Revista Tocantinense de Matematica
Vol. 1, n. 1, 2026, p. 1–11
DOI: 10.20873/retmat.uft.v1n1.2026.23167
Recebido: 28 de maio de 2026
Aceito: 16 de junho de 2026

Matemática e Música: A Construção da Flauta de Pã como Recurso Pedagógico

Douglas Catulio Santos[1,*], Eudes Antonio Costa[2]

Resumo

O presente artigo destaca uma interseção entre Matemática e Música por meio da construção artesanal da flauta de Pã (zampoña ou flauta peruana) como estratégia pedagógica no ensino de Matemática. Exploramos alguns fundamentos físico-matemáticos da acústica musical, em conexão com os assuntos razões, proporções e sequências numéricas. O trabalho explora uma sequência de atividades didáticas e integradoras que utiliza materiais de baixo custo como mediadores concretos para o desenvolvimento de conceitos matemáticos. Discutem-se os desafios do isolamento social nos anos de 2020 a 2022, as possibilidades das plataformas digitais e a relevância da interdisciplinaridade para uma aprendizagem significativa. Conclui-se que a atividade mobiliza competências matemáticas essenciais, fomenta a criatividade e promove a cultura latino-americana, constituindo-se uma alternativa viável e afetivamente engajadora.

Palavras-chave: Interdisciplinaridade, Matemática, Música, Sequência de Atividades

MSC 2020: 00A35, 00A65, 11B37

Sumário

[1] Universidade Federal do Oeste da Bahia (UFOB), Bahia, Brasil. E-mail: `douglas.s0597@ufob.edu.br`. ORCID: 0000-0002-5221-6087.
[*] Autor correspondente.
[2] Universidade Federal do Tocantins (UFT), Campus de Arraias, Tocantins, Brasil. E-mail: `eudes@uft.edu.br`. ORCID: 0000-0001-6684-9961.

1 Introdução

A flauta de Pã é conhecida como zampoña nas regiões andinas, siku no quéchua, ou simplesmente flauta peruana no cenário brasileiro. Conforme Brochini [12], a flauta de Pã é um instrumento de sopro constituído por uma série de tubos ocos de diferentes comprimentos, dispostos lado a lado, em que cada tubo produz uma nota específica conforme o seu tamanho. Brochini [12, p. 16] ressalta que o instrumento é "tradicionalmente feito de cana, bambu ou madeira, dispostos lado a lado e unidos por uma base. Cada tubo produz uma nota específica, determinada pelo seu tamanho: quanto maior o tubo, mais grave é o som; quanto menor, mais agudo".

Sua construção artesanal, que pode ser realizada com canos de PVC, bambu, canudos plásticos ou qualquer material circular oco. Essa construção envolve diretamente conceitos matemáticos como razões, proporções, funções, progressões geométricas e a relação inversa entre comprimento e frequência sonora. Por isso, constitui-se em um objeto pedagógico privilegiado para uma abordagem interdisciplinar envolvendo Matemática, Física e Artes.

O presente artigo tem como objetivo central apresentar, fundamentar e relatar uma proposta pedagógica interdisciplinar que utiliza a construção da flauta de Pã como ferramenta para o desenvolvimento de competências matemáticas no ensino remoto. Para tanto, articula os fundamentos físico-matemáticos da teoria musical, a análise do contexto do ensino remoto[1] e seus paradigmas, a descrição de uma sequência de atividades aplicável em plataformas digitais e, por fim, a discussão dos resultados esperados e das implicações para a prática docente.

Este trabalho está estruturado da seguinte forma. Esta Introdução que apresenta a flauta de Pã e conecta com um relato de experiência predominantemente vivenciado no ensino remoto emergencial. A Seção 2 articula aspectos físico-matemáticos, pedagógicos e histórico-culturais relacionados à construção da flauta de Pã. Fundamentado nas contribuições da escola pitagórica e nas leis acústicas de Mersenne, o estudo evidencia a relação entre frequência sonora, comprimento dos tubos, razões, proporções e progressões geométricas presentes nas escalas musicais. No âmbito pedagógico, evidencia-se Ensino Remoto Emergencial e a utilização de metodologias ativas associadas à aprendizagem significativa de Ausubel, valorizando o protagonismo dos aprendentes, bem como o uso de materiais concretos. Além disso, destaca-se a relevância histórico-cultural da flauta de Pã como instrumento ancestral presente em diversas civilizações, especialmente nas culturas andinas latino-americanas. Na Seção 3 apresentamos a Proposta Pedagógica conectando matemática, música e física por meio da construção experimental de uma flauta de Pã, destinada a estudantes do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio. Desenvolvida em quatro encontros síncronos, a sequência de atividades aborda razões e proporções, proporcionalidade inversa, progressões geométricas e conceitos elementares de acústica. As atividades envolvem investigação, modelagem matemática, construção de instrumentos e análise experimental das frequências sonoras. Além de favorecer a aprendizagem interdisciplinar, a proposta propicia um raciocínio lógico, a participação colaborativa e a compreensão da presença da matemática em fenômenos musicais. Enquanto na Seção 5 analisamos como a proposta integra competências da BNCC [11] ao relacionar matemática, música e aprendizagem experiencial. Os encontros abordam proporcionalidade, funções, progressões e erro percentual de forma contextualizada e investigativa. A atividade favorece protagonismo, experimentação

[1] Parte deste relato privilegia atividades realizadas durante o isolamento social recomendado pela Organização mundial da Saúde (OMS) em razão da pandemia de COVID-19

concreta e interdisciplinaridade, articulando teoria e prática mesmo em contextos de ensino remoto, além de despertar a criatividade, autonomia e valorização estética da matemática. Por fim, na Seção 6 refletimos como essa proposta interdisciplinar entre Matemática, Física e Música (Arte), utilizando a construção artesanal da flauta de Pã promove aprendizagem significativa, criatividade e engajamento afetivo, articulando conceitos matemáticos, musicais, culturais e experiências práticas no processo educacional.

2 Referencial teórico

O referencial teórico do trabalho articula quatro dimensões complementares. Do ponto de vista físico-matemático, a relação entre som e número remonta à escola pitagórica e foi formalizada por Mersenne no século XVII (veja [3, 10, 14, 19, 27, 28] entre outros), estabelecendo que a frequência fundamental de um tubo é inversamente proporcional ao seu comprimento, princípio que governa toda a construção da flauta de Pã e permite trabalhar, de forma contextualizada, razões, proporções, funções de proporcionalidade inversa e progressões geométricas. As últimas estão presentes tanto na escala pitagórica, fundamentada em razões de números inteiros, quanto na escala temperada, que divide a oitava em doze semitons iguais por meio de uma razão constante de $\sqrt[12]{2}$, veja por exemplo [1, 22, 27].

No plano pedagógico, distingue-se o Ensino Remoto Emergencial (ERE) na modalidade de ensino a distância planejado. O ERE impôs adaptações abruptas que evidenciaram desigualdades estruturais, mas também abriu espaço para metodologias ativas e para o protagonismo estudantil, tornando especialmente relevantes propostas que articulam o cotidiano dos estudantes com a manipulação de objetos concretos, em consonância com a aprendizagem significativa de Ausubel [8, 21]. Por fim, do ponto de vista histórico-cultural, a flauta de Pã figura entre os instrumentos mais antigos da humanidade, presente de forma independente em civilizações como China, Egito, Grécia e, sobretudo, nas culturas andinas da América do Sul, sendo sua origem mitológica atribuída ao deus Pã na tradição grega [6, 15, 23]; incorporá-la ao currículo constitui, portanto, não apenas uma estratégia didática, mas também um gesto de reconhecimento da cultura latino-americana.

2.1 A Matemática no Som: Breve História de uma Relação Milenar

A descoberta de que a harmonia musical obedece a relações numéricas simples é atribuída à escola pitagórica. Seguindo a tradição literária ou historiográfica na matemática (veja [10, 17, 26] entre outros), Pitágoras teria observado que martelos de pesos diferentes, ao serem golpeados, produziam sons que formavam intervalos musicais agradáveis quando as massas guardavam razões de números inteiros pequenos. Embora a lenda do ferreiro não possua fundamentos históricos comprobatórios, ela ilustra uma descoberta genuína de que a teoria musical está matematicamente fundamentada.

Em instrumentos de sopro, como a flauta de Pã, o fator que determina a frequência do som produzido é o comprimento da coluna de ar inserida no instrumento. Essa relação foi proposta pelo matemático e monge francês Marin Mersenne no século XVII, em sua obra *Harmonie Universelle (1636).* De acordo com Nussenzveig em [22] a lei de Mersenne estabelece que, para um tubo de comprimento L e velocidade do som v no ar, a frequência fundamental , denotada por f, de um tubo aberto é dada por

$$f = \frac{v}{2L} \ , \tag{1}$$

onde $v \approx 343\ m \setminus s$ a 20 ºC para um tubo fechado em uma das extremidades, como ocorre nos tubos de uma flauta de Pã, a coluna de ar vibra de modo que apenas os harmônicos ímpares são produzidos. Desse modo, a frequência fundamental, conforme a Lei de Mersenne é dada por:

$$f = \frac{v}{4L} \ . \tag{2}$$

Essa relação inversamente proporcional entre o comprimento e a frequência é o arcabouço matemático de toda a construção da flauta. Ela traduz, na linguagem algébrica matemática, a experiência sensorial de que tubos de menor comprimento produzem sons mais agudos e tubos maiores produzem sons mais graves.

2.2 Razões, Proporções e a Escala Musical

A escala diatônica ocidental, conhecida popularmente como *Dó-Ré-Mi-Fá-Sol-Lá-Si*, pode ser construída a partir de relações de frequências estruturadas em razões entre números inteiros. A tabela pitagórica, que utiliza o intervalo conhecido como intervalo de quinta justa, de razão 3 : 2, produz uma combinação específica de sons com frequências que interagem matematicamente. Estes sons são chamados de notas musicais. Na afinação justa *(just intonation)*, as razões entre as frequências das notas e a *fundamental*, exibidas pelas Equações (1) e (2), são expressas por frações simples, como mostra a Tabela 1.

Tabela 1: Relação entre notas musicais, razões, comprimentos dos tubos e frequências.

Nota	**Razão**	**Comprimento**	**Freq. (Hz)**
Dó (C4)	1	$33,0$ cm	$261,6$ Hz
Ré (D4)	$\frac{8}{9}$	$29,3$ cm	$293,7$ Hz
Mi (E4)	$\frac{4}{5}$	$26,4$ cm	$329,6$ Hz
Fá (F4)	$\frac{3}{4}$	$24,8$ cm	$349,2$ Hz
Sol (G4)	$\frac{2}{3}$	$22,0$ cm	$392,0$ Hz
Lá (A4)	$\frac{3}{5}$	$19,8$ cm	$440,0$ Hz
Si (B4)	$\frac{8}{15}$	$17,6$ cm	$493,9$ Hz
Dó (C5)	$\frac{1}{8}$	$16,5$ cm	$523,3$ Hz

Fonte: [26]

Observa-se que as razões contidas na terceira coluna da Tabela 1 são exatamente as razões dos comprimentos dos tubos em relação ao tubo de maior dimensão (Dó Grave). Este fato ocorre porque, pela Equação (2), temos que $L = \frac{v}{4f}$. Assim, mantendo-se a velocidade v constante, o comprimento L é inversamente proporcional à frequência f. Portanto, a razão entre dois comprimentos corresponde ao inverso da razão entre as respectivas frequências. Essa inversão direta entre comprimento e frequência é um resultado poderoso que permite ao aprendente verificar empiricamente uma relação matemática robusta.

Do ponto de vista das progressões geométricas, a escala temperada, mais comumente utilizada nos pianos, é construída pela divisão da oitava em 12 semitons iguais. Nesse sistema, a razão entre as frequências de duas notas consecutivas é constante e dada por $\sqrt[12]{2} \approx 1{,}0595$. Assim, cada nota é obtida multiplicando-se a frequência da nota anterior por essa razão positiva, formando uma progressão geométrica que organiza as frequências dos tons e semitons da escala musical, conforme destacado em [26, 27].

2.3 Ensino Remoto Emergencial: Contexto, Desafios e Possibilidades

O isolamento social nos anos de 2020 a 2022, com a restrição de acesso a alguns espaços sociais (públicos), como as escolas impôs ao sistema educacional brasileiro e mundial um dilema sem precedentes. Com a restrição ou limitação de acesso as escolas e de outras repartições públicas, coube aos órgãos educacionais a oferta e gerenciamento de um outro modo de estudo, dessa forma ocorreu uma migração total ou parcial ao sistema de ensino remoto de forma emergencial, desencadeando um desafio para professores e estudantes em adaptar e reinventar os processos pedagógicos em ambientes ainda pouco explorados.

Há uma diferença fundamental entre ERE e a modalidade de ensino a distância (EaD) planejada. A modalidade EaD é estruturada com metodologias, materiais didáticos e infraestrutura pensados especificamente para o ensino remoto. O ERE, por sua vez, surgiu como uma resposta emergencial e excepcional à crise sanitária vivenciada durante a pandemia COVID-19, marcada pela necessidade abrupta da adaptação às práticas educacionais presenciais ao uso de plataformas digitais, conforme apregoa [16]. Essa transposição repentina, sem preparação prévia adequada, evidenciou limitações estruturais significativas, entre elas a desigualdade de acesso a dispositivos tecnológicos e à internet, a sobrecarga dos professores, as dificuldades para promover o engajamento e a participação dos estudantes nas atividades propostas e a ausência da dimensão corporal e sensorial própria do ensino presencial. Por outro lado, o ERE também possibilitou novas formas de ensinar e aprender. A necessidade de adaptação ao contexto remoto impulsionou a criatividade docente e estimulou a busca por metodologias ativas capazes de tornar as atividades mais significativas. Além disso, esse cenário favoreceu o protagonismo do aprendente, uma vez que, fora da modalidade presencial, ele precisou assumir uma postura mais autônoma diante de sua aprendizagem, já que a interação com o professor não ocorria de forma plena e imediata como no ensino presencial.

Nesse contexto, propostas de ensino que relacionam os saberes escolares ao cotidiano dos estudantes e incorporam a manipulação de objetos concretos mostraram-se especialmente relevantes para manter a motivação, favorecer o engajamento e promover uma aprendizagem significativa. Tal perspectiva dialoga com a teoria ausubeliana, conforme apresentada em [8, 9, 21, 20], ao defender que a aprendizagem ocorre de modo mais efetivo quando novos conceitos se ancoram em conhecimentos prévios presentes na estrutura cognitiva do sujeito. A construção da flauta de Pã apresenta-se como uma proposta didática coerente com esse modelo, pois pode ser realizada individualmente, no ambiente doméstico, com materiais simples, de baixo custo ou recicláveis. O processo de construção também pode ser registrado e socializado por meio de fotos, vídeos e encontros em plataformas digitais. Por integrar dimensões manuais, sonoras, visuais e matemáticas, a atividade mobiliza diferentes formas de aprendizagem e múltiplas inteligências, conforme [4], além de favorecer o desenvolvimento integral do estudante, em consonância com as orientações da BNCC [11].

2.4 A Flauta de Pã: Aspectos Histórico-Culturais

A flauta de Pã é um dos instrumentos musicais mais antigos da humanidade, com registros arqueológicos que remontam a pelo menos 6.000 anos em diversas culturas independentes, como China, Grécia, Roma, Egito e, de forma especialmente rica, nas civilizações andinas da América do Sul, onde cerâmicas encontradas em túmulos de grandes civilizações anteriores ao período Inca frequentemente retratam o instrumento, atestando sua importância nas culturas pré-hispânicas [6, 12]. Na mitologia grega, o instrumento é atribuído ao deus Pã, divindade dos pastores e da natureza selvagem, que teria criado o instrumento a partir de juncos ao tentar capturar a ninfa Sírinx, transformada em cana para escapar de seu assédio [23]. Esse vínculo entre música, natureza e mitologia reflete a centralidade que os instrumentos de sopro ocupavam na vida religiosa e cultural do mundo antigo [10, 15].

Nos Andes, a zampoña e o siku constituem elementos centrais da musicalidade andina, presentes em rituais religiosos, festas e cotidiano de povos originários. A construção e o toque desses instrumentos são saberes transmitidos a gerações e constituem uma expressão de identidade cultural. Incorporar esse instrumento ao currículo escolar é também um gesto de reconhecimento e valorização da cultura latino-americana, em consonância com os princípios da educação intercultural.

3 Proposta Pedagógica

A proposta pedagógica apresentada a seguir foi desenvolvida para turmas do 7^o ao 9^o ano do Ensino Fundamental II e da 1^a série do Ensino Médio, com possibilidade de adaptação para outros níveis de ensino. Estrutura-se em quatro encontros síncronos de 50 minutos cada[2]. Os principais conteúdos matemáticos abordados são: razões e proporções, funções de proporcionalidade inversa, progressões geométricas e noções elementares de física ondulatória.

3.1 Encontro 1 : O Som tem Matemática?

O primeiro encontro tem por objetivo despertar a curiosidade e apresentar o problema de pesquisa: como a matemática determina a música? O professor inicia com uma provocação audiovisual — uma gravação de flauta de Pã andina seguida de um gráfico de onda senoidal e o seguinte questionamento: "O que esses dois elementos têm em comum?" Após a discussão inicial, apresenta-se o conceito inicial da frequência (Hz) e sua relação com a percepção de agudo e grave. Além de apresentar um exemplo de como as frequências estão presentes no cotidiano humano. Introduz-se a Lei de Mersenne de forma intuitiva, partindo de situações reais ou concretas: por que cordas de violão mais longas produzem sons mais graves? Por que flautas maiores são mais graves?

A atividade assíncrona consiste em os estudantes buscarem três instrumentos musicais de sua cultura e investigarem como o tamanho influencia o som produzido, registrando as observações em um formulário digital disponibilizado pelo docente.

3.2 Encontro 2: Do Som ao Número: As Razões Musicais

O segundo encontro aprofunda a relação matemática entre comprimento e frequência. Com base na Equação (2), os estudantes calculam os comprimentos de tubo necessários para a modelagem de cada nota na escala diatônica em *Dó*, verificando que os valores encontrados correspondem exatamente àqueles presentes na Tabela 1. O professor media a atividade de cálculo colaborativo na lousa digital. Para favorecer a interação entre os estudantes, a turma pode ser dividida em grupos, e em cada grupo fica um estudante responsável por calcular o comprimento de uma nota.

Em seguida, introduz-se a noção de proporcionalidade inversa: quando o comprimento do tubo dobra, a frequência é reduzida à metade. Essa relação permite apresentar, de forma contextualizada, o conceito de intervalo de oitava. Essa observação conecta a matemática à experiência auditiva de forma direta. Ao final, os aprendentes recebem o "kit de medidas" formado pela tabela de comprimentos das notas e a lista de materiais para a construção da flauta.

Os materiais necessários para a construção são:

- Cano de PVC rígido de 1/2 polegada (diâmetro interno $\approx$ 13 mm), cortado nos comprimentos indicados na Tabela 1, ou canudos plásticos rígidos de diâmetro uniforme;

[2]Realizada pela primeira vez durante o isolamento social, foi disponibilizada uma aula em vídeo. Além disso, houve o uso da plataforma digital, disponibilizada e utilizada pela rede de ensino, complementada por atividades assíncronas

- Fita adesiva larga ou barbante para fixação dos tubos em série;
- Régua e marcador permanente para medição e marcação;
- Serrilha ou tesoura resistente para o corte (supervisionado por adulto);
- Lixa d'água fina para acabamento das extremidades cortadas.

3.3 Encontro 3: Mãos à Obra: Construção e Verificação

O terceiro encontro é a culminância da proposta. Os estudantes trazem os materiais cortados de casa e, durante a videoconferência, realizam a montagem coletiva guiada pelo professor. Cada estudante monta sua flauta e, ao final, toca as notas, verificando experimentalmente se os sons correspondem à escala esperada.

Para a verificação da afinação, recomenda-se o uso de aplicativos de afinador eletrônicos gratuitos para smartphone, por exemplo, *GuitarTuna*, *cifraclub* ou outros aplicativos com essa funcionalidade, que mostram em tempo real a frequência do som captado pelo microfone do dispositivo. Essa verificação instrumentalizada constitui um momento de alta densidade matemática: o aprendente compara o valor teórico calculado com a frequência medida. E por meio desse processo coleta (registro) dos dados necessários para calcular o erro percentual. Para além disso, é possível discutir as fontes de imprecisão, tais como temperatura do ar, imperfeições do corte ou variação do diâmetro interno dos tubos. O cálculo do erro percentual apresenta-se como um conceito matemático relevante, pois amplia o estudo das razões e das porcentagens, permitindo comparar o valor obtido experimentalmente com o valor esperado. Assim a equação posterior mostra o erro percentual envolvido no processo.

$$E = \frac{|f_i - f_0|}{f_0} \ , \tag{3}$$

onde E denota o erro percentual, f_i representa a frequência encontrada experimentalmente e f_0 corresponde à frequência calculada na Tabela 1.

Ao final do encontro, cada educando apresenta sua flauta, toca uma sequência de notas e reporta os erros encontrados. O professor sistematiza os resultados em uma tabela coletiva compartilhada na tela, discutindo com a turma as razões para as discrepâncias.

4 Encontro 4: Avaliação, Extensão e Reflexão

O quarto encontro é dedicado à avaliação processual e à extensão do conhecimento construído. O professor propõe questões investigativas:

- Se quiséssemos construir uma flauta que começasse em Lá 440 Hz, quais seriam os comprimentos de cada tubo?
- Como variam os comprimentos se a velocidade do som for diferente (em um dia muito frio ou muito quente)?
- É possível construir uma flauta com a escala temperada? Quais seriam as dificuldades?
- Qual seria a razão entre os comprimentos do tubo mais longo e do mais curto de uma flauta de uma oitava? E de duas oitavas?

Essas questões mobilizam habilidades de generalização, modelagem matemática e raciocínio proporcional. A última pergunta conduz diretamente ao conceito de progressão geométrica: em uma oitava, a razão entre os extremos é $2 : 1$; em duas oitavas, é $4 : 1$; em n oitavas, é $2^n : 1$.

A avaliação final considera: (a) a precisão matemática dos cálculos realizados; (b) a qualidade da construção e a afinação da flauta; (c) a participação nas discussões; e (d) um registro reflexivo individual (portfólio digital) no qual o aprendente descreve o que aprendeu, as dificuldades encontradas e as conexões percebidas entre matemática e música.

5 Análise E Discussão

A sequência de atividades proposta articula de forma orgânica diversas competências previstas na BNCC [11] para Matemática. A Competência 2 — raciocinar com lógica, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. Foi incentivada ao longo de todos os encontros, especialmente no processo para os cálculos de comprimento e nas verificações experimentais dos tubos. A Competência 5 — investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas — é uma consequência das questões investigativas propostas no decorrer do quarto encontro.

No plano dos conteúdos específicos, a atividade abrange: números racionais e operações, razões e proporções, funções, progressões geométricas e noções de medida e erro. Esse rol de conteúdos, abordado de forma contextualizada e significativa, em consonância com as concepções ausubeliana [8, 9, 21, 20], contrasta favoravelmente com a abordagem isolada e algorítmica frequentemente prevalente no ensino de matemática.

Um dos maiores desafios do ensino remoto foi a privação da manipulação de materiais concretos, recurso fundamental na pedagogia construtivista, conforme discutido por Arias e Yera [7]. A proposta da flauta de Pã surgiu com o objetivo de contornar parcialmente essa limitação ao transformar o domicílio do educando em espaço de experimentação e estudo. A construção física do instrumento proporciona uma experiência sensorial que ancorou os conceitos matemáticos de forma que nenhuma simulação digital pode plenamente substituir, favorecendo o protagonismo da aprendizagem individual no contexto do ensino remoto.

Essa dimensão está em consonância com os estudos sobre a aprendizagem experiencial de [18], segundo o qual a aprendizagem significativa passa por um ciclo de experiência concreta, observação reflexiva, conceitualização abstrata e experimentação ativa. A construção da flauta perpassa por todo esse ciclo; primeiro, o estudante experiencia (constrói), posteriormente observa (toca e aferem), em seguida conceitualiza (compreende o conceito matemático envolvido) e, por fim, experimenta ativamente (propõe variações, calcula novas escalas).

A proposta, como qualquer intervenção pedagógica no contexto do ERE ou regular e presencial, não é imune às desigualdades socioeconômicas que estruturam não somente o sistema educacional brasileiro, mas também a sociedade brasileira. Nem todos os estudantes têm acesso a canos de PVC, ferramentas de corte ou dispositivos móveis com acesso a internet. Faz-se necessário, portanto, prever adaptações: o uso de canudos de milkshake ou canos de papelão (como os do interior dos rolos de papel toalha), que podem ser cortados com uma tesoura comum; a realização da afinação por comparação auditiva com um instrumento de referência ou com vídeos disponíveis nas redes sociais em caso de falta de dispositivos móveis[3].

[3] Sabendo da existência de estudantes sem acesso à internet banda larga, foram disponibilizados roteiros impressos, que poderiam ser retirados na escola e enviados por aplicativos de mensagem para aqueles sem dispositivo para videoconferência. Foram oferecidas também alternativas assíncronas, como gravações de aulas em vídeo, compartilhadas igualmente por aplicativos de mensagem.

Uma característica frequentemente subestimada nas propostas pedagógicas de natureza matemática é a dimensão afetiva da aprendizagem, como destacado [5], bem como a valorização estética, a percepção e o reconhecimento da beleza por meio da matemática, como apregoado em [13, 17, 24, 28]. A produção de um instrumento musical próprio desperta no estudante um orgulho, um senso de autoria e pertencimento ao processo de aprendizagem raramente proporcionados pelas atividades rotineiras no ensino presencial regular ou remoto. Tocar uma melodia em um instrumento que se construiu com as próprias mãos é uma experiência de empoderamento que reforça positivamente a autoestima e a autoeficácia matemática.

6 Considerações Finais

No contexto de adversidade vivenciado entre 2020 e 2022, novas metodologias emergiram como ferramentas primordiais para manter o engajamento e a qualidade da aprendizagem fora do ambiente escolar. Desse modo, este relato apresenta uma tentativa interdisciplinar de engajamento na aprendizagem de conceitos matemáticos por meio da música. O presente relato buscou demonstrar que a construção artesanal da flauta de Pã é uma ferramenta pedagógica singular, viável e capaz de engajar afetivamente os estudantes no ensino remoto, seja ele emergencial ou regular presencial (pois ainda realizamos tal atividade). Ao articular conceitos da teoria musical com os conceitos matemáticos propostos para cada nível de ensino, essa atividade propõe uma educação por experiência, que é, ao mesmo tempo, intelectual, manual, estética e social.

A pandemia impôs perdas imensas ao sistema educacional, mas também forçou uma abertura para a criatividade pedagógica. Propostas interdisciplinares como esta devem ser documentadas, avaliadas e incorporadas ao repertório permanente dos educadores como alternativas que enriquecem a prática docente, independentemente do contexto educacional. Por esse motivo, este trabalho tem um caráter simultaneamente informativo e formativo. Ele relata uma experiência pedagógica viva e significativa para o ensino de matemática. Entre as diversas abordagens surgidas nesse período, a articulação entre Matemática e Educação Musical demonstrou um potencial singular. Mais do que uma curiosidade histórica, a relação entre números e sons remonta a Pitágoras, no século VI a.C., que estudou os fundamentos matemáticos da harmonia ao observar as proporções dos comprimentos de corda que produziam intervalos musicais consonantes. Esse estudo culminou na invenção do primeiro instrumento de corda conhecido, o monocórdio, conforme descrito em [1, 2, 25]. Essa relação oferece ao professor uma gama de possibilidades para tornar os conteúdos matemáticos mais significativos para os estudantes.

Como desdobramentos para outros trabalhos, sugere-se: aplicar sistematicamente a proposta e registrar os dados para uma pesquisa empírica; estender a proposta para outros instrumentos de construção artesanal com conceitos similares aos aplicados neste relato, como, por exemplo, o monocórdio, xilofones e kalimbas; criar comunidades de prática entre professores de matemática e de artes para o desenvolvimento colaborativo de sequências interdisciplinares; e investigar os efeitos da proposta sobre a relação afetiva dos estudantes com a matemática. A escolha de um instrumento latino-americano tem, adicionalmente, valor identitário e político-pedagógico. Em um país de enorme diversidade cultural e com uma tradição histórica de subalternização das culturas indígenas e andinas, incorporar a zampoña ao currículo é um gesto de reconhecimento e de ruptura com o eurocentrismo científico que ainda domina grande parte do ensino de Artes e Matemática no Brasil.

Agradecimentos

O primeiro autor destaca a sua bem-sucedida formação no PROFMAT-Arraias, e este trabalho é o resultado dos conhecimentos que adquiriu em todas as componentes curriculares do programa e junto aos respetivos docentes. Os autores agradecem à Revista Tocantinense de Matemática pelo espaço de divulgação científica.

Referências

[1] Oscar J. Abdounur. *Matemática e Música: O Pensamento Analógico na Construção de Significados*. Escrituras, São Paulo, 1999.

[2] Oscar J. Abdounur. Analogias e construção de significados: as relações entre a matemática e a música. *ComCiência*, (116), 2010. Acessado: 20 Mai 2025.

[3] Iswar M. Adhikari. On the fibonacci and the generalized fibonacci sequence. *Journal of Nepal Mathematical Society*, 8(1):30–38, 2025.

[4] Letícia M. S. Albino and Sarah G. Barros. A teoria das inteligências múltiplas de gardner e sua contribuição para a educação. *Educação e Cultura em Debate*, 7(1):148–168, 2021.

[5] Lucy A. G. Alcântara. O insucesso em matemática na educação técnica: um estudo com enfoque na dimensão afetiva da aprendizagem. Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2022.

[6] Sávio Araújo. A evolução histórica da flauta até boehm. Música e Adoração. Acessado: 20 Mai 2026.

[7] José O. C. Arias and Armando P. Yera. O que é a pedagogia construtivista. *Revista Educação Pública*, 5(8):11–22, 1996.

[8] David P. Ausubel. *Educational Psychology: A Cognitive View*. Holt, Rinehart and Winston, New York, 1968.

[9] David P. Ausubel, Joseph D. Novak, and Helen Hanesian. *Psicologia Educacional*. Interamericana, Rio de Janeiro, 1980.

[10] Carl B. Boyer and Uta C. Merzbach. *História da Matemática*. Blucher, São Paulo, 3 edition, 2012. Tradução da 3. ed. norte-americana.

[11] Brasil. Base nacional comum curricular (bncc). Ministério da Educação, 2018. Acessado: 10 Mai 2025.

[12] Lucas F. Brochini. Desenvolvimento histórico do órgão de tubos. Trabalho de conclusão de curso, instituto de artes, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 2025. p. 16.

[13] Eudes A. Costa. A beleza pela (na) matemática. *Revista Estudos-Revista de Ciências Ambientais e Saúde (EVS)*, 35(2):187–199, 2008.

[14] Anna Grigas. The fibonacci sequence: Its history, significance, and manifestations in nature. Senior honors thesis, Liberty University, Lynchburg, VA, USA, April 2013.

[15] Donald J. Grout and Claude V. Palisca. *História da Música Ocidental*. Gradiva, Lisboa, 5 edition, 2007. Tradução de Ana Luísa Faria.

[16] Charles Hodges, Stephanie Moore, Barbara Lockee, Torrey Trust, and Aaron Bond. The difference between emergency remote teaching and online learning. *EDUCAUSE Review*, March 2020. Acessado: 5 Jun. 2020.

[17] Harold E. Huntley. *A Divina Proporção: Um Ensaio sobre a Beleza na Matemática*. Editora Universidade de Brasília, Brasília, 1985.

[18] David A. Kolb. *Experiential Learning: Experience as the Source of Learning and Development*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1984.

[19] Thomas Koshy. *Fibonacci and Lucas Numbers with Applications*, volume 1. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, USA, 2 edition, 2017.

[20] Marco A. Moreira. *Aprendizagem Significativa*. Editora Universidade de Brasília, Brasília, 1982.

[21] Marco A. Moreira and Elcie F. S. Masini. *Aprendizagem Significativa: A Teoria de David Ausubel*. Moraes, São Paulo, 1982.

[22] Herch M. Nussenzveig. *Curso de Física Básica*, volume 2. Blucher, São Paulo, 5 edition, 2018.

[23] Ovídio. *Metamorfoses*. Editora 34, São Paulo, 2010. Tradução de Domingos Lucas Dias. Livro I, v. 689–712.

[24] Enock S. Peixoto. Theodor adorno: sobre a influência da música na formação humana. *Revista Educação Pública*, 18(23), November 2018. Acessado: 20 Mai 2025.

[25] Aparecida P. M. Pereira and E. B. Pinheiro Santos. A matemática e o som. *Revista Educação Pública*, 25(1), 2025. Acessado: 20 Mai 2025.

[26] Leniedson G. Santos. Progressões geométricas e música: Uma proposta de modelagem. Dissertação de mestrado profissional em matemática, Universidade Federal do Tocantins, Palmas, 2014.

[27] Sudipta Sinha. The fibonacci numbers and its amazing applications. *International Journal of Engineering Science Invention*, 6(9):7–14, 2017.

[28] Andréia M. S. Vasconcelos, L. S. Vasconcelos, S. R. Amaral, Tiago O. Dias, and Wálmisson R. Almeida. Matemática e música no ensino médio: duas linguagens e uma sinfonia. *Revista Educação Pública*, 21(36), September 2021. Acessado: 20 Mai 2025.