Cálculo diferencial e integral no ensino básico: Introdução, conceitos e aplicações

Differential and integral calculus in basic education: Introduction, concepts and applications

José Gomes Taveira Neto[1], Hellena Christina Fernandes Apolinário[1]

[1] *Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Universidade Federal do Tocantins (UFT), Palmas/TO, Brasil*

Reception date of the manuscript: 31/10/2023
Acceptance date of the manuscript: 11/12/2023
Publication date: 11/12/2023

Resumo—O ensino da matemática moderna, cada vez mais, se pauta nas diversas formas de transmitir os conteúdos matemáticos, de maneira que esteja mais próximo do pensamento lógico do indivíduo, diminuindo a abstração da disciplina com aplicações práticas e cotidianas que envolvem os diferentes temas abordados desde o ensino básico até o ensino superior. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do ensino médio no Brasil já introduziu na estrutura curricular da disciplina conteúdos que remetem a aplicação direta de conceitos matemáticos vistos apenas como abstratos, hoje como ferramentas de programação e de algoritmos para resolução de problemas. O presente artigo visa apresentar o estudo de conceitos básicos de cálculo diferencial no ensino médio como mais uma opção para auxiliar na fixação e aplicação de temas relacionados à matemática e suas áreas afins.

Palavras-chaves—Cálculo Diferencial e Integral, Cálculo de áreas, Aplicação no Ensino Médio.

Abstract—*The teaching of modern mathematics, increasingly, is based on different ways of transmitting mathematical content, in a way that is closer to the individual's logical thinking, reducing the abstraction of the discipline with practical and everyday applications that involve the different themes covered since basic education to higher education. The National Common Curricular Base (BNCC) for high school in Brazil has already introduced content into the subject's curricular structure that refers to the direct application of mathematical concepts seen only as abstract, today as programming tools and algorithms for problem solving. This article aims to present the study of basic concepts of differential calculus in high school as another option to assist in the establishment and application of topics related to mathematics and its related areas.*

Keywords—*Differential and Integral Calculus, Area Calculation, Application in High School.*

I. INTRODUÇÃO

Dentre as várias competências da Base Nacional Curricular Comum (BNCC) [1] para a matemática, destaca-se a de utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos: aritmética, álgebra, grandezas e medidas, geometria, probabilidade e estatística, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente

Os diversos conteúdos abordados no ensino da matemática, nos anos finais da educação básica possuem sua correta interpretação advinda de alguns conceitos do cálculo diferencial. O conceito de integral definida para o cálculo de áreas sob curvas, os limites de funções que resultam em sequências convergentes como é o caso das progressões geométricas, a derivada no cálculo de máximos e mínimos de funções, para esboçar gráficos, descobrir concavidades de curvas, taxas de variações, otimização de funções e outras inúmeras aplicações.

O conhecimento de conceitos básicos de limites, derivadas e integrais podem proporcionar aos alunos desse segmento uma possibilidade a mais para solucionar problemas, entender algumas demonstrações de fórmulas e também resolver exercícios de forma mais dinâmica entendendo as diversas formas que a matemática pode se apresentar no nosso cotidiano.

O presente artigo objetiva ressaltar a importância do estudo de alguns conceitos básicos de limites, derivadas e integrais nos anos finais do ensino básico como uma ferramenta a mais para o público desse segmento a fim de possibilitar o primeiro contato com esses conteúdos que podem auxiliá-los na resolução de exercícios, na fixação da teoria e também possibilitar um melhor desempenho no estudo dessas disciplinas no ensino superior nos cursos de engenharia e áreas afins.

II. NOÇÕES BÁSICAS DE CÁLCULO DIFERENCIAL

Iniciamos essa seção com um resumo dos principais tópicos do cálculo diferencial através de conceitos intuitivos de limites, derivadas e integrais que surgem em diversas situações de conteúdos aplicados ao ensino médio.

A abordagem desses temas será apresentada de uma forma intuitiva, a partir da explicação de alguns exemplos envolvendo sequências numéricas, ou o comportamento de

Contact data: Hellena Christina Fernandes Apolinári, hellena@uft.edu.br.

algumas funções, que depois de apresentadas, podem ser formalizadas através do uso de uma linguagem matemática mais rigorosa e precisa.

a. Noções de limites

Segue abaixo exemplos em que pode-se evidenciar as noções básicas de limites de sequências numéricas e funções.

Exemplo 01: Observe as seguintes sucessões numéricas:

(1) 2,4,6,8,10…

(2) 1, 1/10,1/100,1/1000…

(3) -1,-3,-5,-7…

Na sucessão (1), temos a sequência de números pares positivos, a qual podemos descrevê-la utilizando a seguinte lei de formação:

$$a_n = 2n, n \in \mathbb{N}$$

Portanto, quanto maior for o valor de n, os termos da sequência, a_n, cresce indefinidamente. Simbolicamente, escreve-se:

$$n \to +\infty \quad \Rightarrow \quad a_n \to +\infty$$

Na sucessão (2), a lei de formação que descreve cada termo da sequência é dada por:

$$a_n = \frac{1}{10^n}, n \in \mathbb{N}$$

Nesse caso, quanto maior for o valor de n, o denominador das frações que representam os termos da sequência a_n, cresce indefinidamente,

e, portanto, os termos da sequência diminuem indefinidamente. Simbolicamente, escreve-se:

$$n \to +\infty \quad \Rightarrow \quad a_n \to 0$$

Na sucessão (3), temos a sequência de números ímpares negativos, cuja lei de formação é expressa por:

$$a_n = -2n - 1, n \in \mathbb{N}$$

E quanto maior for o valor do número n, os termos da sequência diminuem indefinidamente, de forma que, simbolicamente, temos:

$$n \to +\infty \quad \Rightarrow \quad a_n \to -\infty$$

Exemplo 02: Considere a função linear

$f(x) = 2x - 4$. Vamos estudar o comportamento desta função, quando os valores de x se aproximam do valor 2. Para isto atribuímos alguns valores para x, e calculamos o respectivo valor da imagem $f(x)$, a partir da lei de formação dada. Construímos as tabelas (a) e (b) que estão na Figura 1.

(a)

x	f(x)
1,91	- 0,18
1,93	- 0,14
1,95	- 0,1
1,97	- 0,06
1,99	- 0,02

(b)

x	f(x)
2,09	0,18
2,07	0,14
2,05	0,1
2,03	0,06
2,01	0,02

Figura 1: (a) Valores de x menores que 2; (b) Valores de x maiores que 2.

Na Figura 1 temos a tabela (a) que representa os valores de x se aproximando de 2 por valores menores que 2, neste caso dizemos que x se aproxima de 2 pela esquerda. De forma análoga temos que na tabela (b) x se aproxima de 2 por valores maiores que 2 e nesse caso dizemos que x se aproxima de 2 pela direita.

Note que quanto mais os valores de x se aproximam de 2, seja pela esquerda ou pela direita, as imagens da função $f(x)$ se aproximam de zero. Esta é a noção intuitiva de limites, e simbolicamente denota-se por: $\lim_{x \to 2} f(x) = 0$.

Graficamente, pode-se visualizar na Figura 2, o comportamento da função $f(x)$ quando x se aproxima de 2, seja pela esquerda, representado no gráfico na cor vermelha, ou pela direita, representado no gráfico na cor azul, observa-se que $f(x)$ se aproxima de zero.

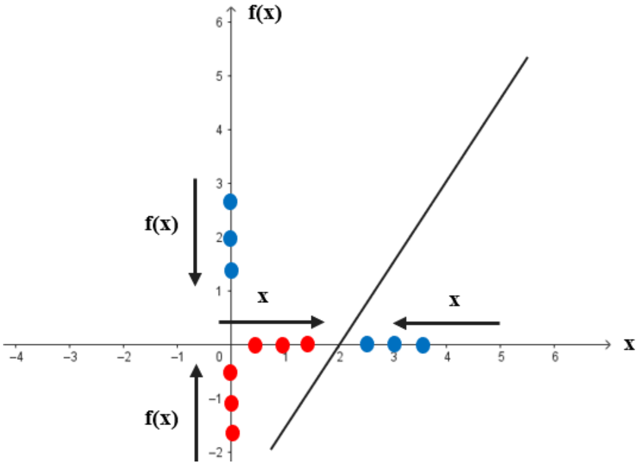

Figura 2: Gráfico da função $f(x) = 2x - 4$.

b. Noções de derivadas

Um dos conceitos mais utilizados no cálculo diferencial é o conceito de derivada de uma função. Segundo Lima [3] (2004), a derivada da função $y = f(x)$, em x_0, representa a inclinação da reta t, tangente ao gráfico da função no ponto $P_0(x_0, f(x_0))$ **(**Figura 3).

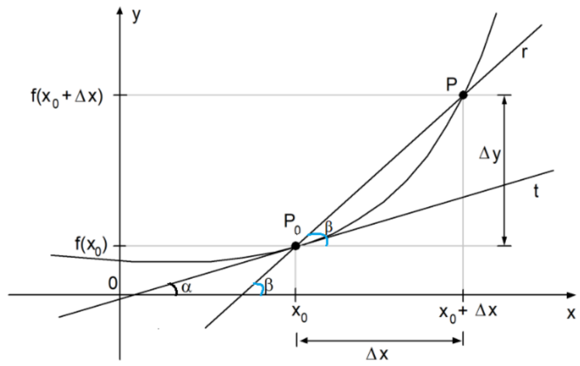

Figura 3: A derivada da função $y = f(x)$, em x_0.

A partir da **(**Figura 3**)** pode-se formalizar o conceito de derivada. Segue que, fixado um valor x_0, tem-se o ponto $P_0(x_0, f(x_0))$, seja $\Delta x \neq 0$ (um acréscimo) dado a x_0, resultando na abscissa $x_0 + \Delta x$, a qual indicaremos por $x_1 = x_0 + \Delta x$, e representa-se por P, o ponto cujas coordenadas são $P(x_1, f(x_1))$. Assim, considerando a reta secante $\overline{P_0 P}$ que indicaremos por r, a inclinação (ou coeficiente angular) dessa reta é dada pela razão:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{\Delta x}$$

que representa no triângulo retângulo, ΔP_0PQ, a tangente do ângulo β. Assim:

$$tg\beta = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (1)$$

Observando os elementos geométricos da Figura 3, temos que quando Δx tende a 0, $x_0 + \Delta x$ se aproxima de x_0, e, portanto, o ponto P tem como posição limite o ponto P_0, e a reta secante $\overline{P_0P}$ terá como posição limite a reta t, tangente ao gráfico de $y = f(x)$ no ponto P_0. Daí conclui-se que no limite, a razão em (1) representa a inclinação da reta tangente t ao gráfico da função $f(x)$ no ponto $P_0(x_0, f(x_0))$, que se representa por $tg\alpha$. Por outro lado, esta inclinação da reta tangente é a definição da derivada da função $f(x)$ no ponto de abscissa x_0, denotada por $f'(x_0)$, e definida por:

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = tg\alpha$$

quando o limite existir.

O conceito de derivada como a inclinação de uma reta tangente a um gráfico de uma função pode ser explorado de forma contextualizada no ensino médio, através de conteúdos que se complementam e dão sentido a esse conceito tão usado e pouco explorado nessa fase. No exemplo abaixo pode-se verificar intuitivamente esse conceito. A partir deste conceito, tem-se várias regras de derivação, que aos poucos foram explanadas aos alunos do ensino médio. E a partir daí apresentamos o seguinte exemplo.

Exemplo 03: Determine o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = x^2 - 4x$, em um ponto qualquer de abscissa p. Em qual ponto a reta tangente ao gráfico é horizontal?

Resolução:

O coeficiente angular m da reta tangente à curva

$f(x) = x^2 - 4x$, no ponto de abscissa p, é $m = f'(p)$ Pelas regras de derivação ensinadas em sala de aula aos alunos do ensino médio, obtém-se que $f'(x) = 2x - 4$. Daí tem-se que: $m = 2p - 4$. Para determinar o ponto ***(p, f(p))*** em que a reta tangente é horizontal, isto é, a reta tangente é paralela ao eixo x, assim basta encontrar o ponto onde a inclinação da reta tangente é igual a zero, isto é, $f'(p) = 2p - 4 = 0$, ou seja, $p = 2$. Assim, o ponto procurado é $(2, f(2)) = (2, -4)$.

c. Noções de integração

Um tema muito abordado desde o ensino fundamental ao ensino médio é o de cálculo de áreas de figuras planas e que representa uma ótima oportunidade para introduzir algumas noções básicas do processo de integração através das somas infinitesimais. Mas assim como vários conceitos matemáticos desse ciclo, o cálculo de áreas é inserido na maioria das vezes através de fórmulas prontas que fazem o aluno pensar mecanicamente e de forma única. O exemplo proposto a seguir ilustra como esse tópico pode ser explorado para apresentar ao aluno as somas de Riemann, segundo Avila, G [4], para o cálculo de áreas sob curvas com o auxílio do software Geogebra.

Exemplo 04: Determinar a área limitada pelo eixo OX, pelo gráfico da função $f(x) = x^2$ e a reta vertical $x = 4$. Conferir gráfico na Figura 4.

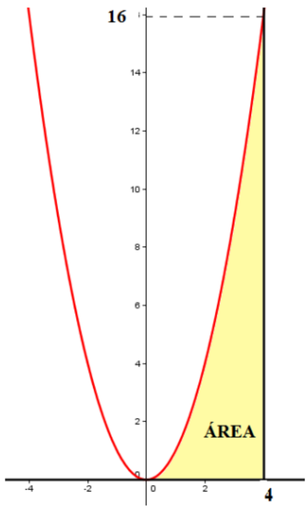

Figura 4: Gráfico da função $f(x) = x^2$.

Resolução:

Através do software Geogebra obtemos a áreas solicitadas, construindo retângulos, cuja base são os subintervalos do intervalo [0,4], ou seja, fizemos uma partição do intervalo [0,4], dividindo-o em quatro subintervalos, conferir Figura 5:

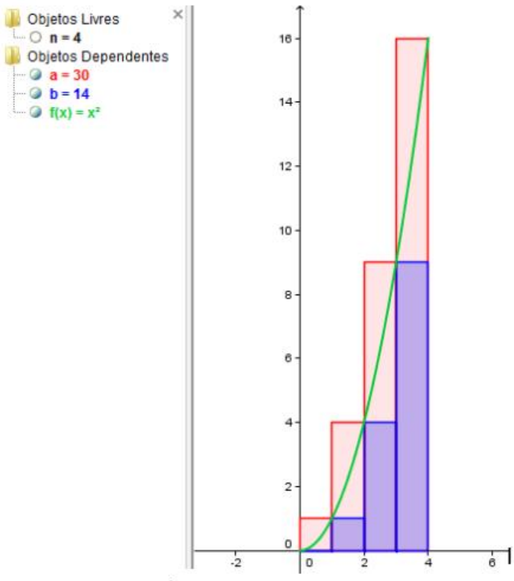

Figura 5: Gráfico da função $f(x) = x^2$ dividida em quatro subintervalos.

O parâmetro $\boldsymbol{a}$ (em vermelho) indica a aproximação da área por excesso, ou seja, a soma das áreas dos retângulos vermelhos. Analogamente o parâmetro b indica a aproximação da área por falta, ou seja, pela soma das áreas dos retângulos azuis.

O software Geogebra permite perceber, que na medida em que o número de retângulos aumentava cada vez mais, melhor eram os resultados para os parâmetros $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ que representava a área da região limitada pelas curvas. Conferir Figura 6 e 7.

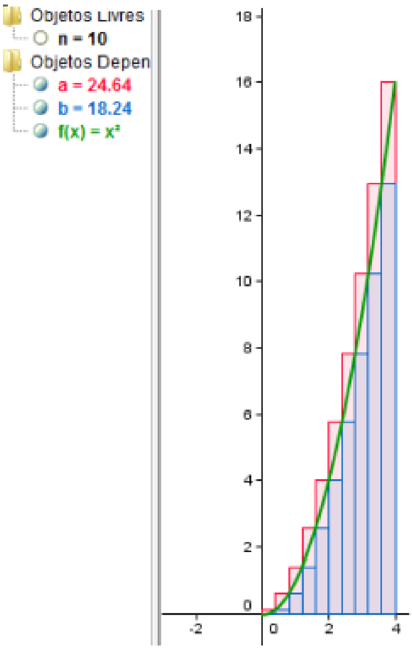

Figura 6: Gráfico da função $f(x) = x^2$ dividida em dez subintervalos.

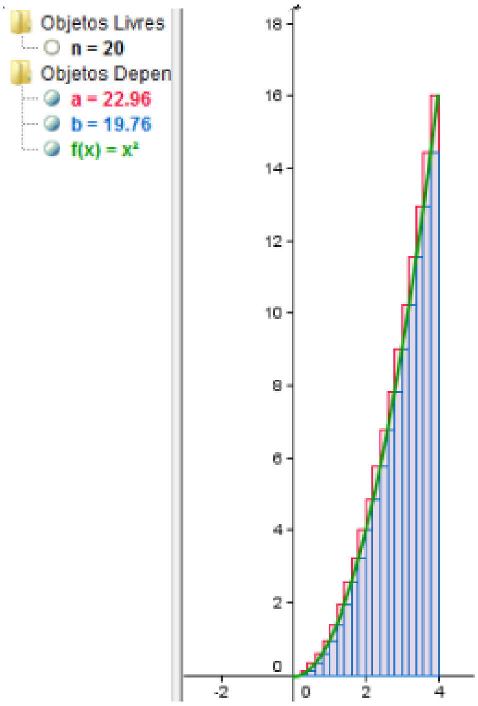

Figura 7: Gráfico da função $f(x) = x^2$ dividida em vinte subintervalos

Agora, calculando a área da região S limitada pelas curvas, utilizando o conceito de integral, o qual não foi formalizado neste artigo, porém pode ser encontrado em livros de Cálculo Diferencial e Integral, observa-se que:

$$Área\ S = \int_0^4 x^2\,dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_{x=0}^{x=4} = \frac{4^3}{3} - \frac{0^3}{3} = 21{,}333\ldots$$

O que comprova o resultado obtido pelo software Geogebra.

III. Uso do cálculo DIFERENCIAL NO Ensino básico

Nesta seção apresenta-se alguns relatos de sala de aula, em turmas do Ensino fundamental e médio de uma escola da rede privada de Ensino da cidade de Palmas-TO em que usa as noções de cálculo de cálculo diferencial para auxiliar na demonstração fórmulas e também na resolução de exercícios de uma forma diferente e intuitiva, que leva ao aluno a desenvolver estratégias para resolução das questões propostas.

a. Como somar infinitos termos de uma Progressão Geométrica?

Segundo Iezzi, Gelson [2] uma progressão geométrica (PG) é uma sequência em que cada termo, a partir do segundo, é sempre igual ao termo anterior multiplicado por uma constante a qual denominamos de razão e simbolizamos pela letra $\boldsymbol{q}$. Através de uma recorrência é fácil mostrar que a soma de n termos escritos em progressão geométrica é dada pela fórmula:

$$S_n = a_1 \frac{(1-q^n)}{(1-q)}$$

Considere agora uma progressão geométrica com infinitos termos e cuja razão está no intervalo $-1 < q < 1$. Dizemos que essa série é convergente e calculamos a soma dos seus termos da seguinte forma:

$$S_n = \frac{a_1}{1-q}$$

É muito comum no estudo desse conteúdo no ensino médio, surgir a seguinte pergunta:

Como é possível somar infinitos termos?

A justificativa desse tipo de questionamento vem de noções básicas do cálculo diferencial, mais precisamente noções de limites, pois infere-se na expressão abaixo que quanto maior for o valor de n mais próximo de zero q^n estará já que $-1 < q < 1$.

Portanto temos que:

$$\lim_{n\to+\infty} a_1.\frac{(1-q^n)}{1-q} = \frac{a_1}{1-q}$$

b. Uma forma diferente de calcular áreas de figuras planas

A ideia de calcular a área de figuras planas é uma das mais utilizadas no cálculo por meio do processo de integração, que por sua vez também nos remete ao processo de somas infinitesimais. Observe as seguintes situações proposta em uma sala de ensino fundamental para alunos do oitavo ano (Figura 8):

Calcule a área do triângulo da figura abaixo:

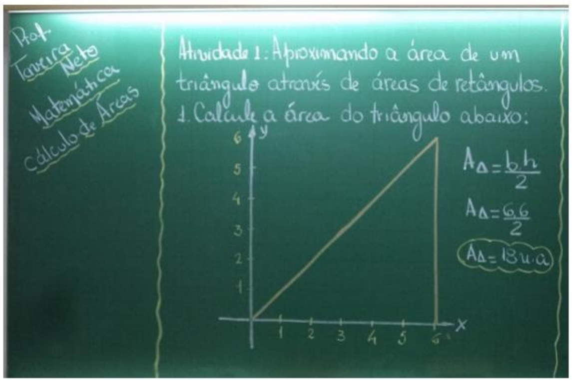

Figura 8: Atividade proposta em sala de aula.

Nesses tipos de exercícios o aluno é orientado a usar a fórmula do cálculo da área do triângulo (AΔ), procedimento feito de uma forma simples:

$$A_{\Delta} = \frac{b.h}{2} = \frac{6.6}{2} = 18u.a$$

Nesse momento foi feito a seguinte pergunta aos alunos: como encontrar esse valor, ou algo bem próximo a ele, sem usar a fórmula da área? Esse questionamento vem seguido de uma sugestão bem peculiar para o momento:

“Vamos aproximar a área desse triângulo pela soma das áreas de retângulos que cobrem o triângulo”.

Em um primeiro momento, vamos particionar a base do triângulo, que é o intervalo $[0,6]$, de comprimento igual a 6 u.c (unidade de comprimento), em seis subintervalos de igual comprimento, ou seja, subintervalos iguais a:

$[0,1], [1,2], [2,3], [3,4], [4,5]$ e $[5,6]$.

Cada subintervalo medindo 1 u.c.

Estes subintervalos correspondem à base dos retângulos. Para chegarmos a uma padronização dos cálculos, incluímos o primeiro retângulo, como sendo o retângulo de altura zero (0) e comprimento da base como sendo o comprimento do segmento de reta com origem no zero (0) e extremidade no 1 (Conferir Figura 9).

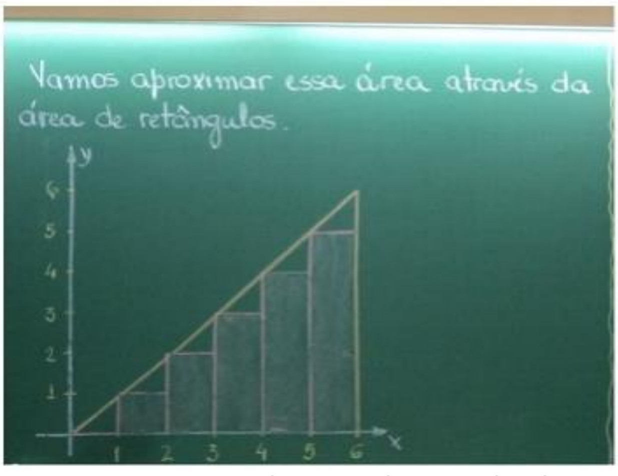

Figura 9: Aproximação da área de um triângulo através da área de retângulos.

O aluno percebe de uma forma clara que uma aproximação para a área do triângulo (A_{Δ}) seria a soma de todas as áreas dos retângulos **(Área do retângulo = base x altura)**, de tal forma que a base de cada retângulo (Δx_i) é o comprimento de cada subintervalo no eixo x

$[x_{i-1}, x_i]$ e expressa por:

$$\Delta x_i = x_i - x_{i-1} \quad \text{com } 1 \leq i \leq n.$$

A altura de cada retângulo será dada por

$$h_i = x_{i-1} \quad \text{com } 1 \leq i \leq n.$$

Logo a área de cada retângulo será dada por:

$$A_i = \Delta x_i . h_i \quad \text{com } 1 \leq i \leq n.$$

Assim, considerando $n = 6$, têm-se as áreas dos seis retângulos:

$$A_1 = \Delta x_1 . h_1 = (x_1 - x_0). h_1 = (1-0). 0 = 1.0$$
$$A_2 = \Delta x_2 . h_2 = (x_2 - x_1). h_2 = (2-1). 1 = 1.1$$
$$A_3 = \Delta x_3 . h_3 = (x_3 - x_2). h_3 = (3-2). 2 = 1.2$$
$$A_4 = \Delta x_4 . h_4 = (x_4 - x_3). h_4 = (4-3). 3 = 1.3$$
$$A_5 = \Delta x_5 . h_5 = (x_5 - x_4). h_5 = (5-4). 4 = 1.4$$
$$A_6 = \Delta x_6 . h_6 = (x_6 - x_5). h_6 = (6-5). 5 = 1.5$$

E em seguida, tem-se o seu somatório, que representa uma aproximação para área do triângulo:

$$\begin{aligned} A_{\Delta} &\cong \sum_{i=1}^{6} A_i = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 \\ &\cong 1.0 + 1.1 + 1.2 + 1.3 + 1.4 + 1.5 \\ &\cong 1.(0+1+2+3+4+5) \qquad (I) \\ &\cong 15 \text{ u.a} \end{aligned}$$

Observa-se que dentro do parêntese, na expressão em (I), tem-se uma Progressão Aritmética (PA) formada pelas alturas dos retângulos.

Repetindo-se o mesmo procedimento, agora fazendo uma partição do intervalo $[0,6]$, que corresponde a base do triângulo, com o dobro de subdivisões, isto é, $n = 12$. Nesse caso cada subintervalo compreende segmentos de retas congruentes medindo 0,5 u.c (unidade de comprimento), obtendo assim uma medida mais refinada. Assim, as áreas dos retângulos que cobrem o triângulo são dadas por:

$$A_1 = \Delta x_1 . h_1 = (x_1 - x_0). h_1 = (0{,}5 - 0). 0 = (0{,}5).0$$
$$A_2 = \Delta x_2 . h_2 = (x_2 - x_1). h_2 = (1 - 0{,}5). 0{,}5 = (0{,}5).0{,}5$$
$$A_3 = \Delta x_3 . h_3 = (x_3 - x_2). h_3 = (1{,}5 - 1). 1 = (0{,}5).1$$
$$A_4 = \Delta x_4 . h_4 = (x_4 - x_3). h_4 = (2 - 1{,}5). 1{,}5 = (0{,}5).1{,}5$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$A_{12} = \Delta x_{12} . h_{12} = (x_{12} - x_{11}). h_{12} = (6 - 5{,}5). 5{,}5 = (0{,}5).5{,}5$$

Nesse momento o aluno percebe que quantos mais divisões colocarmos, ou seja, quanto mais retângulos forem inseridos mais próximo de 18 essa área ficará, ou seja:

$$\begin{aligned} A_{\Delta} &\cong \sum_{i=1}^{12} A_i = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 \ldots + A_{12} \\ &\cong (0{,}5).0 + (0{,}5).0{,}5 + (0{,}5).1 + (0{,}5).1{,}5 + \ldots + (0{,}5)5{,}5 \\ &\cong (0{,}5).(0 + 0{,}5 + 1 + 1{,}5 + 2 + 2{,}5 + 3 + 3{,}5 + 4 + 4{,}5 \\ &\qquad + 5 + 5{,}5) \\ &\cong (0{,}5).33 \\ &\cong 16{,}5 \text{u.a} \end{aligned}$$

Essa situação exemplificada pode ser estendida para alunos do ensino médio que já conseguem visualizar que o valor do comprimento da base de cada retângulo (Δx_i) é dado por $6/n$ em que n é o número de subintervalos da partição. Como observado anteriormente na expressão em (I), as alturas dos retângulos formam uma PA crescente de n termos com primeiro termo h_1 e último uma forma geral, temos que a área desse triângulo pode ser expressa através da seguinte expressão:

$$A_\Delta \cong \sum_{i=1}^{n} A_i = \sum_{i=1}^{n} \Delta x_i \,.\, h_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{6}{n}.\, h_i = \frac{6}{n}\sum_{i=1}^{n} h_i \qquad (2)$$

Considerando que as alturas dos retângulos formam uma PA, então pela fórmula da soma de uma PA finita temos que:

$$\sum_{i=1}^{n} h_i = \frac{(h_1 + h_n).\, n}{2} \qquad (3)$$

onde $h_1 = 0$ e, pela fórmula do termo geral da PA, temos que h_né dado por:

$$h_n = h_1 + (n-1)r = 0 + (n-1)\frac{6}{n} = 6 - \frac{6}{n} \qquad (4)$$

Substituindo (4) em (3), e considerando $h_1 = 0$, concluímos que:

$$\sum_{i=1}^{n} h_i = \frac{(h_1 + h_n).\, n}{2} = \frac{\left(6 - {}^{6}\!/_{n}\right).\, n}{2} = \frac{6n - 6}{2} = 3n - 3$$

E retornando para a expressão em (2), que representa a área do triângulo, fazendo as devidas substituições, obtemos:

$$A_\Delta \cong \frac{6}{n}\sum_{i=1}^{n} h_i = \frac{6}{n}(3n-3) = 18 - \frac{18}{n}$$

Essa expressão permite calcular a área do triângulo em função da quantidade de subintervalos que particionarmos o intervalo $[0,6]$, isto é, da quantidade de retângulos que "cobrimos" o triângulo que desejamos calcular a área. Observou-se que quanto maior o número de retângulos que "cobriu" o triângulo, melhor foi a aproximação do valor real da área procurada. Assim, a área do triângulo estará bem determinada quando considerarmos uma infinidade de retângulos "cobrindo" o triângulo, isto é, quando $n \to +\infty$, e efetuarmos a soma das áreas destes retângulos. Desta forma, simbolicamente, representamos a área do triângulo como sendo:

$$A_\Delta = \lim_{n\to+\infty}\left(18 - \frac{18}{n}\right) = 18\text{u.a}$$

Portanto observa-se que a área do triângulo, $A_\Delta = 18u.a$, são exatamente iguais ao valor obtido no início da seção utilizando a fórmula do cálculo da área de um triângulo.

Este processo de aproximar a área de uma região plana por figuras, que no caso foram retângulos, que conhecemos a sua área, é denominado Método da Exaustão, e é a partir daí que se formaliza o conceito de Integral Definida.

Segundo Taveira Neto, J.G [5] essa prática docente, com os alunos do ensino fundamental, retratam um ganho a médio prazo pois esses conceitos básicos podem e devem ser explorados de forma mais aprofundada no ensino médio, onde o aluno já tem maturidade o suficiente para lidar com questões que requer conceitos matemáticos mais elaborados, como por exemplo, o uso de limites, derivadas e integrais.

IV. CONCLUSÕES

Através de algumas experiências em sala de aula, concluimos nesse artigo que a inclusão de noções do Cálculo Diferencial na educação básica é de grande importância pois proporciona um significado mais aprofundado de conceitos vistos na matemática do ensino básico dos anos iniciais até os anos finais, trazendo assim um ganho tanto a curto como a longo prazo para alunos que têm contato com esses conceitos.

REFERÊNCIAS

[1] Brasil. Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio. Brasília, 2018. Disponível em: Acesso em: 01 out. 2023.

[2] IEZZI, Gelson. Fundamentos de Matemática Elementar, Volume 3, Trigonometria. São Paulo: Editora Atual, 8ª Edição, 2004 4.

[3] LIMA, E. L. Análise Real. 8. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2004.

[4] AVILA, G. O ensino de cálculo no 2º grau. Revista do Professor de Matemática, Sociedade Brasileira de Matemática, n. 18, p. 2, 1991.

[5] TAVEIRA NETO, J.G. A importância do estudo do cálculo diferencial na educação básica. Dissertação (Mestrado Profissional em matemática) - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Palmas. Palmas, P.48, 2016.