e o próprio volante de inércia. Cabe ressaltar que as partes girantes do compensador síncrono são encapsuladas por questões de segurança, mas aparecem abertas na Figura 5.8 por questões didáticas.

De acordo com um fabricante (Andritz, 2022), um compensador síncrono médio, de polos lisos, pode ter uma constante de inércia entre 1,5 e 2,0 s, mas acoplando um volante de inércia ao eixo o valor passa a ser entre 2 e 5,5 s. O mesmo fabricante afirma ainda que nas máquinas médias de polos salientes, a constante de inércia é entre 2,0 e 7,0 s, e com o acréscimo do volante de inércia o valor de 16,0 s pode ser alcançado, e, portanto, isso corresponde a uma energia cinética de 3100 MW.

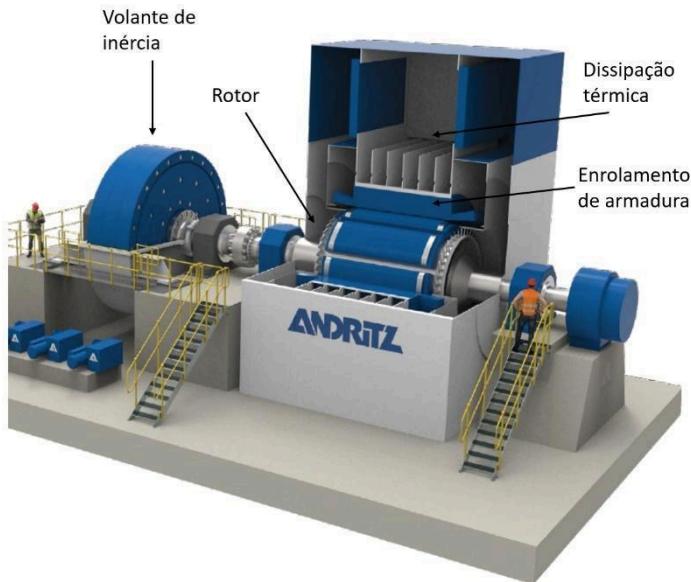


Figura 5.8 - Compensador síncrono com volante de inércia acoplado ao eixo. Fonte: (Andritz, s.d.) com alterações.

De forma sintetizada pode-se dizer que os compensadores síncronos têm as seguintes vantagens:

- i.Fornecimento de potência reativa (sobreexcitado);
- ii.Absorção de potência reativa (subexcitado);
- iii.Aumento da potência de curto-círcuito;
- iv.Aumento da inércia.

Exemplo de aplicação de compensadores síncronos

i.SE Estreito

De forma a inserir mais inércia e melhorar a tensão na SE Estreito, a Agência Nacional de Energia Elétrica realizou o Leilão nº 02/2021 (ANEEL, 2021) para a instalação de três compensadores síncronos, que tenham como requisitos mínimos $\pm 300 \text{ MVar}$ e constante de inércia 2,2 s.

Como estes compensadores serão instalados na estação inversora do sistema HVDC Xingu-Estreito, conforme visto na Figura 5.7, a inércia destas máquinas reduzirá os efeitos do desacoplamento inercial.

ii.SE Marmeleiro

A SE Marmeleiro 2, situada no RS, também recebeu dois compensadores síncronos para controle de tensão, injeção e absorção de potência reativa e também ganho de inércia girante (Buhler *et al.*, 2020). Esta SE é próxima Complexo Eólico Campos Neurais, considerado o maior da América Latina, e como visto na Seção 5.3.1, os conversores eletrônicos da geração eólica provocam o desacoplamento inercial, sendo necessária a instalação de compensadores síncronos, que por sua vez têm ± 200 MVar e 2,88 s de constante de inércia.

iii.Ilha Sardenha – Itália

No Mar Mediterrâneo, a Ilha Sardenha, pertencente à Itália, tinha como uma de suas fontes de energia o carvão mineral, e por questões ambientais foram implementadas as gerações hidráulica, solar e eólica, além do uso do sistema HVDC, que chega à ilha por cabos submarinos provenientes do continente europeu. Todas estas mudanças refletem na diminuição da inércia para esta ilha, sendo assim foram instalados dois compensadores síncronos, de dois polos, sendo a constante de inércia de 7,0 s, e potência reativa de -125/+250 MVar, o que contribui também para o aumento da corrente de curto-circuito (Palone *et al.*, 2019).

Exercícios Propostos

- 1) Descreva os conjugados assíncronos que podem surgir em um gerador síncrono.
- 2) Qual a desvantagem do compensador síncrono para a injeção ou absorção de potência reativa no sistema elétrico?
- 3) O que motivou o interesse pela volta do uso do compensador síncrono, se o mesmo havia sido substituído por dispositivos SVC (*Static Var Compensator*)?

- 4) Por que os sistemas HVDC interferem negativamente na estabilidade de um sistema elétricos?

Referências

ADAMS, B. Do You Need to High Speed Test Generator Rotors? In: 2023. Disponível em: <https://www.hawkins.biz/insight/do-you-need-to-high-speed-test-generator-rotors/>. Acesso em: 11 set. 2024.

ALVARENGA, B. P. Modelagem Dinâmica de Máquinas Elétricas Integração Numérica pelo Método Trapezoidal Implícito. Goiânia, [s. d.]. Material didático elaborado pelo autor em arquivo digital. Acesso em: 4 out. 2024.

ANDERSON, P. M.; FOUAD, A.-A. A. Power system control and stability. 2. eded. Piscataway, NJ: IEEE Press [u.o.], 2003. (IEEE Press power engineering series).

ANDRITZ, E. S. Condensadores Síncronos La Solución Inteligente para las Redes Modernas. [S. l.: s. n.], s.d. Disponível em: <https://www.andritz.com/resource/blob/479516/6797b90ece04b23183881db2a0ed6982/hydro-syncon-flywheel-es-data.pdf>. Acesso em: 31 ago. 2024.

ANDRITZ. Hidronews nº 36/2022. [S. l.: s. n.], 2022. Disponível em: <https://www.andritz.com/resource/blob/482322/82177bf248578c1e06a578366c1972c6/24-flywheel-data.pdf>. Acesso em: 4 set. 2024.

ANEEL, A. N. de E. E. EDITAL DE LEILÃO NO 02/2021-ANEEL ANEXO 2-04 LOTE 04 INSTALAÇÕES DE TRANSMISSÃO COMPOSTAS POR SE 500 kV Estreito – 3 Compensadores Síncronos. CARACTERÍSTICAS E REQUISITOS TÉCNICOS ESPECÍFICOS. [S. l.: s. n.], 2021. Disponível em: https://www2.aneel.gov.br/aplicacoes/editais_transmissao/documentos/Anexo_2-04_Lote_04_Leilao_02-2021.pdf#:~:text=Adicionalmente,%20poder%C3%A1%20ser%20necess%C3%A1rio%20prever%20a%20instala%C3%A7%C3%A3o%20dos%20compensadores%20s%C3%ADncronos. Acesso em: 3 set. 2024.

BIM, E. Máquinas Elétricas e Acionamentos. 3. ed. Rio de Janeiro -RJ: Campus, 2014. Disponível em: Acesso em: 20 fev. 2023.

BUHLER, C. et al. In: IX ENCONTRO NACIONAL DE MÁQUINAS ROTATIVAS, 2020, Florianópolis-SC. Anais [...]. Florianópolis-SC: [s. n.], 2020. p. 14. Disponível em:

https://www.reivox.com/wp-content/uploads/2022/03/SE-Marreleiro_ENAM_2020_Paper_Rev005.pdf#:~:text=foram%20instalados%20na%20Subesta%C3%A7%C3%A3o%20Marreleiro%20em%20Santa%20Vit%C3%B3ria%20do.

Acesso em: 3 set. 2024.

BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D.; BURDEN, A. M. Análise numérica. 10. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2021. Disponível em: Acesso em: 17 dez. 2024.

CHAPMAN, S. J. Fundamentos de máquinas elétricas. 5. ed. Porto Alegre: AMGH Editora Ltda, 2013.

CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. Métodos numéricos para engenharia. Quinta edición. Porto Alegre: Grupo A - AMGH, 2011. 122

EDP, E. de P. E. Estudos para a Licitação da Expansão da Geração. Aproveitamento Hidrelétrico Belo monte. Avaliação Técnica e Orçamentária. Brasília: Ministério de Minas e Energia, 2009. Técnico. Disponível em: <https://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-82/Relat%C3%B3rio%20de%20Otimiza%C3%A7%C3%A3o%20-%20Belo%20Monte.pdf>.

EDP, M. de M. e E. Estudos para licitação e expansão UHE Jirau. Brasília: Ministério de Minas e Energia, 2008. Disponível em: <https://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-83/Estudo%20de%20Viabilidade%20e%20Otimiza%C3%A7%C3%A3o%20do%20Projeto%20de%20Engenharia.pdf>.

ELETRO NORTE. Usina Hidrelétrica de Tucuruí: Memória Técnica. Brasília: ELETRO NORTE, 1989.

ENEL GREEN POWER. Turbina hidrelétrica Francis, Pelton e Kaplan: três nomes para três maneiras diferentes de aproveitar o poder dos cursos

d'água. In: s.d. Disponível em:
<https://www.enelgreenpower.com/pt/learning-hub/energias-renovaveis/energia-hidraulica/turbina-hidreletrica>. Acesso em: 21 jun. 2024.

FELTRIN, A. P. Calculo da estabilidade transitoria em sistemas de energia eletrica utilizando esquema simultaneo implicito. 1986. Mestre em Engenharia Elétrica - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1986. Disponível em:
<https://repositorio.unicamp.br/Busca/Download?codigoArquivo=466991>. Acesso em: 16 dez. 2024.

FIGUEIRA, L. de O. FRAGILIDADE DO SISTEMA ELÉTRICO DIANTE DA FALTA DA INÉRCIA MECÂNICA EM RAZÃO DA ALTA INTEGRAÇÃO DE ENERGIA EÓLICA. 2019. 53 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019. Disponível em:
<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/47178>. Acesso em: 30 ago. 2024.

FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY, C., Jr; UMANS, S. D. Electric Machinery. 6. ed. New York: McGraw-Hill Higher Education, 2003. Disponível em: Acesso em: 18 fev. 2023.

FURNAS. Revista Furnas. Jirau e Santo Antônio receberão unidades tipo Bulbo, [s. l.], p.2, 2005. Disponível em:
<https://www.furnas.com.br/arqtrab/ddppg/revistaonline/linhadireta/rf318-bulbo.pdf>. Acesso em: 13 abr. 2024.

GONÇALVES, C. et al. Modelo reduzido para definição de projeto das turbinas hidráulicas para a expansão da UHE de Tucuruí. In: XVIII SNPTEE SEMINÁRIO NACIONAL DE PRODUÇÃO E TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA, 2005, Curitiba. anais do XVIII SNPTEE Seminário nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica. Curitiba: [s. n.], 2005. p. 7.

ITAIPU BINACIONAL. Itaipu Binacional. In: 25 mar. 2010. Disponível em: <https://www.itaipu.gov.br/energia/unidades-geradoras>. Acesso em: 6 mar. 2023.

ITAIPU BINACIONAL (org.). Itaipu hydroelectric project: engineering features. Curitiba, Brazil: Itaipu Binacional, 1994. 123

KOROVKIN, N. V.; VERKHOVTSEV, D.; GULAY, S. Rotor Air-Cooling Efficiency of Powerful Turbogenerator. IEEE Transactions on Energy Conversion, [s. l.], v. 36, n. 3, p. 1983–1990, 2021. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9294120/>. Acesso em: 12 set. 2024.

KOSOW, I. L. Máquinas Elétricas e Transformadores. 4. ed. Porto Alegre: Globo, 1982. v. 1 Disponível em: Acesso em: 23 dez. 2022.

KUNDUR, P. et al. Definition and Classification of Power System Stability IEEE/CIGRE Joint Task Force on Stability Terms and Definitions. IEEE Transactions on Power Systems, [s. l.], v. 19, n. 3, p. 1387–1401, 2004. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1318675/>. Acesso em: 15 dez. 2022.

KUNDUR, P.; BALU, N. J.; LAUBY, M. G. Power system stability and control. New York San Francisco Washington [etc.]: McGraw-Hill, 1994. (The EPRI power system engineering series).

PALONE, F. et al. New Synchronous Condenser – Flywheel Systems for a Decarbonized Sardinian Power System. In: 2019 IEEE MILAN POWERTECH, 2019, Milan, Italy. 2019

IEEE Milan PowerTech. Milan, Italy: IEEE, 2019. p. 1–6. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8810780/>. Acesso em: 4 set. 2024.

RÊGO, L. de O. Análise do Impacto da Geração Eólica na Regulação de Frequência de Sistemas de Energia Elétrica. 2017. 132 f. Dissertação de Mestrado - Rio de Janeiro, [s. l.], 2017. Disponível em:

<https://pantheon.ufrj.br/bitstream/11422/6406/1/866113.pdf> . Acesso em: 30 ago. 2024.

STEVENSON, W. D. Elementos de Análise de Sistemas de Potência. 2. ed. São Paulo: Mc Graw-Hill Ltda, 1986. Disponível em: Acesso em: 21 dez. 2022.

UHE IGARAPAVA. Dados técnicos da UHE Igarapava. In: UHE-IGARAPAVA. [s. d.]. Disponível em: <https://uhe-igarapava.com.br/empresa.php> . Acesso em: 6 mar. 2024.

WEG. In: MAIOR TURBINA FRANCIS DUPLA JÁ FABRICADA PELA WEG É INSTALADA EM USINA NO MATO GROSSO. 22 nov. 2023. Disponível em: <https://www.weg.net/institutional/LT/pt/news/produtos-e-solucoes/maior-turbina-francis-dupla-ja-fabricada-pela-weg-e-instalada-em-usina-no-mato-grosso> . Acesso em: 10 jun. 2024.

YAN, K. et al. Frequency Control and Optimal Operation of Low-Inertia Power Systems with HVDC and Renewable Energy: A Review. IEEE Transactions on Power Systems, [s. l.], p. 1-17, 2023. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/10158921/> . Acesso em: 26 ago. 2024.

SOBRE OS AUTORES

Sérgio Manuel Rivera Sanhueza

Graduado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (1998), Mestre (2002) e Doutor (2007) em Qualidade da Energia e Dinâmica de sistemas elétricos respectivamente . Atualmente é professor da Universidade Federal do Tocantins.

Stefani Caroline Leal de Freitas

Engenheira Eletricista pela Universidade do Estado de Minas Gerais - Campus da Fundação Educacional de Ituiutaba (2008). Mestre (2011) e Doutora (2014) em engenharia elétrica pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - UNESP - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Realizou estágio de doutoramento na Universidade do Minho - Portugal (2012). É docente no curso de bacharelado em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Tocantins - UFT - Campus de Palmas, desde 2014. Suas atividades consistem em pesquisas e projetos de inovação pedagógica no ensino em engenharia elétrica, e projetos e operação de transformadores, linhas de transmissão e redes de distribuição urbana.

Maxwell Diógenes Bandeira de Melo

Professor do Magistério Superior. Professor do Curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Tocantins (UFT). Trabalha com Convolução de Sinais com foco em respostas de sistemas eletromecânicos, sistemas Lineares e Invariantes no Tempo (LTIs) e Máquinas Elétricas, em especial com o motor de indução. Atua em IoT em plataformas de microcontroladores tais como: MSP430G2553, TIVA, Arduíno e ESP32, no campo de Ensino em Arquitetura de Computadores. Possui trabalhos em Sistemas de Potência e, ultimamente, em Geração Distribuída. É líder do grupo de pesquisa Física Aplicada onde trabalha com QFT e simulação simétrica de motores de indução trifásicos. Nos últimos anos dedica-se também ao campo de estudo do Antirrealismo na Metafísica no grupo de pesquisa LLC. É coordenador do programa de Pós-Graduação Propriedade Intelectual e Transferência de Tecnologia para a Inovação (PROFNIT),

