

DETERMINAÇÃO DA REGIÃO OCUPADA POR FLUIDO NO PROCESSO DE SEPARAÇÃO POR PENEIRAS VIBRATÓRIAS UTILIZANDO UM MÉTODO DE RASTREAMENTO DE SUPERFÍCIE

DETERMINATION OF THE FLUID OCCUPIED REGION IN THE SEPARATION PROCESS BY SHALE SHAKER USING A SURFACE TRACKING METHOD

DETERMINACIÓN DE LA REGIÓN OCUPADA POR FLUIDO EN EL PROCESO DE SEPARACIÓN POR CRIBAS VIBRATORIAS UTILIZANDO UN MÉTODO DE SEGUIMIENTO DE SUPERFICIE

Rafael Yuri Medeiros Barbosa:

Doutorando em Engenharia Química pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Química. Universidade Federal de Uberlândia (UFU). E-mail: rafayuri@ufu.br | [Orcid.org/0000-0003-3616-0818](https://orcid.org/0000-0003-3616-0818)

Rubens Gedraite:

Professor da Faculdade de Engenharia Química. Universidade Federal de Uberlândia (UFU). E-mail: rgedraite@ufu.br | [Orcid.org/0000-0002-4921-3774](https://orcid.org/0000-0002-4921-3774)

Como citar este artigo:

Barbosa, R. Y. M., & Gedraite, R. DETERMINAÇÃO DA REGIÃO OCUPADA POR FLUIDO NO PROCESSO DE SEPARAÇÃO POR PENEIRAS VIBRATÓRIAS UTILIZANDO UM MÉTODO DE RASTREAMENTO DE SUPERFÍCIE. DESAFIOS - Revista Interdisciplinar Da Universidade Federal Do Tocantins, 11(5). https://doi.org/10.20873/2024_jul_19314.

RESUMO

Fragmentos de rocha formam-se continuamente durante a perfuração de poços de petróleo. Esses cascalhos são removidos do poço pelo fluido de perfuração, sendo essencial separá-los do fluido por razões econômicas e ambientais. A unidade de controle de sólidos desempenha o papel crucial de realizar essa separação, tornando o fluido apto para reutilização e preparando os cascalhos para descarte. As peneiras vibratórias, primeiros equipamentos do sistema de separação, apesar de robustas, possuem telas frágeis que são frequentemente substituídas durante a operação. A literatura destaca que a vida útil das telas é maximizada quando 75% da área de separação é preenchida por fluido, mas correlações específicas entre as variáveis operacionais e a ocupação da tela não são encontradas. Este trabalho visa apresentar um modelo matemático que relaciona a distribuição de fluido nas telas de uma peneira vibratória com as variáveis operacionais. O modelo foi resolvido utilizando um método dos volumes finitos de alta ordem e o rastreamento de superfície para tratar a fronteira livre. Simulações, com alimentação isenta de sólidos, mostraram resultados coerentes com o modelo, permitindo obter a distribuição de material nas telas de uma peneira vibratória.

PALAVRAS-CHAVE: Peneiras vibratórias; Modelagem matemática; Método dos volumes finitos; Rastreamento de superfície.

ABSTRACT:

Rock fragments continuously form during the drilling of oil wells. These cuttings are removed from the well by the drilling fluid, and it is essential to separate them from the fluid for economic and environmental reasons. The solids control unit plays a crucial role in performing this separation, making the fluid suitable for reuse and preparing the cuttings for disposal. Shale shakers, the first equipment in the separation system, although robust, have fragile screens that are frequently replaced during operation. The literature highlights that the screen life is maximized when 75% of the separation area is filled with fluid, but specific correlations between operational variables and screen occupancy are not found. This work aims to present a mathematical model that relates the fluid distribution on the screens of a shale shaker with operational variables. The model was solved using a high-order finite volume method and surface tracking to handle the free boundary. Simulations, with solid-free feed, showed results consistent with the model, allowing the distribution of material on the screens of a shale shaker to be obtained.

KEYWORDS: Shale shakers; Mathematical modeling; Finite volume method; Surface tracking.

RESUMEN

Fragmentos de roca se forman continuamente durante la perforación de pozos de petróleo. Estos recortes se eliminan del pozo mediante el fluido de perforación, y es esencial separarlos del fluido por razones económicas y ambientales. La unidad de control de sólidos desempeña un papel crucial en realizar esta separación, haciendo que el fluido sea apto para reutilización y preparando los recortes para su eliminación. Las cribas vibratorias, el primer equipo del sistema de separación, aunque robustas, tienen mallas frágiles que se reemplazan frecuentemente durante la operación. La literatura destaca que la vida útil de las mallas se maximiza cuando el 75% del área de separación está llena de fluido, pero no se encuentran correlaciones específicas entre las variables operativas y la ocupación de la malla. Este trabajo tiene como objetivo presentar un modelo matemático que relacione la distribución de fluido en las mallas de una criba vibratoria con las variables operativas. El modelo se resolvió utilizando un método de volúmenes finitos de alto orden y seguimiento de superficie para tratar la frontera libre. Las simulaciones, con alimentación libre de sólidos, mostraron resultados coherentes con el modelo, permitiendo obtener la distribución del material en las mallas de una criba vibratoria.

Palabras clave: *Cribas vibratorias; Modelado matemático; Método de volúmenes finitos; Seguimiento de superficie.*

INTRODUÇÃO

A perfuração de poços de petróleo é um processo crucial na exploração e produção de hidrocarbonetos. Durante a perfuração, fragmentos de rocha, conhecidos como cascalho, são gerados e transportados pelo fluido de perfuração. A remoção eficiente desses sólidos é fundamental para garantir a qualidade do fluido, reduzir custos e minimizar o impacto ambiental.

O fluido de perfuração é bombeado pelo interior da coluna de perfuração e retorna à superfície através do espaço anular entre a coluna e a parede do poço (THOMAS, 2004). Se os sólidos não forem removidos, eles podem comprometer as propriedades do fluido, como viscosidade, densidade e capacidade de lubrificação, afetando negativamente o desempenho da perfuração.

O controle de sólidos é o processo de separação e adequação para descarte dos sólidos do fluido de perfuração. Essa prática é crucial para garantir a viabilidade econômica da operação, pois evita a diluição do fluido, que é um processo mais custoso (AMERICAN ASSOCIATION OF DRILLING ENGINEERS, 1999). Além disso, o controle de sólidos é essencial para atender às rígidas normas ambientais, que limitam o teor de fluido nos cascalhos descartados e proíbem o descarte de cascalhos contaminados com fluidos de base oleosa (WHITE, 2000).

As peneiras vibratórias, também chamadas de *shale shakers*, são os primeiros equipamentos utilizados no sistema de controle de sólidos. Elas são responsáveis por remover os fragmentos de rocha maiores e recuperar uma grande quantidade de fluido de perfuração, que pode ser reutilizado (NASCENTES, 2019). O cascalho residual, com menor teor de fluido, segue para as etapas subsequentes do processo de controle de sólidos (BARBOSA et al., 2020).

As peneiras vibratórias, apesar de robustas, possuem um ponto crítico: suas telas, especialmente as mais finas, têm vida útil limitada, exigindo substituições frequentes. Isso impacta diretamente os custos operacionais, tornando crucial a busca por condições que prolonguem a vida útil desse componente (MENEZES et al. 2020).

Segundo Scott e Varco (2006) e Bridges e Robinson (2020), a condição ideal para maximizar a vida útil da tela se encontra em um equilíbrio entre as regiões ocupadas por fluido e sólido. A tela deve estar 3/4 coberta de fluido (75% a 80% segundo Bridges e Robinson) e 1/4 (20% a 25%) disponível para a secagem do material sólido. Essa proporção garante que o fluido atue como lubrificante, reduzindo o desgaste da tela pelo impacto das partículas.

O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo computacional para estimar a região da tela de uma peneira vibratória ocupada por fluido durante o processo de separação de sólidos. A partir das variáveis operacionais relevantes, como

vazão do fluido, amplitude de vibração e inclinação da tela, o modelo permite prever a ocupação da tela por fluido, fornecendo informações valiosas para a otimização do processo de peneiramento.

Para alcançar este objetivo, foi estudada uma condição de alimentação isenta de sólidos, utilizando o método dos volumes finitos e método de rastreamento de superfície para lidar com a natureza de fronteira livre do problema.

METODOLOGIA

MODELAGEM MATEMÁTICA

Todo desenvolvimento da proposta para o modelo que representa o deságue em peneiras vibratórias é feito a partir de dois princípios: conservação de massa e conservação de quantidade de movimento.

Por se tratar de um problema cujo domínio espacial é formado pelo próprio volume de fluido no domínio e este varia com o tempo, a formulação diferencial, tal como é amplamente apresentada na literatura, não é válida. Portanto, todo princípio de conservação utilizado é apresentado em sua formulação integral (BIRD et al., 2007).

Os princípios de conservação de massa e quantidade de movimento são representados, respectivamente, pelas Equações 1 e 2.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = - \oint_S \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dS \quad (1)$$

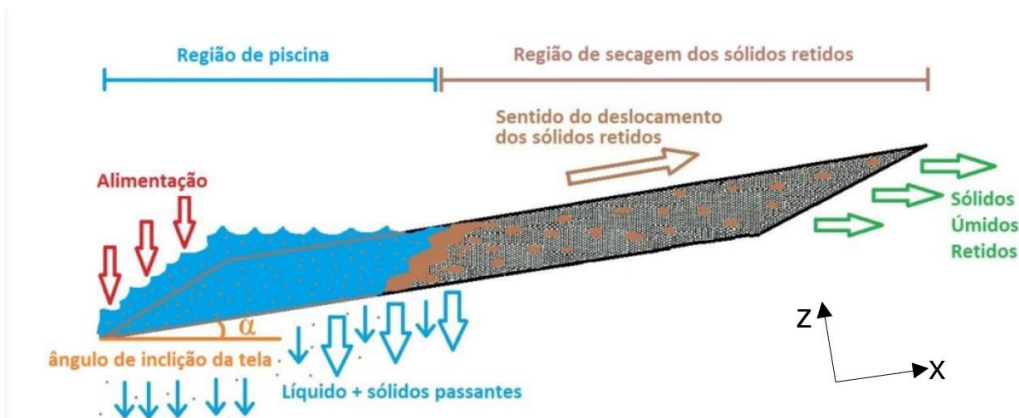
$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \vec{v} dV = & - \oint_S (\rho \vec{v} \vec{v}) \cdot \vec{n} dS - \int_V \nabla P dV - \oint_S \tau \cdot \vec{n} dS \\ & + \int_V \rho (\vec{g} - \vec{a}) dV \end{aligned} \quad (2)$$

Nas Equações 1 e 2, ρ é a massa específica do fluido, \vec{v} é o vetor de velocidades do fluido, \vec{n} é o vetor normal unitário à superfície do domínio de interesse, ∇P é o gradiente de pressão, τ é o tensor viscoso, \vec{g} é o vetor da aceleração da gravidade e \vec{a} é o vetor de acelerações externas que atuam sobre o fluido, no caso de uma peneira vibratória, esse vetor é gerado pelo movimento vibratório imposto pelos motores do equipamento. O vetor de acelerações devido à vibração de uma peneira vibratória, no caso de um movimento linear, é definido pela Equação 3.

$$\begin{cases} a_x = -A_x \omega^2 \text{sen}(\omega t) \\ a_z = -A_z \omega^2 \text{sen}(\omega t) \\ \omega = 2\pi f \end{cases} \quad (3)$$

Na Equação 3, a_i é a componente na direção i do vetor de aceleração, A_i representa a amplitude do movimento na direção i , ω é a velocidade angular e f é a frequência de vibração. Em uma peneira vibratória, com funcionamento adequado, os motores impelem movimento em apenas duas direções. Uma representação da tela de uma peneira vibratória é apresentada na Figura 1 com os eixos de referência adotados neste trabalho.

Figura 1 - Esquemática de uma peneira vibratória



Fonte: Adaptado de Barbosa (2018).

As Equações 1 e 2, tal como estão apresentadas, demandariam grande esforço computacional para serem resolvidas, implicando em gastos com recursos de *hardware* e tempo elevado de processamento. De forma a tornar a resolução dessas equações viável, algumas hipóteses simplificadoras foram adotadas, a saber:

- Não há variações de velocidade ou variações de propriedade na direção y da tela da peneira (direção relativa à largura da tela da peneira);
- Não há presença de sólidos no sistema;
- As propriedades físicas do fluido são constantes ao longo do domínio geométrico e do tempo;
- O fluido é newtoniano e incompressível;

- A modificação dos eixos de referência devido à alteração da inclinação das telas de separação não afeta o comportamento do fluido sobre a tela da peneira, uma vez que este acompanha a sua inclinação enquanto submetido à aceleração promovida pelos motores vibratórios;
- Não há saídas ou entrada de material no limite superior do domínio na direção z , ou seja, para H sendo o limite superior do domínio em z , $v_z(t, x, H) = 0$;
- O gradiente de pressão na direção x foi assumido desprezível;
- Devido ao efeito da vibração do sistema na direção z , assume-se que $v_x = v_x(t, x)$. Já $v_z = v_z(t, x, z)$, entretanto, neste trabalho será admitido que v_z varia linearmente com a posição z em qualquer posição x e em qualquer instante de tempo t .

Decompondo a Equação 2 nas direções x e z , aplicando a lei da viscosidade de Newton (FOX; MCDONALD, 1995) para o tensor viscoso, o teorema da divergência de Gauss para transformação das integrais de contorno e aplicando as hipóteses simplificadoras citadas acima, chega-se às Equações 4, 5 e 6.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V dV = - \int_V \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) dV \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V v_x dV = \int_V \left(- \left(\frac{\partial v_x^2}{\partial x} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \frac{1}{3} \frac{\mu}{\rho} \left(4 \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \right) - (g \sin \alpha + a_x) \right) dV \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V v_z dV = \int_V \left(- \left(\frac{\partial (v_x v_z)}{\partial x} + \frac{\partial v_z^2}{\partial z} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} - (g \cos \alpha + a_z) \right) dV \quad (6)$$

Nas Equações 5 e 6, o vetor da aceleração da gravidade foi decomposto nas direções x e z , sendo que α representa a inclinação da tela da peneira vibratória em relação ao plano horizontal.

O desenvolvimento do modelo matemático proposto até este ponto está baseado em três equações diferenciais parciais bidimensionais. Entretanto, sabe-se que somente v_z é função de z , sendo essa relação linear, também é considerada como

hipótese que $v_z(t, x, H) = 0$, logo apenas $v_z(t, x, 0)$ é desconhecida e este ponto é o mais importante, visto que neste ponto ($z = 0$) ocorre a saída de líquido. Assim, todas as equações diferenciais bidimensionais podem ser convertidas em equações diferenciais unidimensionais, realizando a resolução das mesmas avaliando v_z apenas na fronteira inferior. As derivadas de v_z em relação a z podem ser substituídas pela seguinte relação, descrita na Equação 7, advinda das hipóteses tomadas.

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{v_z(t, x, H) - v_z(t, x, 0)}{H - 0} = \frac{-v_z(t, x, 0)}{H} = -\frac{u_z}{H} \quad (7)$$

Por conveniência, $v_z(t, x, 0)$ será referida apenas como u_z a partir deste ponto.

Assumindo que a pressão varie linearmente com a posição z , é possível representar o gradiente de pressão da Equação 6 a partir da Equação 8.

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\Delta P}{\Delta z} = \frac{\Delta P}{H} \quad (8)$$

Para o cálculo da queda de pressão ($-\Delta P$), pode-se utilizar a condutância do meio poroso, que, neste trabalho, é a das telas de separação da peneira vibratória. Desta forma é possível relacionar a queda de pressão com a velocidade do fluido na direção z a partir da Equação 9 (BRIDGES; ROBINSON, 2020).

$$-\Delta P = -\frac{\mu u_z}{C_p} \quad (9)$$

Na Equação 9, C_p é a condutância do meio poroso (telas da peneira).

Substituindo as Equações 7, 8 e 9 nas Equações 4, 5 e 6 e reescrevendo todas as equações com base na cota $z = 0$, obtém-se as Equações 10, 11 e 12.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V dV = - \int_V \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} - \frac{u_z}{H} \right) dV \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V v_x dV = \int_V \left(- \left(\frac{\partial v_x^2}{\partial x} - v_x \frac{u_z}{H} \right) + \frac{1}{3} \frac{\mu}{\rho} \left(4 \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u_z}{H} \right) \right) - (g \sin \alpha + a_x) \right) dV \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V u_z dV = \int_V \left(- \left(\frac{\partial (v_x u_z)}{\partial x} - 2 \frac{u_z^2}{H} \right) - \frac{\mu u_z}{\rho H C_p} + \frac{\mu \partial^2 u_z}{\rho \partial x^2} - (g \cos \alpha + a_z) \right) dV \quad (12)$$

A próxima subseção tem por objetivo apresentar a metodologia de resolução empregada para resolução das Equações 10, 11 e 12, bem como apresentar as condições iniciais e de contorno necessárias para a resolução.

METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO

Em se tratando das equações que definem o modelo em estudo, foram empregadas três equações diferenciais parciais unidimensionais, considerando as suas respectivas formulações integrais. Como o elemento infinitesimal de volume dV varia com o tempo, seriam necessários alguns artifícios e simplificações para resolver as Equações 10, 11 e 12, por metodologias que se aplicam diretamente sobre a formulação diferencial, como é o caso do método das diferenças finitas e método dos elementos finitos. Entretanto, neste trabalho, foi utilizado o método dos volumes finitos para resolução das equações que compõem o modelo, justamente por ser um método que é aplicado diretamente sobre a formulação integral do problema (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

Ainda em relação ao modelo proposto, foi observada outra dificuldade para as metodologias convencionais de resolução. Trata-se da presença de uma fronteira superior móvel que varia com a posição x e o tempo. No presente estudo, é utilizado o método de rastreamento de superfície (FERZIGER et al., 2020), que consiste em tratar a fronteira superior do domínio como uma função de posição e tempo, tal como ela é, na resolução do modelo via método dos volumes finitos, sendo a fronteira superior definida pela Equação 13.

$$H = H(t, x) \quad (13)$$

Outro ponto de atenção se encontra no operador integral após a derivada parcial em relação ao tempo. Uma forma de eliminar o operador integral, consiste na aplicação da definição de média de uma propriedade por meio de integrais. Essa

propriedade é de fácil dedução e é exemplificada, para o caso unidimensional, pela Equação 14.

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{b-a} \int_a^b f(x)dx = (b-a)\bar{f} \quad (14)$$

Na Equação 14, o termo $\bar{f} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$.

Trabalhando no termo transiente da Equação 10 em uma fração de volume do sistema de índice i , ou volume de controle i , tem-se a Equação 15.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_i} dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Delta x_i} \int_{\Delta y_i} \int_{\Delta z_i} dx dy dz = W \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Delta x_i} H dx \quad (15)$$

Sendo na Equação 15, $\Delta y_i = W$, referindo-se à largura da tela e $\Delta z_i = H$, referindo-se a altura de fluido sobre a tela, lembrando que H é uma função de posição e tempo, conforme mostrado na Equação 13.

Aplicando a definição de propriedade média, apresentada na Equação 14, às Equações 10, 11 e 12, juntamente com o teorema da divergência de Gauss, obtém-se as Equações 16, 17 e 18.

$$\frac{d\bar{H}_i}{dt} = \frac{1}{\Delta x_i} \left(-(H v_x) \Big|_{i-1/2}^{i+1/2} + \int_{\Delta x_i} u_z dx + \frac{\tilde{Q}_A}{W} \right) \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{d(\bar{v}_x V)_i}{dt} = W \left(-(H v_x^2) \Big|_{i-1/2}^{i+1/2} + \int_{\Delta x_i} v_x u_z dx + \frac{1}{3\rho} \left(4H \frac{\partial v_x}{\partial x} + u_z \right) \Big|_{i-1/2}^{i+1/2} + \right. \\ \left. -(g \sin \alpha + a_x) \int_{\Delta x_i} H dx \right) + \tilde{Q}_A v_{x,A} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\frac{d(\bar{u}_z V)_i}{dt} = W \left(-(H v_x u_z) \Big|_{i-1/2}^{i+1/2} + 2 \int_{\Delta x_i} u_z^2 dx - \int_{\Delta x_i} \frac{\mu u_z}{\rho C_p} dx + \frac{\mu}{\rho} \left(H \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \Big|_{i-1/2}^{i+1/2} + \right. \\ \left. -(g \cos \alpha + a_z) \int_{\Delta x_i} H dx \right) \quad (18)$$

Nas Equações 16, 17 e 18, foram desprezados os efeitos do gradiente de altura com a posição no equacionamento. Na Equação 16, o termo \tilde{Q}_A (Equação 19), referente à vazão volumétrica de fluido de alimentação, é um pseudo termo fonte, utilizado como artifício matemático para desvincular a alimentação da fronteira à esquerda do domínio, dessa forma “suavizando” o processo de resolução da equação. \tilde{Q}_A é a própria vazão de alimentação no primeiro volume de controle e é um valor nulo nos demais, visto que a alimentação de fluido ocorre somente no primeiro volume de controle.

$$\tilde{Q}_A = \begin{cases} Q_A, & \text{se } i = 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (19)$$

Analogamente, $v_{x,A}$ é a velocidade de alimentação da suspensão no sistema. Neste estudo, considerou-se que toda quantidade de movimento inserida no sistema por meio da alimentação atua somente na direção x .

Nas Equações 16, 17 e 18, os termos de derivada parcial em relação ao tempo foram substituídos pelo operador de derivada total, visto que, as propriedades médias em questão não variam com a posição dentro do volume de controle i em consideração.

Para a resolução do modelo neste ponto, basta a especificação das condições iniciais e de contorno e da metodologia de resolução espacial e temporal. Como já dito no início desta subseção, este trabalho emprega o método dos volumes finitos para a resolução no domínio espacial das equações. Porém, o método dos volumes finitos consiste em uma família de métodos, cada qual com suas vantagens e desvantagens. A abordagem mais simples de método dos volumes finitos consiste em utilizar o centro do volume de controle como representação da média e aproximar os fluxos por fórmulas de diferenças finitas. Essa abordagem, embora seja, teoricamente, fácil de implementar, requer a utilização de arranjos desencontrados para avaliação dos fluxos nas interfaces, além de garantir apenas ordem 2 de precisão espacial (considerando o uso de diferenças centradas e *upwind* de segunda ordem) (FERZIGER et al., 2020). Por se tratar de um modelo com várias não-linearidades, optou-se neste trabalho por utilizar o esquema de volumes finitos por reconstrução de alta ordem proposto por

Barbosa e Gedraite (2021), em que as variáveis são reconstruídas por meio de polinômios de alta ordem a partir das médias das propriedades (entende-se por alta ordem, ordens de precisão maiores que 2) e os fluxos são obtidos a partir dos polinômios, evitando a necessidade do uso de arranjos desconstruídos.

As Equações 16, 17 e 18, representam um sistema de equações diferenciais ordinárias em cada equação, visto que todas as equações precisam ser resolvidas para todos os volumes de controle simultaneamente. Como método de integração temporal, é utilizado neste trabalho o método de Runge-Kutta clássico de quarta ordem (CHAPRA; CANALE, 2015).

O método de Runge-Kutta utilizado pode ser diretamente aplicado sobre a Equação 16 tal como é apresentado na literatura. Entretanto, nas Equações 17 e 18, o resultado do processo de integração temporal é o produto da velocidade média na direção de interesse pelo volume do volume de controle. Porém, é desejado para a reconstrução somente o valor das velocidades médias e não o produto citado. Todavia, o que os métodos numéricos de integração no tempo fazem é simplesmente obter aproximações para a Equação 20.

$$\int_t^{t+\Delta t} \frac{dy}{dt} dt = \int_t^{t+\Delta t} f(t, y) dt \Rightarrow y(t + \Delta t) = y(t) + \int_t^{t+\Delta t} f(t, y) dt \quad (20)$$

Assumindo que $y = (\bar{\psi} V)_i$, em que $\bar{\psi}$ é uma das velocidades médias envolvidas na modelagem do problema, a aplicação do Runge-Kutta de quarta ordem sobre as Equações 17 e 18 deve seguir o procedimento da Equação 21.

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi^{(0)} = \bar{\psi}_i^n \quad V^{(0)} = V_i^n, \\ R_1 = R(\psi^{(0)}, t), \\ \psi^{(1)} = \frac{\psi^{(0)} V^{(0)} + \Delta t/2 R_1}{V^{(1)}}, \\ R_2 = R(\psi^{(1)}, t + 0,5\Delta t), \\ \psi^{(2)} = \frac{\psi^{(0)} V^{(0)} + \Delta t/2 R_2}{V^{(2)}}, \\ R_3 = R(\psi^{(2)}, t + 0,5\Delta t), \\ \psi^{(3)} = \frac{\psi^{(0)} V^{(0)} + \Delta t R_3}{V^{(3)}}, \\ R_4 = R(\psi^{(3)}, t + \Delta t), \\ \bar{\psi}_i^{n+1} = \frac{\psi^{(0)} V^{(0)} + \Delta t/6 (R_1 + 2R_2 + 2R_3 + R_4)}{V_i^{n+1}}. \end{array} \right. \quad (21)$$

Na Equação 21, $V^{(j)}$ é referente ao j -ésimo passo para o volume no processo de integração temporal por Runge-Kutta, lembrando que $V_i = W\Delta x_i \bar{H}_i$. Observe-se que, embora as três equações devam ser resolvidas simultaneamente, a Equação 16 deve ser resolvida primeiro, visto que o volume é calculado a partir da altura média. Outro detalhe é que, caso o volume em um estágio de tempo superior, seja nulo, a referida propriedade média deve ser nula também, visto que a ausência de volume implica na ausência de matéria e, conseqüentemente, de velocidades.

Tendo-se discutido sobre a metodologia de resolução espacial e temporal das equações que compõem o modelo, resta agora apresentar as condições iniciais e de contorno para que seja possível a resolução do modelo.

Em relação às condições inicial e de contorno da Equação 16, tem-se que no instante de tempo $t = 0$, tem-se uma distribuição de alturas conhecida ao longo do comprimento da tela da peneira (H_S), sendo esta altura um valor constante, incluindo zero, ou variável com a posição. Em relação às condições de contorno, tem-se que em ambos os contornos, início ($x = 0$) e final ($x = L$), a derivada da altura no ponto é igual à zero, sendo essa condição definidora de ausência de fluxo ou presença de máximos e mínimos. Matematicamente, essas condições são expressas pela Equação 22.

$$\left\{ \begin{array}{l} H(0, x) = H_S \\ \frac{\partial H}{\partial x}(t, 0) = 0 \\ \frac{\partial H}{\partial x}(t, L) = 0 \end{array} \right. \quad (22)$$

Em relação às duas velocidades, a determinação da condição inicial é análoga ao caso da altura, em relação aos contornos, em $x = 0$, considerou-se que não há velocidades em ambas as direções, ou seja, a velocidade é nula, em $x = L$, assumiu-se que a derivada da velocidade, em ambas as direções, é igual à zero, representando uma condição de ausência de fluxo ou presença de máximos e mínimos. As condições inicial e de contorno para as velocidades na direção x e z estão representadas, respectivamente, pelas Equações 23 e 24.

$$\begin{cases} v_x(0, x) = v_{x,S} \\ v_x(t, 0) = 0 \\ \frac{\partial v_x}{\partial x}(t, L) = 0 \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} u_z(0, x) = u_{z,S} \\ u_z(t, 0) = 0 \\ \frac{\partial u_z}{\partial x}(t, L) = 0 \end{cases} \quad (24)$$

Na próxima seção, são apresentados um estudo de caso sobre a resolução do modelo proposto e as análises destes resultados.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para resolução do modelo proposto, é necessário que algumas constantes, relativas ao movimento da peneira vibratória e às propriedades físicas do fluido, sejam especificadas. Na Tabela 1, é proposto um conjunto de valores que foram utilizados na resolução do modelo. Como dimensões da tela, utilizou-se as dimensões de uma peneira vibratória real de modelo *MONGOOSE PRO Shaker* da fabricante *MI-Swaco*. As propriedades do fluido referem-se às da água pura. As amplitudes de vibração foram obtidas considerando que uma peneira vibratória, operando a 1800 RPM, com movimento linear e ângulo de vibração de 45°, produza uma aceleração de 6,5 g (6,5 vezes a aceleração da gravidade).

Tabela 1 - Parâmetros utilizados na resolução do modelo.

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Comprimento da tela	L	2,34	m
Largura da tela	W	1,165	m
Amplitude de vibração em x	A_x	$1,27 \cdot 10^{-3}$	m
Amplitude de vibração em z	A_z	$1,27 \cdot 10^{-3}$	m
Aceleração da gravidade	g	9,81	$m s^{-2}$
Massa específica do fluido	ρ	1000	$kg m^{-3}$
Viscosidade dinâmica do fluido	μ	$9,0 \cdot 10^{-4}$	$kg m^{-1} s^{-1}$

Fonte: Os autores.

No cenário apresentado neste estudo, considerou-se que no instante inicial a tela da peneira vibratória está vazia. Sendo assim, as condições iniciais de altura e velocidade nas direções x e z são nulas. Neste estudo, a vazão de alimentação é mantida constante em $Q_A = 0,01 \frac{m^3}{s}$. Em todos os casos simulados, utilizou-se a capacitância da tela para o cálculo da queda de pressão, sendo o valor da capacitância definido por $C_p = 3,5529 \cdot 10^{-8} m$.

A velocidade de alimentação na direção x ($v_{x,A}$) foi obtida a partir da Equação 25.

$$v_{x,A}(t) = \frac{Q_A}{H(t,0) \cdot W} \quad (25)$$

Cabe lembrar, que como citado, no processo de integração no tempo, a altura é atualizada antes da velocidade na direção x , o que garante a consistência da Equação 25.

O modelo utiliza a saturação de velocidade nas direções x e z para resolver o escoamento na tela da peneira. Na direção x (Equação 26), a saturação se justifica pelo fato de que quantidades de movimento negativas na direção x (decorrentes de velocidades negativas) interagem com quantidades de movimento positivas que entram no sistema pela vazão de alimentação. Esta interação resulta em uma anulação parcial ou total da velocidade nesta direção, mas pode não levar em conta perdas de carga e diferenças de massa ao longo da tela.

Na direção z (Equação 27), a saturação é necessária para evitar entradas fictícias através da fronteira $(x, 0)$. No entanto, isso introduz erros no comportamento real do processo. Velocidades positivas na direção z representam o desprendimento do fluido da tela. Para modelar adequadamente este fenômeno, seria necessário incluir uma fase gasosa (ar) acima da camada de fluido, exigindo o uso de modelos multifásicos para a modelagem do problema. A Figura 2 ilustra o desprendimento do fluido da tela.

$$v_x(t, x) = \begin{cases} v_x^R(x), & \text{se } v_x^R(x) > 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (26)$$

$$u_z(t, x) = \begin{cases} u_z^R(x), & \text{se } u_z^R(x) < 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (27)$$

Nas Equações 26 e 27, o superíndice R denota o polinômio de reconstrução que representa a referida velocidade em um determinado instante de tempo t .

Figura 2 - Comportamento do fluido submetido ao peneiramento vibratório

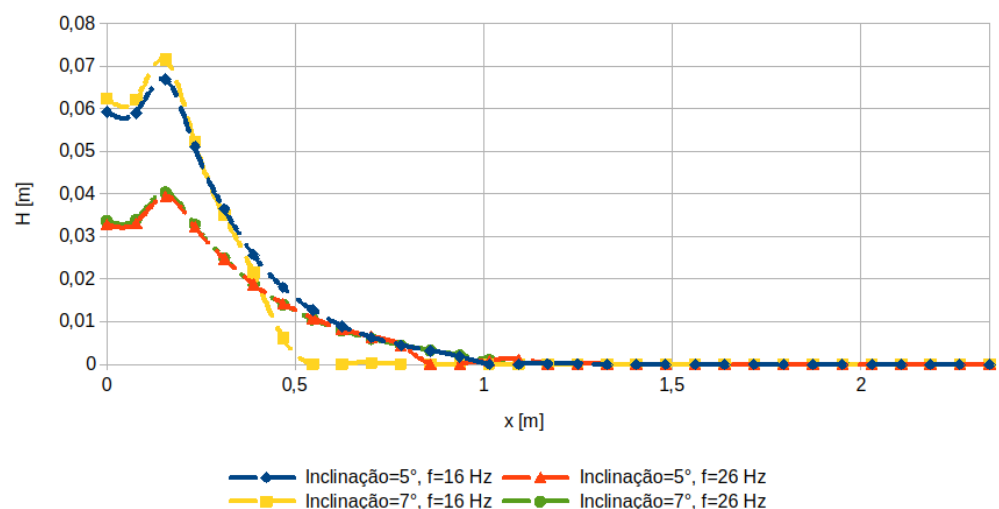


Fonte: Os autores.

Para a simulação, utilizou-se uma reconstrução de ordem 3, em uma malha com 30 volumes de controle, utilizou-se $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$ segundos (esse passo de tempo foi adotado de forma a suprir os critérios de estabilidade do método de Runge-Kutta clássico de quarta ordem nos cenários simulados) . Toda a metodologia de resolução foi implementada em linguagem de programação C++ combinada com a biblioteca de processamento paralelo *OpenMP*.

Na Figura 3 estão apresentados os comportamentos para a altura nos estados estacionários para as inclinações de 5° e 7° e frequências de vibração dos motores de 16 e 26 Hz.

Figura 3 - Comportamento da altura em estado estacionário para uma vazão $Q_A = 0,01 \frac{m^3}{s}$.



Fonte: Os autores.

Na Figura 3, nota-se que maiores frequências de vibração dos motores resultaram em menores alturas de líquido sobre a tela da peneira, enquanto que frequências mais baixas implicaram em alturas maiores, independentemente da inclinação. Contudo, uma inclinação mais elevada combinada com uma frequência mais baixa resultou em uma menor fração do comprimento da tela preenchido por fluido. Este comportamento já era esperado, com base em uma análise qualitativa da Equação 16. Observa-se que maiores frequências de vibração geram maiores velocidades na direção z , favorecendo a passagem de fluido pelas aberturas da tela, mesmo que a velocidade na direção x também aumente devido à alta frequência. Menores velocidades na direção x resultam em maiores tempos de residência (tempo que uma partícula — seja ela de líquido, sólido ou mistura de ambos — permanece sobre a tela da peneira), favorecendo a passagem de fluido pelas tramas da tela. Portanto, observa-se que o aumento da frequência de vibração dos motores favorece a retirada de fluido do sistema em termos de maiores vazões passando pelas aberturas da tela da peneira, mas desfavorece a retirada de fluido do sistema no sentido de reduzir o tempo de residência do fluido sobre a tela. Para o caso específico exibido na Figura 3, verifica-se que uma maior velocidade na direção z favorece mais a passagem de fluido pelas aberturas da tela do que um maior tempo de residência, ocasionado por uma menor velocidade na direção x .

Quanto ao efeito da inclinação, ocorre algo análogo ao discutido para o efeito da frequência de vibração dos motores. Menores inclinações favorecem a passagem de fluido pelas aberturas, induzindo um efeito gravitacional mais significativo na Equação 18, o que resulta em maiores velocidades na direção z e, conseqüentemente, maiores vazões de líquido que passa pelas aberturas da tela da peneira. No entanto, menores inclinações aumentam a velocidade na direção x , reduzindo o tempo de residência do líquido sobre a tela da peneira, desfavorecendo essa passagem de fluido. Nos casos apresentados na Figura 3, observa-se que a inclinação teve pouco impacto em casos de frequência mais elevada; entretanto, em casos de frequência mais baixa, a fração do comprimento da tela preenchido por fluido foi menor para a inclinação mais elevada, indicando que, para frequências mais baixas, uma maior inclinação favorece a drenagem de fluido através das telas da peneira.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em se tratando do peneiramento vibratório utilizado na etapa de controle de sólidos da indústria de petróleo, diversas variáveis precisam ser levadas em consideração para que seja possível determinar a melhor condição de operação

do equipamento. A vida útil das telas é um fator crucial a ser considerado, visto que são partes frágeis e que envolvem alto custo de substituição.

Este trabalho apresenta uma proposta de modelo para determinação da proporção da tela da peneira vibratória ocupada por fluido em função das variáveis operacionais. O alto custo computacional da resolução do modelo não possibilitou a análise e discussão de uma quantidade ampla de cenários, entretanto, as condições analisadas se mostraram coerentes com o modelo proposto, permitindo realizar inferências quantitativas sobre o comportamento da distribuição de fluido sobre a tela.

Vale ressaltar que, pelo fato deste trabalho não abordar o efeito da presença de sólidos, as melhores condições de operação, que podem ser encontradas a partir do modelo, podem não ser adequadas à operação real. Entretanto, a saída do modelo pode fornecer *insights* valiosos que podem ser extrapolados para o caso de uma alimentação em que haja presença de sólidos, em especial nos trechos da tela próximos à alimentação, nos quais a fase líquida é predominante em relação à fase sólida.

Agradecimentos

Ao apoio financeiro recebido da CAPES e da PETROBRAS S.A.

Referências Bibliográficas

AMERICAN ASSOCIATION OF DRILLING ENGINEERS. **Shale shaker and drilling fluids systems**: Techniques and technology for improving solids control management. 1. ed. Houston: Elsevier Science, 1999.

BARBOSA, R. Y. M.; GEDRAITE, R. Desenvolvimento de um método dos volumes finitos de alta ordem para resolução de equações diferenciais parciais unidimensionais. In: XXIV ENMC – Encontro Nacional de Modelagem Computacional, 2021, Online. Anais do XXIV ENMC – Encontro Nacional de Modelagem Computacional. Uberlândia: Even3, 2021.

BARBOSA, V. P. **Avaliação de fatores operacionais em processo de peneiramento vibratório aplicado à separação sólido-líquido com auxílio de técnicas de análise de imagem**. Orientador: Carlos Henrique Ataíde. 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – Faculdade de Engenharia Química, UFU, Uberlândia, 2018.

BARBOSA, V. P.; MENEZES, A. L.; GEDRAITE, R.; ATAÍDE, C. H. Vibration screening: A detailed study using image analysis techniques to characterize the bed behavior in solid-liquid separation. **Minerals Engineering** (154), 2020. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2020.106383>

BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. **Transport phenomena**. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, 2007.

BRIDGES, S.; ROBINSON, L. **A practical handbook for drilling fluids processing**. 1. ed. Cambridge: Elsevier, 2020.

CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. **Numerical methods for engineers**. 7. ed. New York: McGraw-Hill Education, 2015.

FERZIGER, J. H.; PERIC, M.; STREET, R. L. **Computational methods for fluid dynamics**. 4. ed. Cham: Springer Nature Switzerland, 2020.

MENEZES, A. L.; BARBOSA, V. P.; MALAGONI, R.A.; GEDRAITE, R.; ATAÍDE, C. H. Evaluation of the residual moisture content in pilot scale vibrating screening operating with pressure reduction in the screen drying region. **Powder Technology** (369), 2020 17-24. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2020.05.007>

NASCENTES, C. L. **Separação sólido-fluido de perfuração em peneiras vibratórias**. Orientador: Luís Cláudio Oliveira Lopes. 2019. Tese (Doutorado em Engenharia Química) – Faculdade de Engenharia Química, UFU, Uberlândia, 2019.

ROBERT, R. W.; MCDONALD, A. T. **Introdução à mecânica dos fluidos**. 4. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1995.

SCOTT, E.; VARCO, N. O. Automatic shaker control. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. IADC/SPE Drilling Conference, 2006. [S. l.], 2006.

THOMAS, J. E. **Fundamentos de engenharia de petróleo**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência: PETROBRAS, 2004.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An introduction to computational fluid dynamics**. 2. ed. Harlow: Person, 2007.

WHITE, C. E. **Statistical analyses supporting final effluent limitations guidelines and standards for synthetic-based drilling fluids and other non-aqueous drilling fluids in the oil and gas extraction point source category**. United States Environmental Protection Agency, Office of Water, 2000.